

УДК 681.5.017

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛН В ПЕСКЕ ПРИ РАЗЛИЧНОЙ НАСЫЩЕННОСТИ¹

Ахметов А. Т. , Лукин С. В.* , Балапанов Д. М.* ,
Урманчиев С. Ф.* , Гумеров Н. М.** , Яхин И. К.***

*Институт механики УНЦ РАН, Уфа

**ФГБОУ ВПО Башкирский государственный университет, Уфа

Аннотация. Приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований распространения слабых ударных волн во влажном песке при различной водонасыщенности. Построена математическая модель и проведен численный анализ распространения импульсов давления в пористых средах с учетом капиллярных сил. Установлена немонотонная зависимость амплитуды волны, образующейся во влажной пористой среде, от степени водонасыщенности. Проанализирована эволюция быстрой, медленной и фильтрационной волн в зависимости от насыщенности системы водой. Проведена оценка влияния капиллярных сил на распространение продольных волн.

1. Введение

Результаты теоретических и экспериментальных исследований обнаруживают в водонасыщенном песке распространение двух типов продольных волн (быстрой и медленной) [1, 2]. Наличие двухволновой конфигурации связано с синфазными и противофазными колебаниями скелета пористой среды и насыщающей его жидкости. Исследования Г. М. Ляхова [3] и В. Е. Донцова [4] показали, что увеличение содержания газа оказывает существен-

¹Работа выполнена при финансовой поддержке Программы фундаментальных исследований ОЭММПУ РАН «Механика неоднородных жидкостей в полях внешних сил» и Гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-4381.2010.1

ное влияние на интенсивность угасания взрывных волн с расстоянием, она возрастает в десятки и сотни раз. При этом в десятки раз уменьшается скорость распространения максимума возмущения. В работе Ю. И. Колесникова [5] исследовано влияние поверхностного натяжения на формирование медленной продольной волны во влажном ненагруженном песке. Перед авторами стояла задача проведения экспериментальных и теоретических исследований распространения слабых ударных волн в насыпных пористых средах с объемным содержанием жидкости от 0 до 100%. Физико-химические и механические свойства этих сред зависят от свойств удерживаемой ими влаги. Кинетика массообменных процессов определяется подвижностью и энергией связи влаги с твердой фазой и является основой многих технологий. В частности, исследование водопроницаемости грунтов и почв методами акустического каротажа, управление флотацией и капиллярной пропиткой.

2. Установка и методика измерений

Для решения поставленной задачи ударная труба оснащается секцией насыпных сред (СНС) для изучения прохождения волн в газоводонасыщенной пористой среде с донными и боковыми датчиками. Схема установки приведена на рис. 1, она состоит из камеры высокого давления (КВД), камеры низкого давления (КНД), блока для смены диафрагм и секции насыпных сред. Из баллона со сжатым воздухом в камеру высокого давления нагнетается газ до давления разрыва диафрагмы. Для получения слабых ударных волн использовалась калька. Наиболее чувствительные датчики группы 3 расположены на дне секции насыпных сред, один из них регистрировал прошедшую волну по среде, другой — фильтрационную. Два датчика группы 2 на боковой стенке ударной трубы: один в КНД фиксировал параметры падающей волны, второй в СНС на уровне верхнего слоя насыпки фиксировал параметры вошедшей в пористую структуру волны. Калибровка проводилась путем сопоставления расчетных значений давления на фронте ударной волны, получающейся из

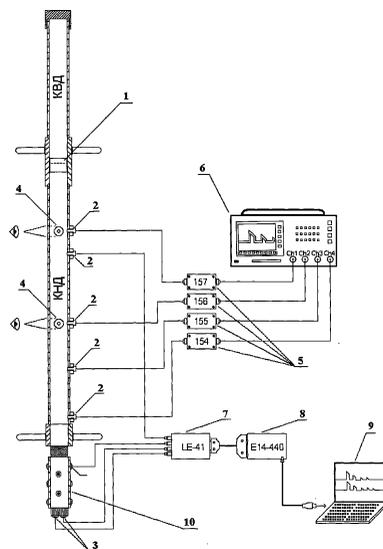


Рис. 1. Схема установки с системой регистрации давления и визуализации: 1 — блок для смены диафрагмы; 2 — пьезоэлектрические датчики давления; 3 — донные пьезоэлектрические датчики давления (без сетки и с сеткой); 4 — смотровые окна; 5, 7 — усилители заряда; 6 — цифровой осциллограф; 8 — АЦП; 9 — компьютер с установленной программой регистрации данных LGraph; 10 — секция насыпных сред. Расстояние от диафрагмы до датчиков: $LP_1 = 660$ мм, $LP_2 = 1820$ мм, $LP_3 = LP_4 = 2050$ мм

классической волновой теории ударных волн, образующейся при распаде разрыва в газе. Нагнетание воздуха в КВД до давления 60 кПа приводит к разрыву диафрагмы из кальки, разделяющей КВД и КНД. Надо учитывать то, что фильтрация рабочего газа через диафрагму пренебрежимо мала (10 кПа). Следовательно, в КВД и в КНД не происходит уравнивание давлений. После разрыва диафрагмы в трубе формируется ударная волна. Исследуемый пористый образец представлял собой насыпку из песчинок с небольшим разбросом по размерам (рис. 2) в секции насыпных сред. Использовалась фракция речного песка, выделенная

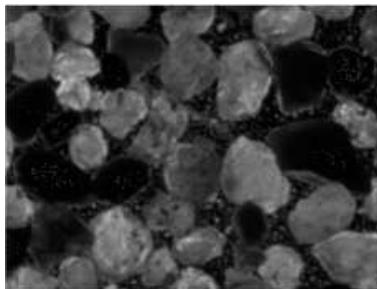


Рис. 2. Микрофотография состава насыпки

при продувке вентилятором. Засыпка частиц осуществлялась в месте разделения КНД и СНС, где на трубе оборудован разборный стык. Затем насыпку подвергали вибрационной утряске и выравнивали ее поверхность при помощи шеста с круглым наконечником по диаметру секции. При этом высота насыпки не превышала фиксированного уровня.

Пористость насыпки определялась по стандартной методике. Взвешивался определенный объем высушенной, уплотнённой вибрационной утряской пористой среды V_0 , затем этот объем насыщался водой и производилось взвешивание насыщенной среды. Зная массы m_1 и m_2 сухой и насыщенной среды соответственно, можно рассчитать массу воды, которая заняла 100% порового пространства песка объемом V_0 . Также зная, что объем воды в мл $V_{п0}$ соответствует массе воды в граммах, мы можем рассчитать коэффициент пористости среды (песка) по формуле:

$$K_0 = \frac{V_{п0}}{V_0} \cdot 100\%. \quad (1)$$

Таким образом, найденная для насыпки пористость получилась равной 35%.

3. Экспериментальные результаты

Осциллограммы при различном содержании заземленной воды показаны на рис. 3. Красными линиями показаны данные с

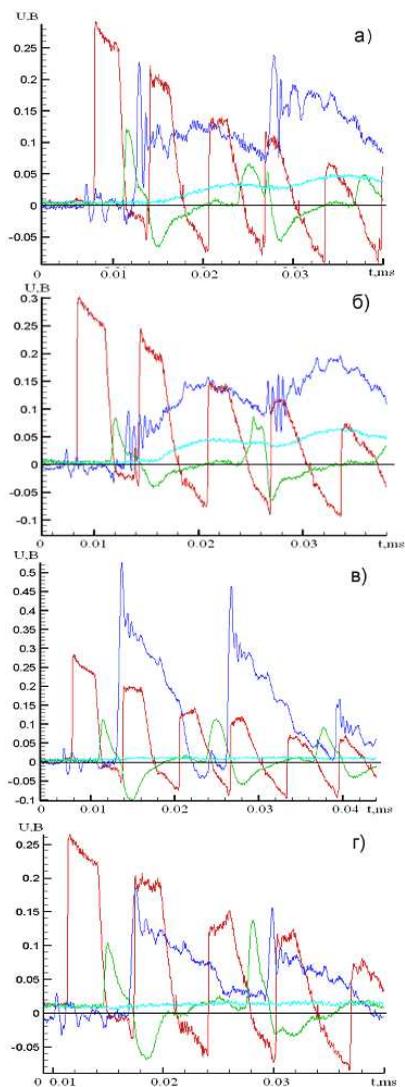


Рис. 3. Осциллограммы при различном содержании защемленной воды. Красные линии соответствуют датчику LP1; синие — LP2; зеленые — LP3; голубые — LP4. а) сухой песок (насыщенность 0%), б) насыщенность 10%, в) насыщенность 97%, г) насыщенность 100%

датчика LP1, расположенного над пористым образцом. Зелеными линиями — с датчика LP2. Голубые и синие линии соответствуют датчикам LP3 и LP4 соответственно. Значения для давления приведены в вольтах ($1 \text{ В} \approx 90 \text{ кПа}$). За 40 мкс ударная волна успевает несколько раз отразиться от дна и вершины трубы (кривая красного цвета). Данные, полученные с датчика LP2, показывают, что в пористой среде распространяется волна сжатия, за которой следует волна разряжения. Датчик LP4 отображает параметры быстрой волны, медленная волна видна на осциллограмме, полученной с датчика LP3. При увеличении насыщенности до 10% происходит уменьшение амплитуды упругой волны в 4 раза. При увеличении до 97% амплитуда увеличивается на порядок. Затем падает в три раза до значений, полученных при прохождении волны в сухом песке.

Построены интегральные зависимости скорости распространения и амплитуды прошедшей по среде и фильтрационной волн от водонасыщенности (рис. 4). Кривые демонстрируют немонотонную зависимость, что говорит об изменении структуры среды при средних значениях водонасыщенности.

4. Математическая модель

Рассмотрим модель пористого тела в виде системы, состоящей из сферических частиц одинакового размера. Частицы могут быть уложены различным способом. Кубическая укладка, когда частицы расположены в вершинах куба, соответствует наименее плотной укладке. Наименьшая пористость такой укладки равна 0,4764. Наиболее плотная — гексагональная укладка, когда частица соприкасается с двенадцатью соседними частицами. Наименьшая пористость такой укладки равна 0,2595. Рассмотрим схему взаимодействия частиц показанную на рис. 5 [5, 6, 8, 9]. По мере поступления флюида в пористую среду между двумя частицами образуется скопление жидкости, которое имеет вид двояковогнутой линзы. Кривизна боковой поверхности измеряется радиусом r_2 .

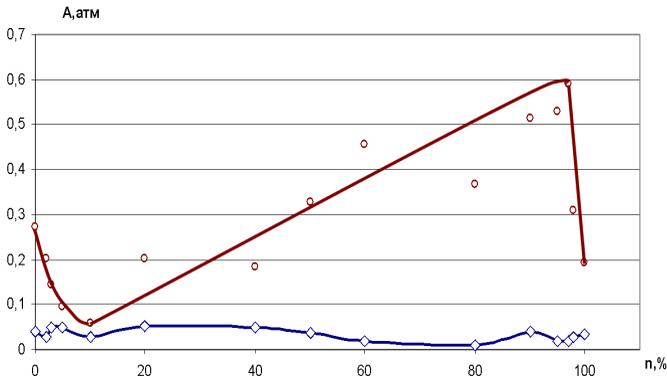


Рис. 4. График зависимости амплитуды прошедшей волны от степени водонасыщенности. Сплошной линией показаны средние значения амплитуды прошедшей волны для открытого датчика

Тогда сила капиллярного сцепления между двумя частицами равна [6]:

$$F_{\sigma} = \sigma \pi a \sin \varphi \left(a \sin \varphi \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + 2 \sin (\varphi + \theta) \right), \quad (2)$$

где $r_1 = a \sin \varphi - \left(a (1 - \cos \varphi) + \frac{l}{2} \right) \frac{1 - \sin (\varphi + \theta)}{\cos (\varphi + \theta)}$, $r_2 = \frac{a (1 - \cos \varphi) + l/2}{\cos (\varphi + \theta)}$; σ — поверхностное натяжение жидкости; θ — краевой угол смачивания жидкостью твердого тела; φ — угол, образованный двумя выходящими из центра частицы лучами, один из которых направлен в центр мениска, другой к его краю; a — радиус частицы.

Рассмотрим частицу с двенадцатью прилегающими к ней сферами. Гексагональная ячейка образуется соединением центров этих сфер (рис. 6).

Для определения параметров капиллярной силы используем три слоя сфер. Верхний и нижний слои содержат шесть 1/6-

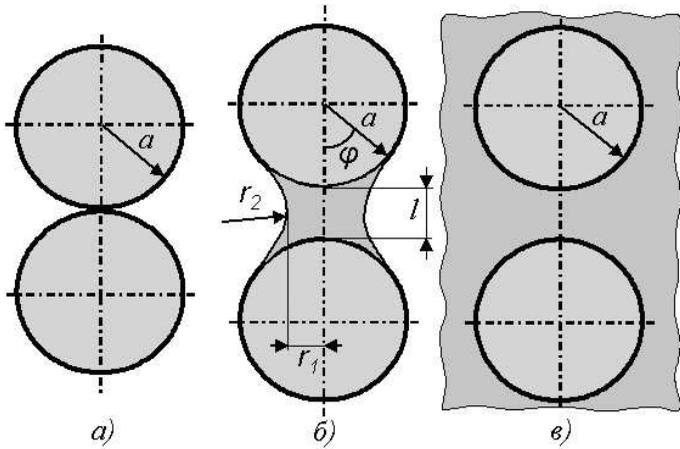


Рис. 5. Схема взаимодействия частиц: а) сухой песок, б) частично насыщенный песок, в) полностью насыщенная пористая среда

части сферы и одну полусферу. Следовательно, общее число сфер равно 6. Чтобы подсчитать число сфер в среднем ряду необходимо использовать свойство симметрии, согласно которому часть сферы по одну сторону от средней частицы должна уравниваться частью по другую сторону. Поскольку в основании лежит шестиугольник, то в среднем слое находится 3 сферы. Таким образом, объем твердой фазы в гексагональной ячейке равен $V_2 = 4/3\pi a^3 \cdot 6 = 8\pi a^3$. Определим объем всей ячейки. Общая площадь состоит из трех пирамид, в основании которых шестиугольник. Площадь шестиугольника в основании равна $3/2\sqrt{3}(2a+l)^2$. Высота пирамиды равна $(2a+l)\sqrt{2/3}$. Следовательно, полный объем гексагональной ячейки равен $V = 3/2\sqrt{2}(2a+l)^3$. Тогда можно получить соотношение для расстояния между частицами:

$$l = 2a \left(\left(\frac{\sqrt{2}\pi}{3\alpha_2} \right)^{1/3} - 1 \right), \quad (3)$$

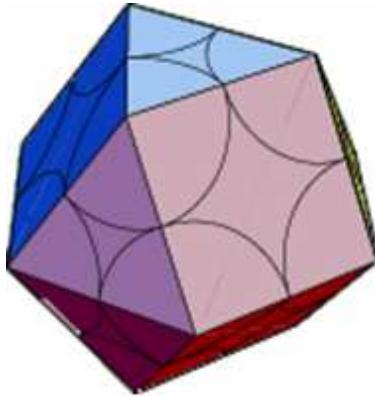


Рис. 6. Гексагональная упаковка

где α_2 — объемное содержание частиц скелета пористой среды в единице объема смеси. Следуя работе [6] объем жидкости равен:

$$V_6 = 2\pi \left(\cos(\varphi + \theta) + (\varphi + \theta) - \frac{\pi}{2} \right)^2 (r_2^3 + r_1 r_2^2) + r_1^2 r_2 \cos(\varphi + \theta).$$

Выражение между углом φ и объемным содержанием фаз:

$$\begin{aligned} \psi \alpha_1 (2a + l)^3 = 2\sqrt{2}\pi \left(\cos(\varphi + \theta) + (\varphi + \theta) - \frac{\pi}{2} \right)^2 \times \\ \times (r_2^3 + r_1 r_2^2) + r_1^2 r_2 \cos(\varphi + \theta), \end{aligned} \quad (4)$$

где ψ — объемное содержание жидкости в единице объема газовой фазы. Предполагаем, что при движении частиц угол θ остается неизменным. В дальнейших расчетах примем, что $\theta = \pi/5$ из решения соотношения 4 относительно φ .

На основе предположений механики многофазных сред рассмотрим одномерное движение двухфазной системы, состоящей из вязкоупругого скелета и насыщающих его жидкости или газа. Систему уравнений можно записать в следующем виде [7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_i v_i)}{\partial x} &= 0, \\ \rho_1 \frac{d_1 v_1}{dt} &= -\alpha_1 \frac{\partial p_1}{\partial x} - F_{12}, \quad \rho_2 \frac{d_2 v_2}{dt} = -\alpha_2 \frac{\partial p_1}{\partial x} + F_{12} + \frac{\partial \sigma_{2*}}{\partial x}, \quad (5) \\ \frac{d_2 \sigma_{2*}}{dt} - E_{f*} \frac{d_2 \varepsilon_{2*}}{dt} &= -\frac{1}{t_{20}} (\sigma_{2*} - E_{e*} \varepsilon_{2*}). \end{aligned}$$

В случае насыщения пористой среды жидкостью система дополняется уравнениями состояния:

$$p_i - p_0 = C_i^2 (\rho_i^0 - \rho_{i0}^0), \quad p_2 = p_1 - \frac{v \sigma_{2*}}{\alpha_2}. \quad (6)$$

Когда дисперсионная фаза газ, система 5 замыкается уравнением сохранения энергии для каждой фазы и уравнениями состояния:

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{d_1 u_1}{dt} &= \frac{\alpha_1 p_1}{\rho_1^0} \frac{d_1 \rho_1^0}{dt} + F_{12} (v_1 - v_1) - Q_{12} + \frac{1}{2} \sigma_{2*} \frac{\partial v_2}{\partial x}, \\ \rho_2 \frac{d_2 u_{2T}}{dt} &= Q_{12} + \frac{1}{2} \sigma_{2*} \frac{\partial v_2}{\partial x}, \quad (7) \\ p_1 &= \rho_1^0 R T_1, \quad u_1 = C_{v1} (T_1 - T_0), \quad u_{2T} = C_2 (T_2 - T_0), \end{aligned}$$

где $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\rho_i = \alpha_i \rho_i^0$; ρ_1^0, ρ_1 – истинная и приведенная плотности газа; p_1 – давление в газе; α_i, v_i, u_i – объемное содержание, скорость и внутренняя энергия i -й компоненты двухфазной среды; F_{ji} – межфазная сила; Q_{ji} – интенсивность передачи тепла от j -й к i -й фазе; R – газовая постоянная; C_{V1} – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; T_i – температура i -й фазы, индекс $i = 1$ относится к газу, $i = 2$ к твердой фазе.

Сила взаимодействия $F_{12} = F_\mu + F_\sigma$ между несущей средой и частицами состоит из силы трения Стокса и осредненной силы капиллярного сцепления:

$$F_\sigma = \alpha_1 \alpha_2 \sigma \pi a \sin \varphi \left(a \sin \varphi \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) + 2 \sin (\varphi + \theta) \right). \quad (8)$$

Для определения коэффициента силы сопротивления η_μ используем следующие формулы [7, 10, 12]:

$$\eta_\mu \sim \frac{\alpha_{10} a_{20}^2}{K_0} \text{ — для жидкости,}$$

$$\eta_\mu = \frac{3}{16} C_\mu \text{Re}_{12}, \text{ где } \text{Re}_{12} = \frac{2a_2 \rho_1^0 |v_1 - v_2|}{\mu_1} \text{ — для газа.}$$

Здесь $C_\mu = \frac{100}{37} ((\alpha_2 - 0,08) C_{2\mu} + (0,45 - \alpha_2) C_{1\mu})$, $C_{1\mu} = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4,4}{\text{Re}_{12}^{0,5}} + 0,42$, $C_{2\mu} = \frac{4}{3\alpha_1} \left(1,75 + \frac{150\alpha_2}{\alpha_1 \text{Re}_{12}} \right)$, K_0 — проницаемость среды.

При отсутствии фазовых переходов и при условии, что коэффициент теплопроводности материала твердой фазы много больше коэффициента теплопроводности газа, интенсивность межфазного теплообмена выражается в следующем виде:

$$Q_{12} = 3\alpha_2 a_2^{-2} \lambda_* (T_1 - T_2),$$

где $\lambda_* = \lambda_1 Nu$, λ_1 — коэффициент теплопроводности газа. Для числа Нуссельта воспользуемся эмпирической формулой А. Ф. Чудновского [11]:

$$\text{Nu} = \begin{cases} 2 + 0,106 \text{Re}_{12} \text{Pr}_1^{\frac{1}{3}}, & \text{Re}_{12} \leq 200, \\ 2,27 + 0,06 \text{Re}_{12}^{0,67} \text{Pr}_1^{\frac{1}{3}}, & \text{Re}_{12} > 200. \end{cases}$$

где число Прандтля $\text{Pr}_1 = C_p \mu_1 / \lambda_1$.

Модули упругости скелета определим через скорость звука в скелете, соответствующими мгновенному и длительному модулям:

$$E_{f*} = \rho_{20} D_{f*}^2, \quad E_{e*} = \rho_{20} D_{e*}^2,$$

где ρ_{20} — начальная приведенная плотность частиц скелета; D_{f*} , D_{e*} — скорости звука в скелете.

Для численной реализации системы уравнений используется двухшаговая схема Лакса–Вендроффа.

На рис. 7 показаны численные осциллограммы давления и полного напряжения в пористой среде, насыщенной газом. Видно

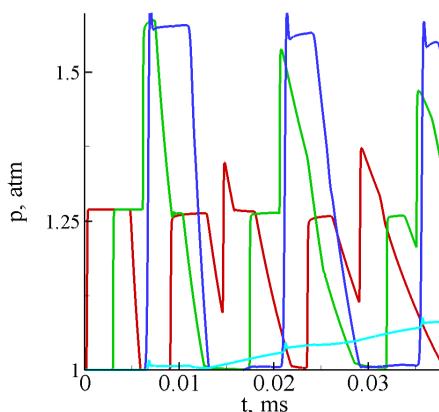


Рис. 7. Численные расчеты распространения волн давления в пористой среде насыщенной газом. Красные линии соответствуют датчику LP1, синие — LP2, зеленые — LP3, голубые — LP4

хорошее качественное соответствие между экспериментальными (рис. 3) и численными результатами. Поскольку в реальных пористых средах действуют дополнительные механизмы диссипации энергии медленной волны, в численных экспериментах амплитуда медленной волны значительно ниже (графики зеленого цвета). Осцилляции на переднем фронте волны — погрешность численной схемы.

На основании выполненных экспериментов можно предположить, что при ударных нагружениях происходит дополнительная переупаковка предварительно уплотненной насыпки, что сильнее проявляется при водонасыщенности до 10%. Это также приводит к ослаблению фильтрационной волны при последующих нагружениях. Обнаружена большая чувствительность от водонасыщенности волны, проходящей по скелету при малых и больших концентрациях влаги, до 10% и свыше 97% соответственно. Физическая сторона такого поведения ударной волны может быть связана с расклинивающим давлением при малых концентрациях воды, при больших концентрациях — существен-

ным уменьшением пузырьков газа. В диапазоне от 10 до 97% основную роль играет двухфазная газожидкостная система заполняющая поровое пространство в песке. При полном водонасыщении (100%) фильтрационная и скелетная волны по форме близки к волне, которую мы фиксируем в сухом песке, континуальные свойства воздуха и воды для ударной волны оказываются идентичными.

5. Заключение

Получены характерные волновые картины при распространении ударных импульсов в образце и построены интегральные зависимости скорости распространения и коэффициента затухания при различных водонасыщенностях песка. При малом насыщении образца флюидом (до 10%) возникают дополнительные демпфирующие силы, обусловленные расклинивающим давлением, что приводит к существенному затуханию импульса. При увеличении насыщенности от 10% до 97% происходит рост массы и импульса области среды, охватываемой быстрой волной, что приводит к усилению пикового давления на дне пористого образца. Эксперименты показали, что при дальнейшем росте водонасыщенности наличие отдельных пузырьков газа приводит к более интенсивному затуханию импульса. Кривые демонстрируют немонотонную зависимость, что говорит об изменении механизма взаимодействия между частицами среды и насыщающей фазой при увеличении водонасыщенности.

Полученные результаты могут быть полезны для разработки методов акустической диагностики водонасыщенности пород, а также в области гашения ударных волн с помощью пористых сред.

Список литературы

- [1] Biot M.A. Theory of Propagation of Elastic Waves in a Fluid Saturated Porous Solid. 1. Low Frequency Range // The Journal of the Acoustical Society of America. 1956. V. 28. Pp. 168–178.

- [2] Plona T.J. Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies // Applied Physics letters. 1980. V. 36, № 4. Pp. 259–261.
- [3] Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и горных породах. Москва. 1974. 298 с.
- [4] Донцов В.Е., Кузнецов В.В., Накоряков В.Е. Волны давления в пористой среде, насыщенной жидкостью с пузырьками газа // Известия АН СССР. МЖГ. 1987. № 4. С. 85–92.
- [5] Ю.И. Колесников, Д.А. Медных изменение акустических свойств ненагруженного влажного песка в процессе высыхания // Акустика неоднородных сред. Новосибирск. 2007. № 124. С. 53–57.
- [6] Ю.В. Найдич, Лавриненко И.А. Петрищев В.Я. Исследование капиллярных сил сцепления между твердыми частицами с прослойкой жидкости на контакте // Порошковая металлургия. 1965. № 2.
- [7] Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред. Москва. 1978. 336 с.
- [8] А.В. Лыков Явления переноса в капиллярно-пористых телах. Москва. 1954. 298 с.
- [9] Y.Chen, Y.Zhao, H.Gao, J. Zheng Liquid bridge force between two unequal-sized spheres or a sphere and a plane // Particuology. 2011. № 9. Pp. 379–380.
- [10] Ergun S. Fluid flow through packed columns // Chem. Eng. Progress. 1952. V. 48, № 2. Pp. 89–94.
- [11] Чудновский А.Ф. Теплообмен в дисперсных средах. М.: Гостехиздат, 1954. 441 с.
- [12] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука, 1988. 736 с.