

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПО ПЕРИМЕТРУ ГРАНИЦЫ НА ХАРАКТЕР ТЕЧЕНИЯ В КОНВЕКТИВНОЙ ЯЧЕЙКЕ РЭЛЕЯ–БЕНАРА

Мальшев В. Л. , Моисеев К. В.** , Моисеева Е. Ф.**

* Центр «Микро- и наномасштабная динамика дисперсных систем»,
БашГУ, Уфа

** Институт механики УНЦ РАН, Уфа

Аннотация. Данная работа посвящена изучению естественной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в двухмерной ячейке при комбинированном вертикальном и горизонтальном подогреве в симметричном и несимметричном случаях; исследованию зависимости максимальной скорости и интенсивности теплообмена от различных режимов подогрева.

1. Введение

Естественная конвекция — явление тепломассопереноса вещества в поле силы тяготения, которое встречается как в природе, так и во многих технологических процессах. Это явление достаточно хорошо изучено, однако интерес современных исследователей к процессам конвективного тепломассопереноса не угасает, а, напротив, приобретает новый качественный уровень, о чем свидетельствует большое количество работ, посвященных изучению естественной конвекции.

Настоящая работа посвящена изучению процесса естественной конвекции ньютоновской несжимаемой жидкости в плоской ячейке при различных способах подвода тепла. Схема постановки граничных условий представлена на рис. 1. С помощью математического моделирования рассматривается совместный горизонтальный и вертикальный подогрев ячейки. Изучаются карти-

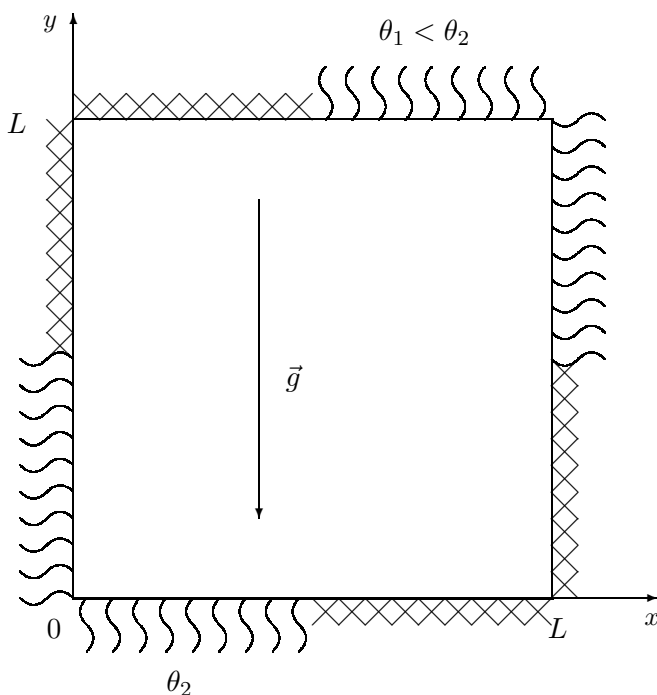


Рис. 1. Расчетная область с граничными условиями

на течений, интенсивность теплообмена на изотермических границах и максимальные значения абсолютной величины скорости жидкости.

Естественная конвекция несжимаемой жидкости при вертикальном подогреве является абсолютно неустойчивой, то есть конвективное течение начинается сразу. С другой стороны, при горизонтальном подогреве существует определенный порог устойчивости, с которого начинается конвективное течение. Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев является неустойчивым, но представляет огромный интерес с точки зрения приложений, так как в технологических установках наиболее распространенным является именно комбинированный подогрев. Подбор физических параметров и режимов течений необ-

ходим, например, для оптимизации технологических процессов. Математическое моделирование в этом случае позволяет избежать больших затрат на экспериментальные исследования.

Для численного решения задачи в данной работе применялся метод контрольного объема и алгоритм SIMPLE [1]. Основная причина выбора этого метода заключается в том, что дискретные аналоги, полученные этим методом, представляют собой законы сохранения энергии, количества движения и массы для каждого контрольного объема, следовательно, полученное решение будет удовлетворять законам сохранения во всей области.

2. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о естественной конвекции в квадратной ячейке размером $L \times L$ при комбинированном горизонтальном и вертикальном подогреве. Предположим, что общая площадь как подогреваемой, так и охлаждаемой поверхности не изменяется, меняется только их соотношение. На изображенной на рис. 1 схеме h_1 — безразмерная высота подогреваемой (охлаждаемой) области на вертикальной границе; L_1 — безразмерная длина подогреваемой (охлаждаемой) области на горизонтальной границе. Соблюдается условие $h_1 + L_1 = 1$. Оставшиеся границы ячейки теплоизолированные. Для наглядности на графике приведен случай $h_1 = L_1 = 0.5$, L_1 и h_1 варьируются в диапазоне $[0; 1]$ с шагом 0.1.

Условия применимости приближения Буссинеска и вывод уравнений конвекции приведены в работе [2], а обоснование алгоритма численного исследования в работе [3].

Запишем систему уравнений вязкой несжимаемой жидкости после приведения к безразмерному виду:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \text{Gr} \cdot \theta, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} &= \frac{1}{\text{Pr}} \cdot \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right). \end{aligned}$$

где $\text{Gr} = \frac{g \beta (T_2 - T_1) L^3}{\nu_0^2}$ и $\text{Pr} = \frac{\nu_0}{\chi}$ — числа Грасгофа и Прандтля соответственно; ν_0 — кинематическая вязкость; χ — коэффициент температуропроводности; u, v — безразмерные компоненты вектора скорости; p — безразмерное отклонение от гидростатического давления; θ — безразмерное отклонение от некоторой средней температуры; t — безразмерное время; x, y — декартовы координаты; T_1 — температура охлаждаемой границы; T_2 — температура подогреваемой границы.

Граничные условия в данной постановке задачи примут вид:

- на левой границе ($x = 0$)

$$u = 0, v = 0; \quad 0 \leq y \leq h_1 : \theta = \theta_2; h_1 \leq y \leq h : \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0;$$

- на правой границе ($x = 1$)

$$u = 0, v = 0; \quad 0 \leq y \leq h - h_1 : \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0; h - h_1 \leq y \leq h : \theta = \theta_1;$$

- на верхней границе ($y = 1$)

$$u = 0, v = 0; \quad 0 \leq x \leq L - L_1 : \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0; L - L_1 \leq x \leq L : \theta = \theta_1;$$

- на нижней границе ($y = 0$)

$$u = 0, v = 0; \quad 0 \leq x \leq L_1 : \theta = \theta_2; L_1 \leq x \leq L : \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0.$$

Начальные условия зададим состоянием покоя для жидкости:

$$u|_{t=0} = 0, \quad v|_{t=0} = 0, \quad p|_{t=0} = 0.$$

Для изучения интенсивности теплообмена на подогреваемой границе ячейки будем вычислять числа Нуссельта:

$$\text{Nu}_H = - \int_0^{L_1} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} - \int_0^{h_1} \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

3. Результаты моделирования

Исследуется картина течения, интенсивность теплообмена на подогреваемой границе ячейки и максимальная величина скорости потока в зависимости от различных режимов подогрева при естественной конвекции. Все расчеты производились на равномерной сетке 55×55 узлов с безразмерным шагом интегрирования по времени $\Delta t = 10^{-4}$.

3.1. Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев квадратной ячейки. Симметричный случай

Рассмотрим случай, когда положения подогреваемой и охлаждаемой областей расположены симметрично относительно центра ячейки. Возникающие картины течения представлены на рис. 2. На рис. 3 показано изменение абсолютного значения максимальной скорости и интенсивности теплообмена в зависимости от процента подогреваемой нижней границы ячейки. Обнаружено, что при $L_1 < 0.5$ на фоне основного течения наблюдаются вторичные течения (рис. 2(а)), а при $L_1 > 0.5$ возникает только одновихревое — основное течение (рис. 2(б)). Установлено, что величина максимальной скорости и интенсивность теплообмена в зависимости от процентного соотношения подогреваемой нижней границы изменяются немонотонно (рис. 3).

Модуль скорости с ростом горизонтального подогрева увеличивается и достигает своего наибольшего значения при 80% подогрева нижней границы, после чего уменьшается. Интенсивность теплообмена на подогреваемой границе при увеличении горизонтального подогрева возрастает и достигает максимального значения при 20% горизонтального подогрева нижней границы, далее убывает.

3.2. Комбинированный вертикальный и горизонтальный подогрев квадратной ячейки. Несимметричный случай

Случай несимметричного подогрева предполагает, что верхняя граница ячейки является полностью охлаждаемой, а область подогрева изменяется аналогично симметричному случаю. Течение становится несимметричным, как видно из рис. 4. Максимальная величина скорости в зависимости от процента подогреваемой нижней границы изменяется немонотонно, а число Нуссельта на подогреваемой границе монотонно убывает (рис. 5).

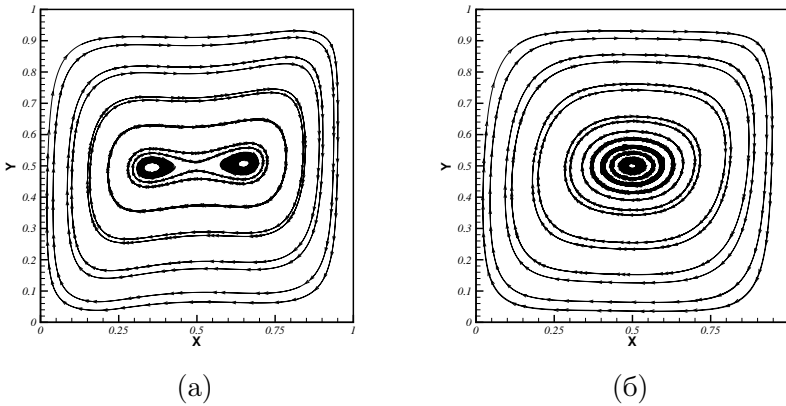


Рис. 2. Линии тока. Случай симметричного подогрева. $L_1 = 0.2$ и $h_1 = 0.8$ (а) и $L_1 = 0.8$ и $h_1 = 0.2$ (б)

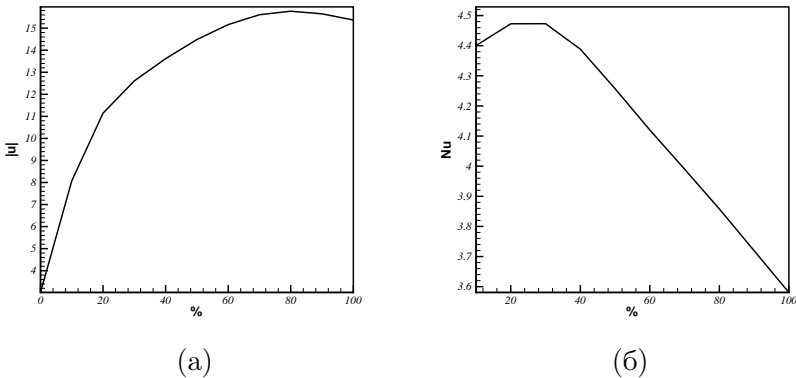


Рис. 3. Случай симметричного подогрева. Зависимость абсолютного значения максимальной скорости (а) и интенсивности теплообмена (б) от процента подогреваемой области нижней границы

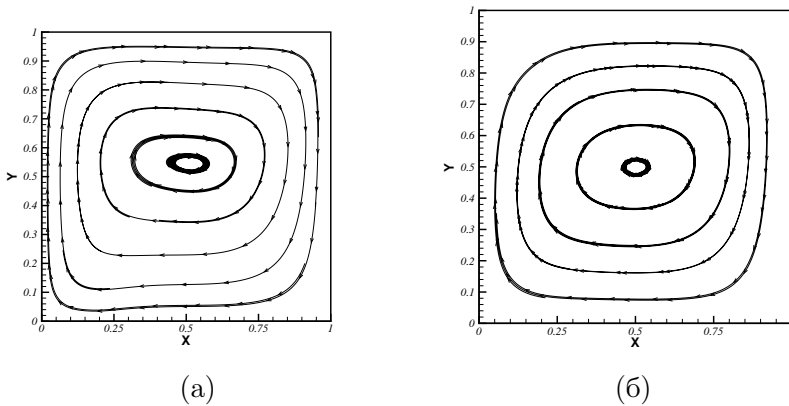


Рис. 4. Линии тока. Случай несимметричного подогрева. $L_1 = 0.2$ и $h_1 = 0.8$ (а) и $L_1 = 0.8$ и $h_1 = 0.2$ (б)

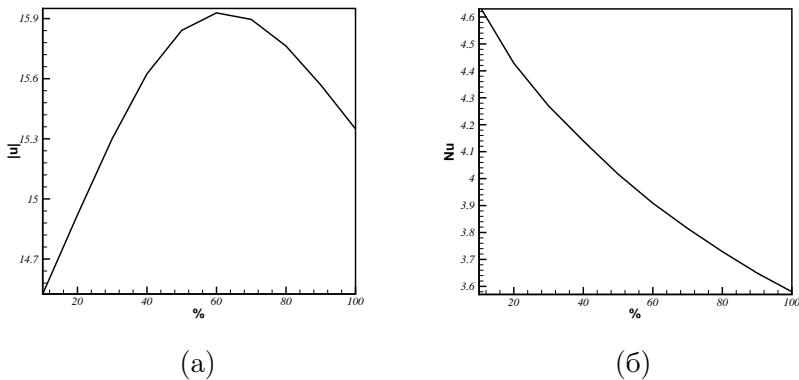


Рис. 5. Случай несимметричного подогрева. Зависимость абсолютного значения максимальной скорости (а) и интенсивности теплообмена (б) от процента подогреваемой области нижней границы

4. Выводы

Для естественной конвекции в квадратной ячейке в случае симметричных граничных условий показано, что при малой длине горизонтальной подогреваемой поверхности (до 50%) реализуется двухвихревое конвективное течение с окаймляющей линией тока. При большей длине наблюдаются только одновихревые потоки. Установлено, что величина максимальной скорости потока и интенсивность теплообмена на подогреваемой границе изменяются немонотонно. При несимметричном комбинированном подогреве ячейки течение теряет симметрию. Обнаружено, что величина максимальной скорости потока изменяется немонотонно. Интенсивность теплообмена на подогреваемой границе изменяется монотонно, при увеличении длины горизонтальной подогреваемой границы она убывает. Таким образом, способ подвода тепла в значительной степени определяет характерные структуры конвективного течения и интенсивность теплообмена.

Авторы выражают благодарность Урманчеву С. Ф. за постановку задачи и обсуждение результатов.

Список литературы

- [1] Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. 1984. с. 400.
- [2] Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости // М.: Наука. 1972. С. 392.
- [3] Ильясов А. М., Моисеев К. В., Урманчев С. Ф. Численное моделирование термоконвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры // Сибирский журнал промышленной математики. 2005. Т. VIII, № 4(24). С. 51–59.