УДК 532.546

Исследование прохождения волнового импульса из газа в насыщенную пористую среду

И. Г. Хусаинов, В. Л. Дмитриев

Стерлитамакская государственная педагогическая академия, Стерлитамак

Аннотация. Изучается отражение волнового импульса от границы газ — пористая среда. Рассмотрены случаи «открытой» и «закрытой» границ пористой среды. Исследована зависимость коэффициента отражения падающего импульса от размеров пор и учета межфазного теплообмена.

Ключевые слова: ударная волна, волновой импульс, пористая перегородка, коэффициент отражения, коэффициент прохождения, граница пористой среды

1. Введение

Исследование результатов прохождения ударных волн сквозь пористые перегородки, а также их воздействия на преграды, покрытые пористым слоем, представляет значительный научный и практический интерес. Явления отражения и преломления акустических волн на границах сред интенсивно используется в сейсмологии, подводной акустике и неразрушающем контроле. Наиболее полное представление о процессе дает анализ аналитических выражений для коэффициентов отражения и преломления.

2. Постановка задачи

Пусть волновой импульс, распространяясь по газу, падает нормально на плоскую поверхность пористой среды, насыщенной таким же газом. Толщина пористой среды (перегородки) равна l, а два других ее измерения —

высоту и ширину — будем считать достаточно большими, чтобы пренебречь краевыми эффектами. Поверхность перегородки, на которую падает начальный импульс, будем считать первой границей, а параллельную ей и расположенную на расстоянии l — второй границей. В работе рассматриваются два различных случая, определяемые характером первой и второй границ:

а) «открытая» граница (в этом случае газ, содержащийся в порах, расположенных непосредственно на границе, соприкасается со свободным газом, окружающим пористую среду);

б) «закрытая» граница (на границе между пористой средой и свободным газом находится тонкая неподатливая мембрана нулевой массы).

Когда волновой импульс падает на первую границу, часть импульса отражается от границы, а другая часть — проходит в пористую среду. Как известно [1], для исследования отражения волнового импульса от границы и прохождения через нее применяют метод Фурье. Согласно этому методу падающий волновой импульс разлагается в суперпозицию гармонических плоских волн разных частот, которые отражаются от границы и проходят через нее без изменения формы, но, вообще, с разными коэффициентами отражения и прохождения. Суперпозиция отраженных (прошедших) гармонических волн и дает результирующий отраженный (прошедший) импульс. Чтобы получить суперпозицию отраженных (прошедших) гармонических волн, нужно знать коэффициент отражения (прохождения) каждого спектра импульса. Коэффициент отражения зависит не только от частоты волны, но и от свойств первой и второй сред, а также от волнового числа, и находится из граничных условий.

Волновое число, соответствующее определенной частоте, вычисляется из дисперсионной зависимости. В работе использовалась дисперсионная зависимость, полученная в [2] для случая распространения линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена.

Найдем коэффициент отражения от границы «газ—пористая среда» для гармонических волн. Пусть гармоническая плоская волна падает нормально на первую границу ($x = 0$). Тогда движение в левой части от пористой среды ($x < 0$) является наложением двух волн — падающей и отраженной, давление и скорость которых определяются по формулам:

$$p_e^{(0)} = A_{p_e}^{(0)} \exp\left[i \cdot (K_e x - \omega \cdot t)\right], \quad v_e^{(0)} = A_{v_e}^{(0)} \exp\left[i \cdot (K_e x - \omega \cdot t)\right],$$

$$p_e^{(r)} = N\, A_{p_e}^{(0)} \exp\left[i \cdot (-K_e x - \omega \cdot t)\right],$$

$$v_e^{(r)} = -N\, A_{v_e}^{(0)} \exp\left[i \cdot (-K_e x - \omega \cdot t)\right],$$

где K_e — волновое число для внешней однородной среды; N — коэффициент отражения волны. Нижний индекс (e) будем относить к параметрам внешней однородной среды. Амплитуды давления $A_{p_e}^{(0)}$ и скорости $A_{\upsilon_e}^{(0)}$ падающей гармонической волны в однородной среде связаны соотношениями:

$$A_{p_e}^{(0)} = \rho_{e0}^{0} C_e A_{\upsilon_e}^{(0)}.$$

Здесь ρ_{e0}^{0} — плотность внешней однородной среды; C_e — скорость распространения волны во внешней среде.

Известно [3], что в пористой среде, насыщенной жидкостью или газом, могут распространяться два типа продольных волн: «быстрая» и «медленная». Таким образом, при падении волны из газа на границу с пористой средой могут возникать три волны: в однородной среде — отраженная, а в пористой среде прошедшая волна делится на две: «быструю» и «медленную».

На границе $x = 0$ должны выполняться следующие условия [4]:

1) «открытая» граница:

а) силы, действующие на единицу площади границы, слева и справа равны, то есть суммарные напряжения слева и справа равны

$$p_e = -\sigma_* + p_g; \tag{1}$$

б) непрерывность давления в газе

$$p_e = p_g; \tag{2}$$

в) непрерывность нормальной компоненты скорости к поверхности раздела, усредненной по объему

$$\upsilon_e = \alpha_{g0}\upsilon_g + \alpha_{s0}\upsilon_s; \tag{3}$$

2) «закрытая» граница:

а) силы, действующие на единицу площади границы, слева и справа равны, то есть суммарные напряжения слева и справа равны

$$p_e = -\sigma_* + p_g; \tag{4}$$

б) скорости свободной газовой фазы и скелета равны

$$\upsilon_e = \upsilon_s; \tag{5}$$

в) скорости свободной газовой фазы и газа в порах равны

$$\upsilon_e = \upsilon_g. \tag{6}$$

Здесь $p_e = p_e^{(0)} + p_e^{(r)}$, $\upsilon_e = \upsilon_e^{(0)} + \upsilon_e^{(r)}$ — результирующие возмущение давления и скорость частиц на границе со стороны однородной среды.

Результирующие возмущения эффективного напряжения в скелете и давления в газовой фазе определяются по формулам:

$$\sigma_* = \left[A_{\sigma_a}\exp\left(iK_a x\right) + A_{\sigma_b}\exp\left(iK_b x\right)\right]\exp\left(-i\omega t\right),$$

$$p_g = \left[A_{p_a}\exp\left(iK_a x\right) + A_{p_b}\exp\left(iK_b x\right)\right]\exp\left(-i\omega t\right).$$

Нижние индексы (a) и (b) относятся соответственно к параметрам «быстрой» и «медленной» волн. A_{σ_a}, A_{p_a} и A_{σ_b}, A_{p_b} — амплитуды «быстрой» и «медленной» волн, распространяющихся по скелету и по газовой фазе, K_a и K_b — волновые числа для «быстрой» и «медленной» волн. Дисперсионные зависимости $K_a = K_a(\omega)$ и $K_b = K_b(\omega)$ для насыщенной газом пористой среды получены в [2]:

$$K = \frac{\omega}{C_g\sqrt{2}}\sqrt{B_1 + B_2\tilde{C}^2 \pm \sqrt{\left(B_1 + B_2\tilde{C}^2\right)^2 - 4B_3\tilde{C}^2}}, \tag{7}$$

$$B_1 = (1+\chi_T)(1+i\chi_V\alpha_{s0}),\ \ B_2 = (1+\beta(\alpha_{s0}+i\chi_V)/\alpha_{g0})/\chi_\mu,$$
$$B_3 = (1+\chi_T)(1+i\chi_V(\alpha_{s0}+\beta\alpha_{g0}))/\chi_\mu,$$
$$\tilde{C} = C_g/C_s,\ \ \beta = \rho_{g0}^0/\rho_{s0}^0,\ \ \chi_\mu = \alpha_{s0}\left(1 - i\omega\mu_s/E_s\right).$$

Здесь α_{s0} и α_{g0} — начальные объемные содержания твердой и газовой фаз; ρ_{g0}^0 и ρ_{s0}^0 — начальные значения плотности газовой фазы и скелета; E_s и μ_s — модуль упругости и коэффициент динамической вязкости пористого скелета. Скорости волны в газовой фазе C_g и в скелете C_s определяются по формулам $C_g = \sqrt{\gamma p_0/\rho_{g0}^0}$ и $C_s = \sqrt{E_s/\rho_{s0}^0}$. Коэффициенты χ_V и χ_T получены в [2] и учитывают влияние, соответственно, нестационарных сил межфазного взаимодействия и теплообмена между скелетом и газом, насыщающим поры среды, на динамику «быстрой» и «медленной» волн, распространяющихся в пористой среде.

Из граничных условий (1)–(6) и системы макроскопических линеаризованных уравнений массы для скелета пористой среды и газа в порах, уравнений импульсов и уравнения состояния [2] получим коэффициенты отражения и прохождения

для «открытой» границы:

$$N_{op} = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}, \quad M_{op} = 1 + N_{op}, \tag{8}$$

$$\lambda_1 = B_b - B_a\varphi, \quad \lambda_2 = \rho_e C_e[\alpha_{g0}(G_b - G_a\varphi) + \alpha_{s0}(1-\varphi)],$$

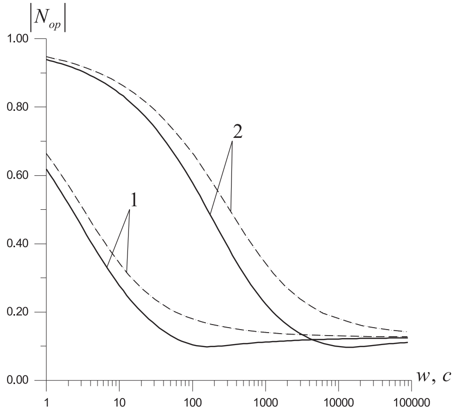

Рис. 1. Коэффициент отражения от открытой границы «газ–пористая среда»

для «закрытой» границы:

$$N_{cl} = \frac{\xi_1 + \xi_2}{\xi_1 - \xi_2}, \;\; M_{cl} = 1 + N_{cl}, \tag{9}$$

$$\xi_1 = (D_a - B_a)(1 - G_b)/(G_a - 1) + D_b - B_b,$$

$$\xi_2 = \rho_e C_e[(1 - G_b)/(G_a - 1) + 1],$$

$$G_{a,b} = \frac{1 + i\beta\chi_v - C_s^2\phi_{a,b}^2\chi_\mu}{\beta(1 + i\chi_v)}, \; D_{a,b} = -E_s\chi_\mu\phi_{a,b}, \; \varphi = D_b/D_a,$$

$$B_{a,b} = \left[\rho_{g0}^0\alpha_{g0}G_{a,b} + \alpha_{s0}\rho_{s0}^0 - E_s\chi_\mu\phi_{a,b}^2\right]/\phi_{a,b}, \; \phi_{a,b} = K_{a,b}/\omega.$$

Аналогичные формулы получены для границы «жидкость—пористая среда». Для численного расчета параметры фаз взяты при температуре среды 300 K и давлении $p_0 = 10^5$ Па. Для резины: $\lambda_s = 0.15$ Дж/(м·с·K), $c_s = 1571$ Дж/(кг· K), $\rho_{s0}^0 = 920$ кг/м^3, $E_s = 10^8$ Па, $\mu_s = 10^2$ Па·с; для воздуха: $\lambda_g = 0.027$ Дж/(м·с·K), $c_g = 1006$ Дж/(кг·K), $\rho_{g0}^0 = 1.17$ кг/м^3, $\mu_g = 1.86 \cdot 10^{-5}$ Па·с, $\gamma = 1.4$; для воды: $\rho_{l0}^0 = 10^3$ кг/м^3, $\mu_l = 10^{-3}$ Па·с, $C_l = 1500$ м/с.

На Рис. 1 приведена зависимость коэффициента отражения для «открытой» границы от частоты для случая «газ—пористая среда».

Штриховые линии получены с учетом межфазного теплообмена, а жирные — без учета. Линии 1 соответствуют радиусу пор $a_0 = 10^{-3}$ м, а линии 2 — $a_0 = 10^{-4}$ м. Из рисунка видно, что для мелкодисперсных пор отражение сильнее. Уменьшение радиуса пор в 10 раз приводит примерно к двукратному увеличению коэффициента отражения, но с увеличением частоты эта разница исчезает, и при $\omega \geq 5000$ с$^{-1}$ коэффициент отражения почти не зависит от радиуса пор. Учет межфазного теплообмена приводит к увеличению коэффициента отражения примерно на 10–30%.

В случае «закрытой» границы волна, падающая из газа в пористую среду, отражается как от жесткой стенки, а волна, падающая из воды в пористую среду, отражается как от мягкой стенки. Коэффициент отражения в случае «закрытой» границы слабо зависит от радиуса пор.

На основе полученных выражений для коэффициентов отражения и прохождения гармонических плоских волн рассмотрена эволюция волн конечной длительности при прохождении через пористую среду. В работе использовался импульс давления, который имеет колоколообразную форму и описывается выражением $p^{(0)}(0,t) = \Delta p_0 \exp\left(-\left(\dfrac{t-t_m}{t_*/2}\right)^2\right)$. Здесь t_* и t_m определяют характерную протяженность импульса и момент времени, на который приходится максимум амплитуды первоначального импульса; $p^{(0)}(0,t)$ — осциллограмма давления для падающей волны.

3. Заключение

Показано, что уменьшение радиуса пор в случае «открытой» границы приводит на низких частотах к увеличению коэффициента отражения. Результаты численной реализации, полученные с использованием метода быстрого преобразования Фурье, показали, что учет межфазного теплообмена приводит к дополнительному затуханию импульса примерно на 20%.

Список литературы

[1] Исакович М. А. Общая акустика. М.: Наука, 1973. 496 с.

[2] Шагапов В. Ш., Хусаинов И. Г., Дмитриев В. Л. Распространение линейных волн в насыщенных газом пористых средах с учетом межфазного теплообмена // ПМТФ. 2004. Т. 45, №4. С. 114–120.

[3] Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. II. Highter-frequency range // The Journal of the Acoustical Society of America. 1956. V. 28, № 2. P. 179–191.

[4] Deresiewicz By. H., Skalak. R. On uniqueness in dynamic poroelasticity // Bulletin of the seismological society of America. 1963. V. 53, № 4. P. 783–788.