



УДК 532.546

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕЧЕНИЯ ПРИРОДНОГО ГАЗА В ТРУБОПРОВОДАХ ПРИ НАЛИЧИИ ГИДРАТООБРАЗОВАНИЯ

*В. Ш. Шагапов, Р. Р. Уразов*

Стерлитамакская государственная педагогическая академия, Стерлитамак

**Аннотация.** Рассматривается течение влажного природного газа в трубопроводе при наличии образования газовых гидратов на внутренних стенках канала. При описании явления учитываются такие взаимосвязанные процессы как фазовые превращения и массоперенос воды в состав газогидратов, теплопередача между газовым потоком и окружающей средой, теплопроводность в грунте.

**Ключевые слова:** многофазная система, математическое моделирование, газовые гидраты

---

## 1. Математическая модель

Влажный природный газ с заданным компонентным составом транспортируется в трубопроводе, на внутренних стенках которого образуются газовые гидраты. Вода, содержащаяся в газовом потоке, может находиться в двух агрегатных состояниях: в виде пара и в виде капелек жидкости. Фазовые переходы влаги происходят в равновесном режиме. Основные линейные характеристики трубы заданы следующим образом:  $L$  — длина рассматриваемого трубопровода,  $a_0$  — внутренний радиус,  $a_1$  — внешний радиус,  $a_2$  — радиус трубопровода при наличии теплоизоляции,  $a$  — внутренний радиус трубы при наличии гидратного слоя. Гидраты образуют на внутренних стенках трубы радиально-симметричный слой отложений.

Введем ряд упрощающих допущений: 1) потери газа на образование гидратов пренебрежимо малы, поэтому его расход по длине трубы оста-

ся постоянным; 2) скорость течения газа гораздо меньше скорости звука; 3) движение газа в трубе рассматривается в гидравлической постановке; 4) значения давления и температуры потока принимаются средними по сечению трубы; 5) температура для каждого сечения канала одинакова для обеих фаз (газа и жидкости); 6) газ считается идеальным. Ось  $Z$  направим по течению газа, ее начало совпадает с входным сечением трубопровода.

Приведенные допущения позволяют для описания движения газа использовать стационарные уравнения неизотермического течения газа в канале в квазиодномерном приближении:

$$m_g \frac{dk_w}{dz} = -J_w, \quad (1)$$

$$m_g \frac{dw_g}{dz} = -S \frac{dp}{dz} - f, \quad (2)$$

$$m_g c_g \frac{dT_g}{dz} = \frac{m_g}{\rho_g} \frac{dp}{dz} + m_g l_w \frac{dk_{liq}}{dz} - Q_{g\sigma}, \quad (3)$$

где  $J_w = 2\pi a j_w$ ,  $f = 2\pi a \chi$ ,  $\chi = \lambda \frac{\rho_g w_g^2}{8}$ ,  $\lambda = (1.8 \lg \text{Re} - 1.5)^{-0.5}$ ,  
 $\text{Re} = \frac{2a\rho_g w_g}{\eta_g}$ ,  $a = a_0 - \delta$ ,  $Q_{g\sigma} = 2\pi a q_{g\sigma}$ .

Здесь  $m_g$  — массовый расход газа;  $w_g$  — скорость течения газа;  $S$  — площадь поперечного сечения;  $p$  — давление газа;  $f$  — сила гидравлического сопротивления;  $\lambda$  — коэффициент гидравлического сопротивления;  $\rho_g$  — плотность газа;  $c_g$  — удельная теплоемкость газа;  $T_g$  — температура газа;  $l_w$  — скрытая теплота парообразования воды;  $k_{liq}$  — массовое содержание воды в жидком виде;  $\eta_g$  — динамическая вязкость;  $Q_{g\sigma}$  — интенсивность отвода тепла, отнесенная к единице длины газопровода;  $k_w$  — содержание всей массы воды в газовом потоке;  $J_w$  — интенсивность расхода воды на гидратообразование.

Массовое содержание воды  $k_w$  связано с массовыми концентрациями  $k_{liq}$  и  $k_v$  следующим соотношением

$$k_w = k_{liq} + (1 - k_{liq})k_v. \quad (4)$$

Уравнения (1)–(3) замыкаются условием постоянства массового расхода газа

$$m_g = \rho_g w_g S, \quad (5)$$

уравнением для распределения равновесной концентрации водяного пара вдоль трубопровода

$$k_v = \frac{p_{w*} R_g}{p R_v} \exp\left(-\frac{T_{w*}}{T_g}\right), \quad (6)$$

условием термодинамического равновесия для гидрата [1]

$$T_s = T_{h*} \ln\left(\frac{p}{p_{s*}}\right) + T_{s*} \quad (7)$$

и уравнением состояния для газа

$$p_g = \rho_g R_g T_g.$$

Здесь  $T_s$  — равновесная температура гидратообразования;  $p_{w*}$ ,  $T_{w*}$ ,  $T_{s*}$ ,  $T_{h*}$  — эмпирические параметры;  $R_g$ ,  $R_v$  — приведенные газовые постоянные для газа и водяного пара.

Кроме того, для однозначного решения указанной системы уравнений необходимо записать соотношение, определяющее текущее положение границы «газовый поток–газогидрат»

$$\frac{\partial \delta}{\partial \tau} = \frac{j_h}{\rho_h}, \quad (8)$$

где  $j_h$  — интенсивность гидратообразования;  $\rho_h$  — плотность гидрата;  $\tau$  — время, прошедшее с момента запуска трубопровода в эксплуатацию; тогда «живой» радиус сечения трубопровода определяется как  $a = a_0 - \delta$ .

При моделировании течения газа в трубопроводе в простейшем случае можно принять температуру грунта постоянной. В общем же случае для определения температуры  $T_G$  нужно решить задачу теплопроводности в грунте. Процесс теплопроводности в грунте предполагается плоскорадиальным. В соответствии с допущением эта задача формулируется следующим образом:

$$\frac{\partial T_G}{\partial \tau} = \aleph \left( \frac{\partial^2 T_G}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_G}{\partial r} \right),$$

$$t = 0, T_G = T_{G0}, r = a_2, -\frac{\partial T_G}{\partial r} = \alpha(T_\sigma - T_G), r \rightarrow \infty, T_G \rightarrow T_{G0},$$

$$\aleph = \lambda_G / c_G \rho_G, \alpha = \alpha_{\sigma G} / \lambda_G.$$

Здесь  $\aleph$  — температуропроводность грунта;  $\lambda_G$ ,  $c_G$ ,  $\rho_G$  — теплопроводность, удельная теплоемкость, плотность пород.

Согласно физике процесса отложение газогидратов начинается в сечении трубопровода  $z = z_s$ , где на стенках конденсируется вода и выполняется условие  $T_\sigma = T_s(p)$  ( $T_\sigma$  — температура внутренней поверхности трубопровода). При этом данный вид твердых отложений может происходить в двух режимах, а именно: в режиме теплового баланса и в режиме дефицита воды. Первый режим реализуется на тех участках

трубы, где вода в газовом потоке содержится в большом количестве. В этом случае интенсивность образования газогидратов лимитируется отводом тепла от внутренней его поверхности и определяется из условия теплового баланса на границе раздела «газ–гидрат»

$$h_h j_h = q_{\sigma G} - q_{g\sigma}, \quad (9)$$

с учетом зависимости температуры стенки  $T_\sigma$  в виде  $T_\sigma = T_s(p)$  и соотношения, определяющего интенсивность теплоотдачи от потока к внутренней стенке канала

$$q_{g\sigma} = \frac{\lambda_g \text{Nu}(T_g - T_\sigma)}{2a}, \quad \text{Nu} = 0.021 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.43}, \quad (10)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{K}, \quad K = \frac{\lambda_g}{\rho_g c_g},$$

где  $\nu$ ,  $K$  и  $\lambda_g$  — соответственно кинематическая вязкость, коэффициенты температуропроводности и теплопроводности газа, определенные при средней температуре потока.

Интенсивность теплопередачи между стенкой трубопровода и грунтом примем в виде [2]

$$q_{\sigma G} = \alpha_{\sigma G}(T_\sigma - T_G),$$

$$\frac{1}{2a\alpha_{\sigma G}} = \frac{1}{2\lambda_h} \ln \frac{a_0}{a} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{a_1}{a_0} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{a_2}{a_1} + \frac{1}{\lambda_G} \ln \left( \frac{h}{a_2} + \sqrt{\left(\frac{h}{a_2}\right)^2 - 1} \right). \quad (11)$$

Здесь  $\lambda_h$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  и  $\lambda_G$  — коэффициенты теплопроводности газогидрата, стенки трубы, теплоизоляционного материала и грунта;  $h$  — глубина заложения трубопровода.

Из-за образования твердых отложений происходит обеднение потока влагой, и вследствие этого, начиная с некоторого сечения трубопровода, его склероз происходит во втором режиме. Для расчета интенсивности  $j_h$ , принимая во внимание «стехиометрическое» условие  $j_w = (1 - k_{g,h})j_h$ , запишем следующее выражение

$$j_w = D\rho_g k_w \text{Sh}, \quad \text{Sh} = 0.021 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{0.43}, \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{D}, \quad \nu = \frac{\eta_g}{\rho_g}.$$

Здесь  $k_{g,h}$  — массовое содержание газа в составе гидрата;  $D$  — коэффициент диффузии молекул воды к поверхности раздела газ–гидрат.

Таким образом получена замкнутая система уравнений (1)–(11), описывающая течение влажного природного газа в магистральных трубопроводах при наличии образования газогидратных отложений на внутренних стенках канала.

## Список литературы

- [1] Бондарев Э. А., Габышева Л. Н., Каниболотский М. А. Моделирование образования гидратов при движении газа в трубах // Изв. АН СССР. МЖГ. 1982. № 5. С. 105.
- [2] Гужов А. И., Титов В. Г., Медведев В. Ф., Васильев В. А. Сбор, транспорт и хранение природных углеводородных газов. М.: Недра, 1978. 401 с.