

Акустические волны в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками¹

Гафиятов Р.Н.

Институт механики и машиностроения Казанского научного центра РАН, Казань

Представлена математическая модель течения двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками разных газов и размеров с учетом фазовых превращений. Получено дисперсионное соотношение и построены дисперсионные кривые, определяющие распространение акустических возмущений. С помощью метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты по распространению импульсных возмущений давления.

1. Введение

В настоящее время значительный интерес представляют исследования волновой динамики дисперсных сред. Значительное количество работ по акустике пузырьковых жидкостей посвящено теоретическому исследованию распространения гармонических возмущений в монодисперсных смесях. Различные проблемы акустики многофазных сред рассмотрены в известных монографиях [1–4]. Работа [5] посвящена описанию основных особенностей двухфазных сред пузырьковой структуры, приведен обзор работ по распространению волн в жидкостях с пузырьками постоянной массы и исследований по волновой динамике жидкостей, содержащих пузырьки пара или растворимого газа. В [6] для смеси жидкости с газовыми пузырьками получена дисперсионная зависимость волнового числа от частоты колебаний и теплофизических свойств фаз в плоском случае, показана необходимость учета сжимаемости несущей фазы для задач акустики пузырьковых жидкостей. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [7]. Показано, что модель работает хорошо при объемных содержаниях дисперсной фазы 1–2% и только для дорезонансных частот. В [8] изучено распространение сферических и цилиндри-

ческих волн давления малой амплитуды в двухфазных смесях жидкости с пузырьками нерастворимого газа с учетом акустической разгрузки пузырьков, получено единое общее дисперсионное соотношение. В [9] получено дисперсионное соотношение, определяющее распространение гармонических возмущений в двухфазных смесях жидкости с пузырьками пара и газа для сферического и цилиндрического случая. Показано сильное влияние значения концентрации пара в пузырьках на затухание импульсных волн. В [10] изучена акустика двухфракционных смесей жидкости с пузырьками разных газов без учета фазовых превращений.

В настоящей работе впервые изучается динамика слабых возмущений в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками различных размеров и разного состава с учетом фазовых превращений в обеих фракциях.

2. Дисперсионное соотношение

Рассмотрим случай двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками различных размеров и состава при наличии фазовых превращений в каждой фракции. Записывается линеаризованная система уравнений, которая будет иметь вид аналогичный [9], но с учетом двухфракционности состава дисперсной фазы. Из этой системы получается следующая дисперсионная зависимость комплексного волнового числа K_* от частоты ω :

$$\left(\frac{K_*}{\omega}\right) = \frac{1}{C_f^2} +$$

¹Работа выполнена при финансовом содействии Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых и ведущих научных школ РФ (грант МК-1316.2010.1. и грант НШ-834.2012.1) по программе Президиума РАН № 23П, при финансовой поддержке РФФИ (грант № 10-01-00098) и Министерства образования и науки РФ (государственный контракт № 14.740.11.0351).

$$\begin{aligned}
& + \frac{\alpha_{10}\alpha_{20}^I p_0}{N_R^I \rho_{10}} \left(1 + \frac{H_1^I + H_1^{II} + H_2^{II} \left(\frac{M_4^I}{M_3^I} - \frac{b_1^I M_4^I}{b_1^I M_3^I} \right)}{\frac{M_3^I}{b_1^I} \left(\frac{H_2^I b_1^I}{M_3^I} + \frac{H_2^{II} b_1^{II}}{M_3^{II}} \right)} \right) + \\
& + \frac{\alpha_{10}\alpha_{20}^{II} p_0}{N_R^{II} \rho_{10}} \left(1 + \frac{H_1^I + H_1^{II} + H_2^I \left(\frac{M_4^I}{M_3^I} - \frac{b_1^I M_4^I}{b_1^I M_3^I} \right)}{\frac{M_3^{II}}{b_1^{II}} \left(\frac{H_2^I b_1^I}{M_3^I} + \frac{H_2^{II} b_1^{II}}{M_3^{II}} \right)} \right), \quad (1)
\end{aligned}$$

где $C_f = \frac{C_1}{\alpha_{10}}$, $H_1^j = \frac{m^j}{b_1^j \tau_{T1}^j} (b_1^j M_2^j + N_1^j M_4^j)$,

$$H_2^j = \frac{m^j}{b_1^j \tau_{T1}^j} (b_1^j M_1^j - N_1^j M_3^j),$$

$$M_1^j = G^j - M_2^j - \frac{L_1^j N_3^j}{L_4^j - \frac{m^{\circ j} - 1}{1 - k_{V0}^j} N_2^j},$$

$$M_2^j = \frac{N_2^j L_1^j}{N_R^j} \frac{1}{L_4^j - \frac{m^{\circ j} - 1}{1 - k_{V0}^j} N_2^j},$$

$$M_3^j = \frac{N_3^j \frac{m^{\circ j} - 1}{1 - k_{V0}^j} - L_2^j N_3^j}{L_4^j - \frac{m^{\circ j} - 1}{1 - k_{V0}^j} N_2^j} + L_3^j + M_4^j,$$

$$M_4^j = \frac{L_4^j - L_2^j N_2^j}{(L_4^j - \frac{m^{\circ j} - 1}{1 - k_{V0}^j} N_2^j) N_R^j}, \quad b_1^j = \frac{c_1 \tau_{T2}^j}{c_2 \tau_{T1}^j},$$

$$N_R^j = -\frac{\rho_{10}}{p_0} \frac{i\omega (a_0^j)^2 G_R^j}{3(G_R^j t_A^j + 1)}, \quad G_R^j = \frac{1}{t_R^j} - i\omega,$$

$$t_R^j = \frac{(a_0^j)^2}{4\nu_1}, \quad t_A^j = \frac{a_0^j}{C_1 (\alpha_{20}^j)^{1/3}},$$

$$\tau_{T1}^j = \frac{4c_1 \rho_{20}^{\circ j} (a_0^j)^2}{3N u_1 \lambda_1}, \quad \tau_{T2}^j = \frac{4c_2 \rho_{20}^{\circ j} (a_0^j)^2}{3N u_2 \lambda_2},$$

$$N_1^j = \frac{i\omega \tau_{T1}^j}{2m^j} - 1, \quad N_2^j = i\omega \tau_{T2}^j - 1,$$

$$N_3^j = k_2^j (c_2^j - R_{20}^j) - 1 + G^j, \quad L_1^j = E^j (i\omega \tau_m^j - 1),$$

$$L_2^j = -\frac{l_0 k_2^j}{(1 - k_{V0}^j) T_0} + \Delta R^j - L_1^j (1 + b_1^j),$$

$$L_3^j = 1 - G^j (1 + b_1^j), \quad L_4^j = L_1^j + \Delta R^j N_2^j,$$

$$k_2^j = \frac{i\omega \tau_{T2}^j}{c_2^j}, \quad G^j = k_{V0}^j E^j, \quad E^j = \frac{p_0 R_{V0}^j}{l_0 \rho_{V0}^{\circ j}} (1 - k_{V0}^j),$$

$$\Delta R^j = \frac{R_{V0}^j - R_{G0}^j}{R_{20}^j}, \quad R_{20}^j = k_{G0}^j R_{G0}^j + k_{V0}^j R_{V0}^j,$$

$$m^{\circ j} = \frac{\rho_{20}^{\circ j}}{\rho_{10}^{\circ j}}, \quad m^j = \frac{\rho_{20}^j}{\rho_{10}^j}, \quad j = I, II.$$

Данная дисперсионная зависимость (1) определяет распространение акустических возмущений в двухфракционной смеси жидкости с парогазовыми пузырьками различных газов (разных начальных радиусов a_0^I , a_0^{II} и начальных объемных содержаний α_{20}^I , α_{20}^{II}) с учетом межфазного диффузионного массообмена.

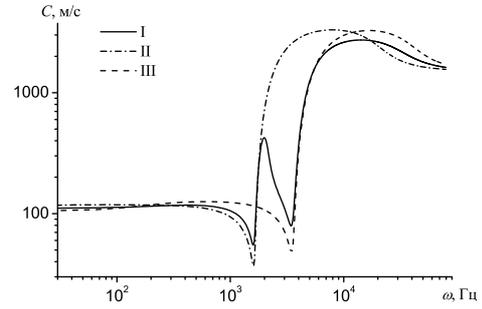


Рис. 1. Зависимость фазовой скорости от частоты колебаний для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III)

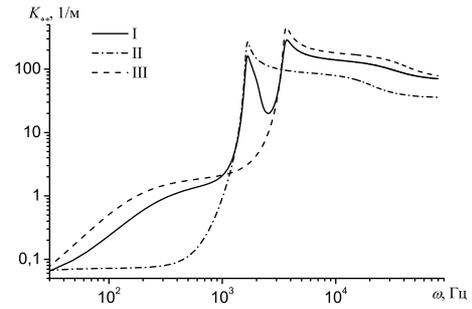


Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания от частоты колебаний для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III)

3. Результаты расчетов

На рис. 1, 2 показано сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты возмущений для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III). Расчетные зависимости построены с помощью дисперсионного соотношения (1). Рис. 1, 2 построены при следующих значениях параметров смеси: $p_0 = 0.1$ МПа, $T_0 = 327$ К, кривые I построены для значений $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$, $a_0^I = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $a_0^{II} = 10^{-3}$ м, кривые II – $\alpha_2 = 0.01$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, кривые III – $\alpha_2 = 0.01$, $a_0 = 10^{-3}$ м. Как видно из рис. 1, 2 учет двухфракционности состава дисперсной фазы сме-

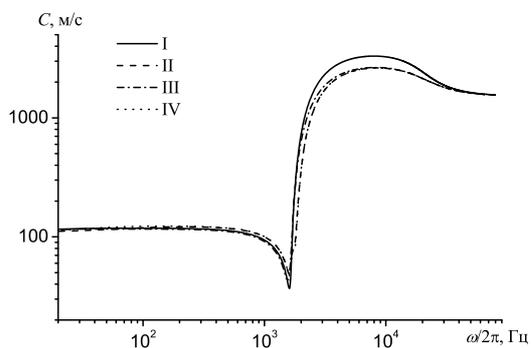


Рис. 3. Зависимость фазовой скорости от частоты колебаний для монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (I), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (II), с паровоздушными пузырьками и пузырьками углекислого газа с водяным паром(III), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия (IV)

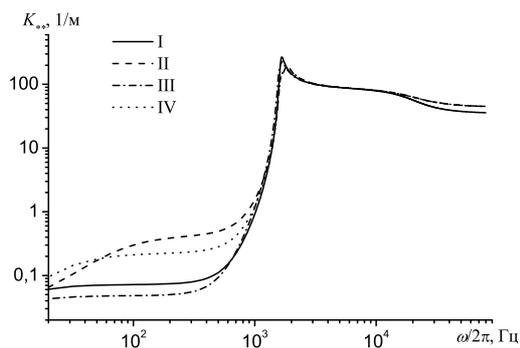


Рис. 4. Зависимость коэффициента затухания от частоты колебаний для монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (I), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (II), с паровоздушными пузырьками и пузырьками углекислого газа с водяным паром(III), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия (IV)

си приводит к возникновению двух локальных минимумов для зависимости фазовой скорости и двух локальных максимумов для зависимости коэффициента затухания от частоты (I), в отличие от случая смеси жидкости с пузырьками одного радиуса (кривые II и III). Это обусловлено различием значений резонансных частот собственных колебаний пузырьков каждой из фракций.

На рис. 3, 4 показано сравнение зависимостей фазовой скорости и коэффициента затухания от частоты для монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (I), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (II), с паровоздушными пузырьками и пузырьками углекислого газа с водяным паром (III), с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия (IV). Кривые I построены при значениях $\alpha_2 = 0.01$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, кривые II, III и IV - $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$, $a_0^I = a_0^{II} = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Как видно, замена части паровоздушных пузырьков в монодисперсной пузырьковой смеси на пузырьки гелия без учета фазовых превращений приводит к росту значения коэффициента затухания в низкочастотной области, что связано с существенно большим значением коэффициента температуропроводности гелия по сравнению с воздухом. Учет массообмена в пузырьке гелия, т.е. добавление еще одного диссипативного механизма приводит к еще большему усилению затухания.

Рассмотрим теперь эволюцию импульсов давления типа гауссовой кривой, создаваемых на границе пузырьковой среды, когда начальная форма

импульсов описывается функцией вида

$$p(0, t) = \exp[-((t - t_*)/N)^2],$$

где t_* — половина длительности импульса; N — параметр, определяющий ширину пика импульса. Расчеты проводились с помощью дисперсионного соотношения (1), при использовании подпрограмм быстрого преобразования Фурье [11], по методике, изложенной в [4].

На рис. 5 показано сравнение эволюции импульса давления для двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III). Кривые I построены при значениях $\alpha_2^I = \alpha_2^{II} = 0.005$, $a_0^I = 10^{-3}$ м, $a_0^{II} = 2 \cdot 10^{-3}$ м; кривые II — $\alpha_2 = 0.01$, $a_0 = 10^{-3}$ м; кривые III — $\alpha_2 = 0.01$, $a_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Расчетные профили построены на расстоянии 1 м и 2 м от места инициирования импульса соответственно. Видно, что затухание импульсов давления для двухфракционного случая больше по сравнению с монодисперсными смесями воды с паровоздушными пузырьками и меньше — с пузырьками гелия с водяным паром. Это соответствует характеру коэффициента затухания в низкочастотной области на рис. 2.

4. Заключение

Изучено распространение акустических волн в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками различных размеров и состава с

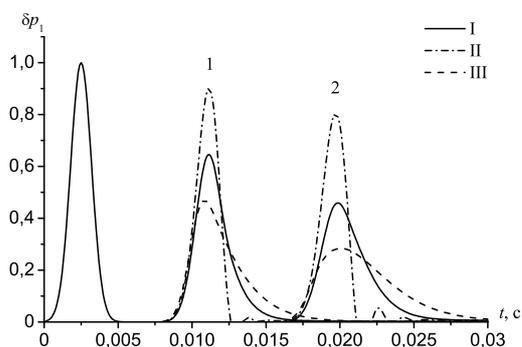


Рис. 5. Эволюция импульсного возмущения давления в двухфракционной смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия с водяным паром (I), монодисперсных смесей воды с паровоздушными пузырьками (II) и пузырьками гелия с водяным паром (III)

учет фазовых превращений в каждой из фракций. Учет двухфракционности состава дисперсной фазы смеси жидкости с парогазовыми пузырьками разных размеров приводит к появлению двух локальных максимумов в зависимости коэффициента затухания от частоты в области значений резонансных частот парогазовых пузырьков. Установлено, что замена части паровоздушных пузырьков в монодисперсной смеси воды на пузырьки гелия с водяным паром приводит к увеличению коэффициента затухания, а при замене на пузырьки углекислого газа с водяным паром — к уменьшению коэффициента затухания в низкочастотной области. С помощью метода быстрого преобразования Фурье выполнены расчеты по распространению импульсных возмущений давления малой амплитуды в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми пузырьками.

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч.1,2. М.: Наука, 1987.

- [2] Накоряков В. Е., Покусаев Б.Г., Шрейбер И.Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990. 246 с.
- [3] Temkin S. Suspension acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. New York: Cambridge University Press, 2005. 398 p.
- [4] Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. 153 с.
- [5] Губайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И., Хабеев Н.С. Волны в жидкостях с пузырьками // В сб.: Итоги науки и техники, сер. МЖГ. ВИНТИ. 1982. Т. 17. С. 160–249.
- [6] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей жидкости при распространении волн в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.
- [7] Kerry W. Commander, Andrea Prosperetti. Linear pressure waves in bubbly liquids: Comparison between theory and experiments // J. of the Acoustical Society of America. 1989. V. 85, № 2. P. 732.
- [8] Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Акустические возмущения разной геометрии в смеси жидкости с пузырьками нерастворимого газа // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики. 2005. Т. 1–2. С. 3–10.
- [9] Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. 2010. Т. 48, № 2. С. 188–192.
- [10] Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Гафятов Р.Н. Акустические волны в двухфракционной смеси жидкости с пузырьками разных газов и различного начального радиуса // Известия ВУЗов. Проблемы энергетики. 2009. Т. 3–4. С. 3–9.
- [11] Гапонов В.А. Пакет программ быстрого преобразования Фурье с приложениями к моделированию случайных процессов. Препринт №14-76. Новосибирск: Изд-во ИТФ СО АН СССР. 1976. 19 с.