

УДК 532.546; 533.15

ФОКУСИРОВКА ИНЕРЦИОННЫХ ЧАСТИЦ ЗА ТОЧКОЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ СКАЧКОВ УПЛОТНЕНИЯ

И. В. Голубкина

Институт механики МГУ, Москва

Аннотация. Исследуется эффект аэродинамической фокусировки инерционных частиц при симметричном и несимметричном взаимодействии двух плоских ударных волн в стационарном потоке запыленного газа. Предполагается, что массовая концентрация частиц мала. Траектории и концентрация частиц определяются численно с использованием полного лагранжева подхода. Проводится параметрическое исследование течения с целью найти значения определяющих параметров, соответствующих максимальному эффекту фокусировки частиц.

Ключевые слова: запыленный газ, взаимодействие ударных волн, аэродинамическая фокусировка частиц, пересечение траекторий частиц

1 Описание течения фаз

При исследовании течения используются обычные предположения двухконтинуальной модели запыленного газа [1]: частицы — сферы одинакового радиуса σ и массы m . Их объемная и массовая концентрация мала, столкновения, броуновское и другое хаотическое движение частиц отсутствует. Несущая фаза — совершенный газ с постоянными теплоемкостями и показателем адиабаты $\gamma = 1.4$.

Влиянием частиц на течение газа пренебрегается, поэтому для нахождения параметров газа в областях 1–4 (см. Рис. 1) используются стандартные соотношения Рэнкина-Гюгонио [2]. В результате решения системы алгебраических уравнений, включающей соотношения Рэнкина-Гюгонио на всех скачках уплотнения и условие равенства давлений на тангенциаль-

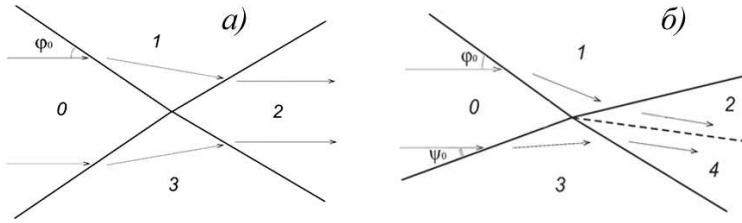


Рис. 1. Исследуемые режимы взаимодействия ударных волн: а) симметричное; б) несимметричное

ном разрыве, безразмерные газодинамические параметры определяются как функции трех параметров: числа Маха M_0 и двух углов между входящими ударными волнами и направлением невозмущенного потока (φ_0 , ψ_0). В качестве характерных масштабов используются параметры газа в области θ .

Для описания течения дисперсной фазы применяется полный лагранжев метод [3], согласно которому уравнение неразрывности и уравнение импульсов записываются в следующем виде:

$$n_s |J| = n_{s0} |J_0|, \quad (1)$$

$$m \frac{d\vec{V}_s}{dt} = 6\pi\sigma\mu(\vec{V} - \vec{V}_s)H(M_s, Re_s) \quad (2)$$

Индекс s используется для обозначения параметров дисперсной фазы, индекс 0 относится к параметрам газа и частиц в области θ . $\vec{V} = (u, v)$ — скорость; μ — динамическая вязкость газа; n_s — числовая концентрация частиц; J — якобиан перехода от эйлеровых координат x, y к лагранжевым x_0, y_0 , в качестве которых используются координаты частицы на ударной волне в начальный момент времени $t = 0$. В силу стационарности течения якобиан может быть представлен в виде [3]:

$$J = \frac{u_s}{u_0} \frac{\partial y}{\partial y_0} - \frac{v_s}{u_0} \frac{\partial x}{\partial y_0}.$$

Правая часть уравнения (2) представляет собой силу аэродинамического сопротивления Стокса с поправочным коэффициентом $H(M_s, Re_s)$, который определяется формулами Карлсона-Хогланда [4], аппроксимирующими экспериментальные данные в широком диапазоне чисел Маха и Рейнольдса обтекания частиц при больших рассогласованиях скоростей фаз. Для каждого фиксированного y_0 уравнение движения может быть представлено в виде безразмерной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, где в качестве характерных масштабов использованы

значения параметров несущей и дисперсной фаз в области θ и длина скоростной релаксации частиц при стоксовском законе сопротивления:

$$\frac{dx}{dt} = u_s, \quad \frac{du_s}{dt} = \mu(u - u_s)H(M_s, Re_s), \quad (3)$$

$$\frac{dy}{dt} = v_s, \quad \frac{dv_s}{dt} = \mu(v - v_s)H(M_s, Re_s). \quad (4)$$

Для вычисления компонентов якобиана, обозначенных как $dx/dy_0 = e$, $dy/dy_0 = f$, $du_s/dy_0 = g$, $dv_s/dy_0 = h$, используются четыре дополнительных уравнения, полученных дифференцированием уравнений (3), (4) по лагранжевой координате y_0 :

$$\frac{de}{dt} = g, \quad \frac{dg}{dt} = -\mu g H + \mu(u - u_s) \frac{\partial H}{\partial y_0}, \quad (5)$$

$$\frac{df}{dt} = h, \quad \frac{dh}{dt} = -\mu h H + \mu(v - v_s) \frac{\partial H}{\partial y_0}. \quad (6)$$

2 Результаты численных расчетов

Замкнутая система ОДУ (3)–(6) решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка в каждой из областей, разделенных газодинамическими разрывами. Уравнение (1) позволяет вычислить концентрацию частиц вдоль траекторий. В результате расчетов получена характерная картина движения частиц и распределение концентрации частиц в случаях симметричного (Рис. 2) и несимметричного (Рис. 3) течения. Видно, что за точкой взаимодействия ударных волн траектории пересекаются, возникает область неоднозначности. В симметричном случае в каждую точку области неоднозначности приходят три различные траектории, тогда как в несимметричном — от двух до четырех. Профили концентрации представлены в сечении, нормальном тангенциальному разрыву, где рассогласование скоростей фаз уже очень мало. На границах области неоднозначности концентрация частиц неограниченно возрастает. Данная особенность концентрации является интегрируемой, следовательно, модель несталкивающихся частиц остается применимой [5]. В несимметричном случае концентрация имеет локальный максимум на тангенциальном разрыве.

Рассмотрим некоторые количественные характеристики эффекта аэродинамической фокусировки частиц. Введем обозначение: $2d$ — безразмерная ширина области пересекающихся траекторий в дальней, равновесной по скоростям фаз, области течения. Назовем параметром фокусировки отношение максимального значения начальной координаты D , такой, что траектория, соответствующая ей, еще попадает в область неоднозначности, к половине ширины этой области: $\delta = D/d$. Исследуем зависимость

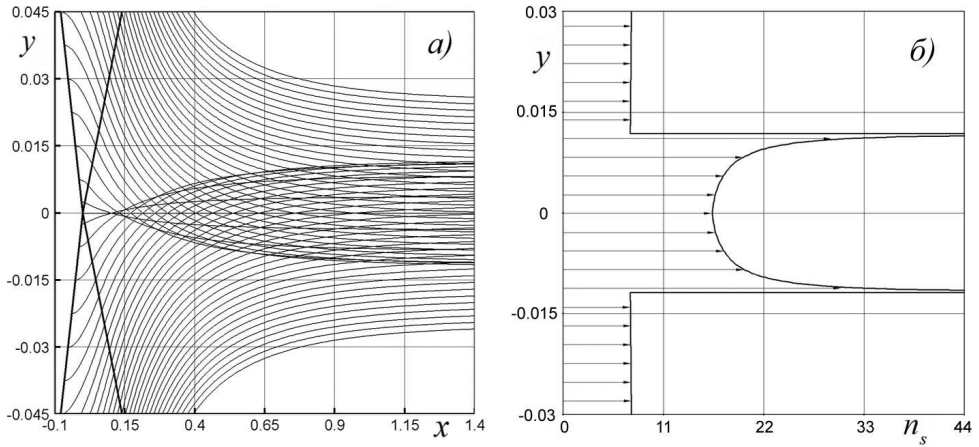


Рис. 2. Траектории (а) и профиль концентрации (б) частиц в случае симметричного взаимодействия ударных волн при $M_0 = 5$, $\varphi_0 = \psi_0 = 30^\circ$, $Re_{s0} = 100$

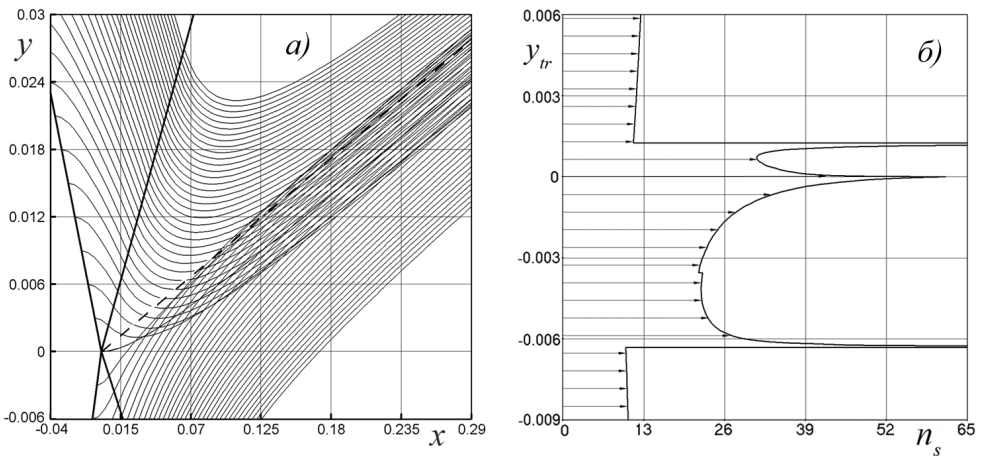


Рис. 3. Траектории (а) и профиль концентрации частиц (б) в случае несимметричного взаимодействия ударных волн при $M_0 = 8$, $\varphi_0 = 30^\circ$, $\psi_0 = 40^\circ$, $Re_{s0} = 500$ (y_{tr} — расстояние до тангенциального разрыва)

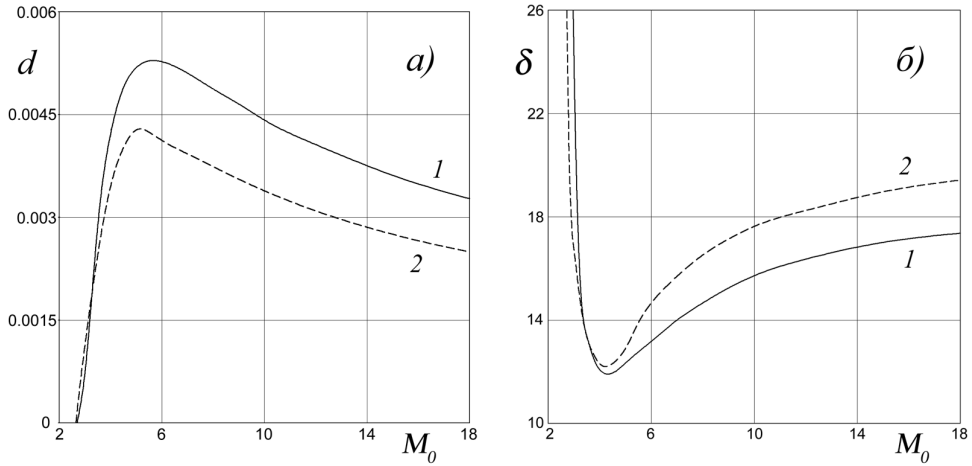


Рис. 4. Зависимость безразмерной ширины области неоднозначности (а) и параметра фокусировки (б) от начального числа Маха при $\varphi_0 + \psi_0 = 70^\circ$, $M_{s0} = 500$ (1 — симметричное, 2 — несимметричное взаимодействие)

величин d и δ от определяющих параметров: числа Маха M_0 и характерного числа Рейнольдса обтекания частиц $Re_{s0} = 2\sigma\rho_0 u_0 / \mu_0$, при этом будем считать, что остальные параметры фиксированы, а угол между входящими ударными волнами в симметричном и несимметричном случаях одинаков.

Из Рис. 4 и 5 видно, что ширина области неоднозначности имеет локальный максимум при некотором значении определяющего параметра (M_0 или M_{s0}), а при достаточно малых значениях параметров пересечения траекторий не происходит. Эффект фокусировки максимален при значениях параметров, соответствующих переходу от течений с наличием «складок» к течениям без образования таковых, поскольку в таком случае $d = 0$, а $\delta \rightarrow \infty$, то есть конечный объем дисперсной фазы стягивается в бесконечно узкую зону. При увеличении интенсивности ударных волн параметр фокусировки также возрастает, но ширина области пересекающихся траекторий остается при этом конечной. При сравнении симметричного и несимметричного режимов взаимодействия видно, что область неоднозначности в первом случае шире, а параметр фокусировки существенно не отличается, однако в обоих случаях достаточно велик.

3 Заключение

Показано, что за точкой взаимодействия ударных волн формируется узкая зона аккумуляции частиц. В широком диапазоне определяющих парамет-

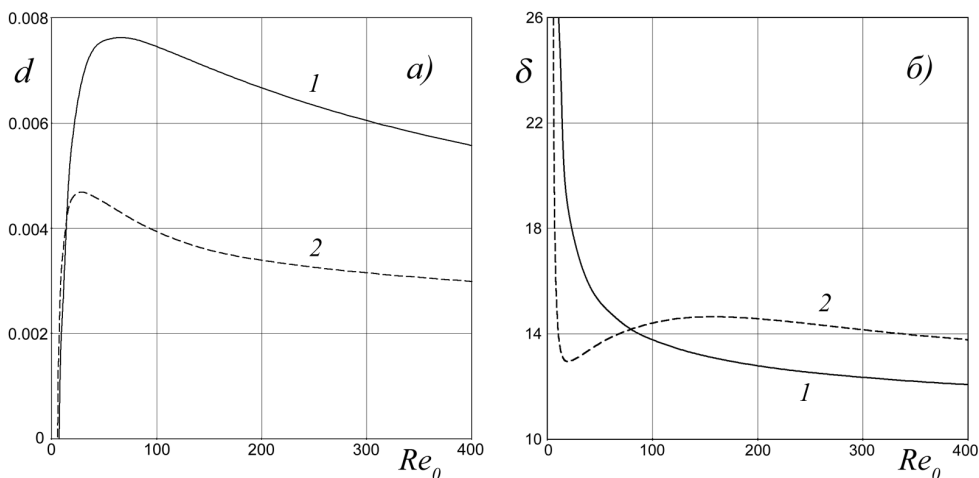


Рис. 5. Зависимость безразмерной ширины области неоднозначности (а) и параметра фокусировки (б) от характерного числа Рейнольдса при $M_0 = 4$, $\varphi_0 + \psi_0 = 60^\circ$ (1 — симметричное, 2 — несимметричное взаимодействие)

ров траектории частиц пересекаются, концентрация сильно возрастает по сравнению с начальным значением. Установлено, что при малых значениях числа Маха падающей волны и малых отклонениях закона сопротивления частиц от стоксовского эффект аэродинамической фокусировки частиц максимален.

Список литературы

- [1] Marble F. E. Dynamics of dusty gases // Annu. Rev. Fluid Mech. 1970. № 2. Pp. 397–446.
- [2] Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [3] Osipov A. N. Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // Astrophys. Space Sci. 2000. V. 274. Pp. 377–386.
- [4] Carlson D. J., Hognlund R. F. Particle drag and heat transfer in rocket nozzles // AIAA Journal. 1964. V. 2, № 11. Pp. 1980–1984.
- [5] Осипов А. Н. Исследование зон неограниченного роста концентрации частиц в дисперсных потоках // Изв. АН СССР. МЖГ. 1984. № 3. С. 46–52.
- [6] Арутюнян Г. М., Карчевский Л. В. Отраженные ударные волны. М.: Машиностроение, 1973. 376 с.