

Динамика пузырькового слоя вблизи поверхности океана в условиях существования внутренней волны и циркуляций Лангмюра

Гримшоу Р.*, Островский Л.А.**, Топольников А.С.***, Хуснутдинова К.Р.**,**

*Университет Лафборо, Лафборо, Великобритания,

**Университет Колорадо, Боулдер, США,

***Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

В работе исследуется эволюция пузырькового слоя вблизи поверхности океана, обусловленная макромасштабным перемещением слоев жидкости. В качестве источников такого перемещения изучаются такие природные явления, как распространение внутренней волны на границе пикноклина и лангмюровские циркуляции. На основе полидисперсной модели пузырькового слоя исследуется влияние различных механизмов воздействия на динамику пузырьков в контексте описания природных явлений, наблюдаемых в натуральных экспериментах.

1. Введение

Изучение волновых процессов в приповерхностном слое океана представляет интерес как с фундаментальной, так и с прикладной точек зрения. В работе [1] авторами впервые предложено теоретическое объяснение эффекта перераспределения пузырькового слоя в условиях существования внутренней волны, которое наблюдалось в экспериментах в Японском море [2]. На основе численной реализации математической модели динамики пузырькового слоя для случая синусоидальной волны установлено, что увеличение концентрации пузырьков над гребнем внутренней волны обусловлено двумя механизмами. При сильном ветре (порядка 10 м/с), когда обрушение поверхностных волн происходит по всей акватории, горизонтальный перенос пузырьков вызван полем скорости, создаваемым внутренней волной. При относительно слабом ветре (до 3–5 м/с) увеличение концентрации пузырьков в области над гребнем внутренней волны связано с локализацией очагов обрушения поверхностных волн при взаимодействии с внутренней волной.

Одним из существенных упрощений модели, использованной в работе [1], является предположение о том, что в каждой точке жидкости все пузырьки имеют одинаковый радиус. В настоящей работе применяется полидисперсная модель, которая учитывает неоднородность радиусов пузырьков.

Это позволяет точнее описать динамику пузырькового слоя и снизить число эмпирических параметров в уравнениях. По сравнению с работой [1] используется более реалистичная модель для описания параметров внутренней волны [3]. Учет нелинейных эффектов в задаче о распространении волны вдоль границы раздела двух жидкостей приводит к решению с кноидальной волной, которая по форме больше соответствует той, что наблюдалась в экспериментах [2]. Кроме этого в настоящей работе представлены новые результаты по моделированию динамики пузырькового слоя в однослойной жидкости с циркуляциями Лангмюра.

2. Математическая модель

Для описания эволюции пузырькового слоя во времени и пространстве используется уравнение:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(nu) + \frac{\partial}{\partial z}(nv) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_v \frac{\partial n}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial n}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{da}{dt} n \right) + q. \quad (1)$$

Здесь t — время; x и z — горизонтальная и вертикальная координаты; a — радиус пузырьков; $n = n(a, x, z, t)$ — плотность распределения пузырьков в жидкости, которая связана с объемной концентрацией пузырьков N соотношением:

$$N(x, z, t) = \int_{a_1}^{a_2} n(a, x, z, t) da,$$

где a_1 и a_2 — минимальный и максимальный радиусы пузырьков; K_v — коэффициент турбулентной диффузии [1]; $q = q(a, x, z, t)$ — скорость образования пузырьков в результате обрушения поверхностных волн; u и v — компоненты вектора скорости перемещения пузырьков в жидкости, причем

$$v(a, x, z, t) = w(x, z, t) + v_\infty(a),$$

где w — вертикальная составляющая скорости жидкости; v_∞ — скорость всплытия пузырька, определяемая уравнениями [4]:

$$v_\infty = \frac{2}{9} \frac{a^2 g \rho_l}{\mu_l} \left[(y^2 + 2y)^{1/2} - y \right], \quad y = 10.82 \frac{\mu_l^2}{\rho_l^2 g a^3},$$

ρ_l и μ_l — плотность и коэффициент динамической вязкости воды; g — ускорение свободного падения.

Усредненная по радиусу вертикальная составляющая скорости пузырьков V может быть определена из уравнения:

$$V(x, z, t) = \frac{1}{N} \int_{a_1}^{a_2} n(a, x, z, t) v(a, x, z, t) da.$$

Проинтегрировав уравнение (1) по радиусу от a_1 до a_2 получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Nu) + \frac{\partial}{\partial z} (NV) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_v \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial N}{\partial z} \right) - \left(\frac{da}{dt} n \right) \Big|_{a_1}^{a_2} + Q, \end{aligned} \quad (2)$$

где

$$Q(x, z, t) = \int_{a_1}^{a_2} q(a, x, z, t) da.$$

Если предположить, что при достижении радиусом пузырька критического значения a_1 происходит его мгновенное растворение в жидкости, а $n(a_2, x, z, t) = 0$ (количество пузырьков радиуса a_2 ничтожно мало), то можно ввести скорость исчезновения пузырьков σ_* :

$$\sigma_* = \frac{1}{N} \left(\frac{da}{dt} n \right) \Big|_{a_1}^{a_2} = -\frac{1}{N} \frac{da_1}{dt} n(a_1, x, z, t),$$

и равенство (2) преобразуется к уравнению, которое использовалось в работе [1] для монодисперсного пузырькового слоя:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (Nu) + \frac{\partial}{\partial z} (NV) = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_v \frac{\partial N}{\partial x} \right) + \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_v \frac{\partial N}{\partial z} \right) - \sigma_* N + Q. \end{aligned}$$

Для моделирования растворения газа в пузырьках в результате молекулярной диффузии воспользуемся уравнением [1]:

$$\frac{d}{dt_b} \left(\frac{4}{3} \pi \rho_g a^3 \right) = -4\pi a D \kappa (p_g - p_a) \text{Nu}, \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt_b} = \frac{\partial}{\partial t} + \left(u - \frac{K_v}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \right) \frac{\partial}{\partial x} + \\ + \left(v - \frac{K_v}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right) \frac{\partial}{\partial z} + \frac{da}{dt} \frac{\partial}{\partial a} \end{aligned} \quad (4)$$

— полная производная по времени; ρ_g — плотность газа в пузырьке; D — коэффициент молекулярной диффузии; p_a — атмосферное давление; κ — коэффициент абсорбции, связывающий концентрацию растворенного в воде газа с давлением в жидкости $C_\infty = \kappa p$; Nu — число Нуссельта:

$$\text{Nu} = \frac{2}{\pi} \text{Pe}^{1/3}, \quad \text{Pe} = \frac{av_\infty}{D}.$$

Важно отметить, что в уравнении (3) плотность и давление в газе являются функциями времени, пространственных координат и радиуса пузырьков, поскольку

$$p_g = p(x, z, t) + \frac{2\sigma}{a}, \quad (5)$$

где σ — коэффициент поверхностного натяжения. Число Нуссельта Nu также зависит от радиуса пузырька, поэтому уравнение (3) описывает скорость изменения радиуса пузырька в данной точке пространства с фиксированным начальным значением радиуса.

Зависимость плотности газа от давления в пузырьке определяется из уравнения сохранения температуры газа внутри него [1]:

$$\frac{d}{dt_b} \left(\frac{p_g}{\rho_g} \right) = 0. \quad (6)$$

Из равенств (3)–(6) выводится уравнение для скорости изменения радиуса пузырька:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} = \left[-\frac{a}{3p_g} \left(\frac{\partial p}{\partial t} + \left(u - \frac{K_v}{n} \frac{\partial n}{\partial x} \right) \frac{\partial p}{\partial x} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(v - \frac{K_v}{n} \frac{\partial n}{\partial z} \right) \frac{\partial p}{\partial z} \right) - \frac{D\kappa(p_g - p)\text{Nu}}{a\rho_g} \right] \times \\ \times \left[1 - \frac{2\sigma}{3p_g a} \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия для уравнения (1) выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned} n(a, 0, z, t) = n(a, L, z, t), \\ \frac{\partial n}{\partial a}(a_1, x, z, t) = 0, \quad n(a_2, x, z, t) = 0, \end{aligned}$$

$$\left(\frac{K_v}{n} \frac{\partial n}{\partial z} - v_\infty\right) n \Big|_{z=0} = \int_{-H}^0 q(a, x, z, t) dz,$$

$$\frac{\partial n}{\partial z}(a, x, -H, t) = 0.$$

Система дифференциальных уравнений (1), (6) и (7) решается численно с помощью неявной схемы 1-го порядка аппроксимации для трехмерной расчетной области $\Omega = \{(a, x, z) : a_1 \leq a \leq a_2, 0 \leq x \leq L, -H \leq z \leq 0\}$. Пространственные и временные распределения полей скорости и давления при этом вычисляются аналитически из решения задачи о распространении кноидальной волны вдоль границы раздела двух несжимаемых жидкостей [3], либо задаются полуэмпирическими формулами, как в случае циркуляции Лангмюра.

3. Установившееся течение жидкости с пузырьками газа в ячейках Лангмюра

Циркуляциями Лангмюра называются упорядоченные циркуляции жидкости, возникающие в верхней части водоема в перпендикулярной плоскости к направлению ветра. При скорости ветра более 3–5 м/с на водной поверхности хорошо различимы характерные полосы, направленные вдоль действия ветра и представляющие собой скопления пены, водорослей, пузырьков и прочих мелких неоднородностей. При этом расстояния между полосами в океане могут достигать нескольких сотен метров, а сами полосы имеют особенность подстраиваться под изменение направления ветра в течение нескольких минут.

Несмотря на имеющееся многообразие теорий, объясняющих природу возникновения лангмюровских циркуляций, в настоящее время отсутствует единая точка зрения на механизмы их формирования. Для задания поля скорости внутри циркуляционных ячеек Лангмюра воспользуемся полуэмпирической моделью работы [5]. Горизонтальная и вертикальная компоненты скорости в этом случае определяются равенствами:

$$u = \frac{\partial S}{\partial z}, \quad w = -\frac{\partial S}{\partial x},$$

где

$$S = \kappa_1 \frac{L_x w_{Lmax} \sin(\pi x/L_x) \sin(\pi z/L_z)}{\pi \cosh(\pi y/L_x) + \kappa_2}. \quad (8)$$

Здесь

$$w_{Lmax} = 10^{-3} \times (8.5W - 3) \quad (9)$$

— максимальная скорость жидкости, направленная вниз и зависящая от скорости ветра W (м/с);

$$L_x = 0.079W + 1.76, \quad L_z = 0.539W - 0.432$$

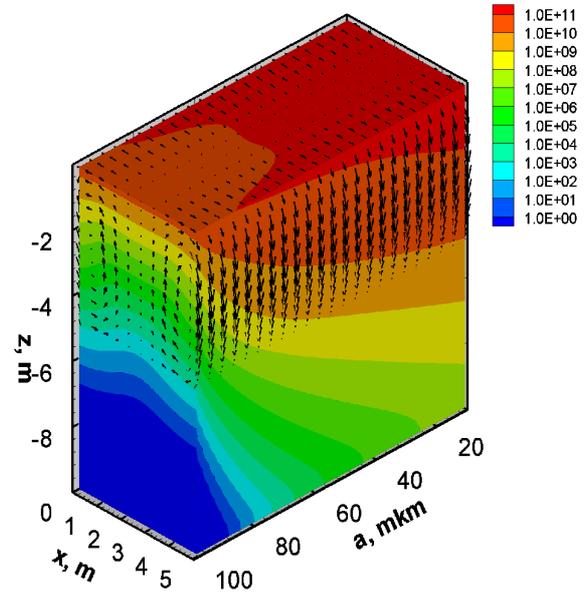


Рис. 1. Распределение $n(a, x, z)$ (м^{-4}) и поле скорости в условиях существования лангмюровской циркуляции

— длина и высота одной ячейки Лангмюра.

Значение коэффициента κ_1 в уравнении (8) выбирается таким образом, чтобы при заданной скорости ветра W обеспечить выполнение условия (9).

Для известных значений компонентов скорости давление в ячейке Лангмюра находится из численного решения уравнения:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = 2\rho_l \left(\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right) =$$

$$= 2\rho_l \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} - \left(\frac{\partial^2 S}{\partial x \partial z} \right)^2 \right)$$

с граничными условиями:

$$p(x, 0) = p_a, \quad p(x, -L_z) = p_a + \rho_l g L_z,$$

$$p(-L_x, z) = p(L_x, z).$$

При постоянных скорости и направлении ветра лангмюровские циркуляции не изменяются во времени, поэтому задача об определении распределения пузырьков в приповерхностном слое океана является стационарной. Ее решение ищется посредством численного интегрирования системы уравнений (1), (6) и (7) по времени с произвольно выбранными начальными условиями до обеспечения сходимости.

На рис. 1 показаны плотность распределения пузырьков в жидкости и поле скорости в плоскости XZa . Численное решение построено для следующих параметров задачи: $\rho_l = 1000 \text{ кг/м}^3$, $p_0 =$

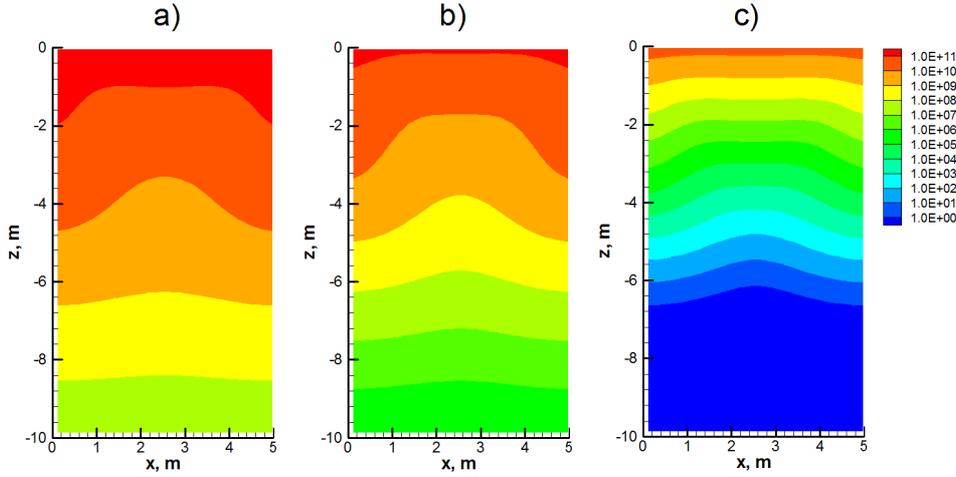


Рис. 2. Распределения $n(a_{fi_x}, x, z)$ (м^{-4}) для $a_{fi_x} = 10$ мкм (а), $a_{fi_x} = 50$ мкм (б) и $a_{fi_x} = 100$ мкм (с) в условиях существования лангмюровской циркуляции

101325 Па, $a_1 = 10$ мкм, $a_2 = 100$ мкм, $\sigma = 0.036$ Н/м, $D = 2 \times 10^{-9}$ $\text{м}^2/\text{с}$, $\kappa = 2.1 \times 10^{-7}$ $\text{кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{Па})$, $\mu_l = 10^{-3}$ Па·с, $W = 10$ м/с, $L = 2L_x$, $H = -2L_z$.

Согласно экспериментальным наблюдениям при расчетной скорости ветра обрушение волн происходит непрерывно на всей водной поверхности. Для моделирования интенсивности впрыска пузырьков используется зависимость

$$q(a, x, z, t) = q_0 a^\tau \delta(z),$$

где $\tau = -1.5$ [6]; δ — дельта-функция Дирака, а q_0 определяется из условия наилучшей аппроксимации экспериментальных данных для неподвижной жидкости (более подробно см. [1]).

Численное решение, соответствующее рис. 1, получено на равномерной сетке, состоящей из 20 ячеек в направлении оси X , 100 ячеек в направлении оси Z и 45 ячеек в направлении оси радиусов. В соответствии с выбором расчетной области движение жидкости происходит только в зоне $z \geq -H/2$, причем максимальные отрицательные значения вертикальной скорости достигаются в плоскостях $x = 0$ и $x = L$. Циркуляции Лангмюра способствуют перераспределению концентрации пузырьков вблизи поверхности воды: максимальные значения n при фиксированных значениях глубины и радиуса пузырька достигаются на боковых плоскостях расчетной области.

На рис. 2 представлены распределения n для трех различных значений радиусов пузырьков: $a = 10$ мкм (а), $a = 55$ мкм (б) и $a = 100$ мкм (с). Согласно полученным результатам концентрация пузырьков в воде существенно зависит от их радиусов. Среднее значение концентрации пузырьков малого

радиуса ($a \approx 10$ мкм) вблизи поверхности составляет $10^7 - 10^8$ м^{-4} , что примерно в 100 раз больше, если сравнивать с концентрацией пузырьков среднего радиуса ($a \approx 50$ $\mu\text{м}$). Большие пузырьки ($a \approx 100$ $\mu\text{м}$) существуют только в приповерхностном слое жидкости ($z > -5$ м, $n > 100$ м^{-4}). При этом распределения объемной плотности пузырьков для различных радиусов качественно не отличаются: изолинии $n = \text{const}$ во всех случаях симметричны, имеют локальный максимум значений при $x \approx 2.5$ м и локальные минимумы на границах расчетной области.

4. Моделирование пузырькового слоя при взаимодействии внутренней и поверхностных волн

При относительно слабом ветре со скоростью, не превышающей 5 м/с, обрушение поверхностных волн приобретает очаговую структуру. Если при этом в верхнем слое жидкости существуют упорядоченные течения, то они способствуют консолидации таких очагов в соответствие со своей структурой.

В работе [1] были получены выражения для скорости генерации пузырьков на поверхности воды Q в уравнении (2) в зависимости от длины и амплитуды поверхностных волн и характеристик внутренней волны. Применительно к описанию генерации пузырьков фиксированного радиуса a выражение для мгновенной скорости впрыска будет выглядеть следующим образом:

$$q(a, x, z, t) = \frac{\partial \tilde{n}(a, x, z, t)}{\partial t}$$

при условии $\tilde{n}(a, x, z, t) > 0$ и $q(a, x, z, t) = 0$ в противном случае.

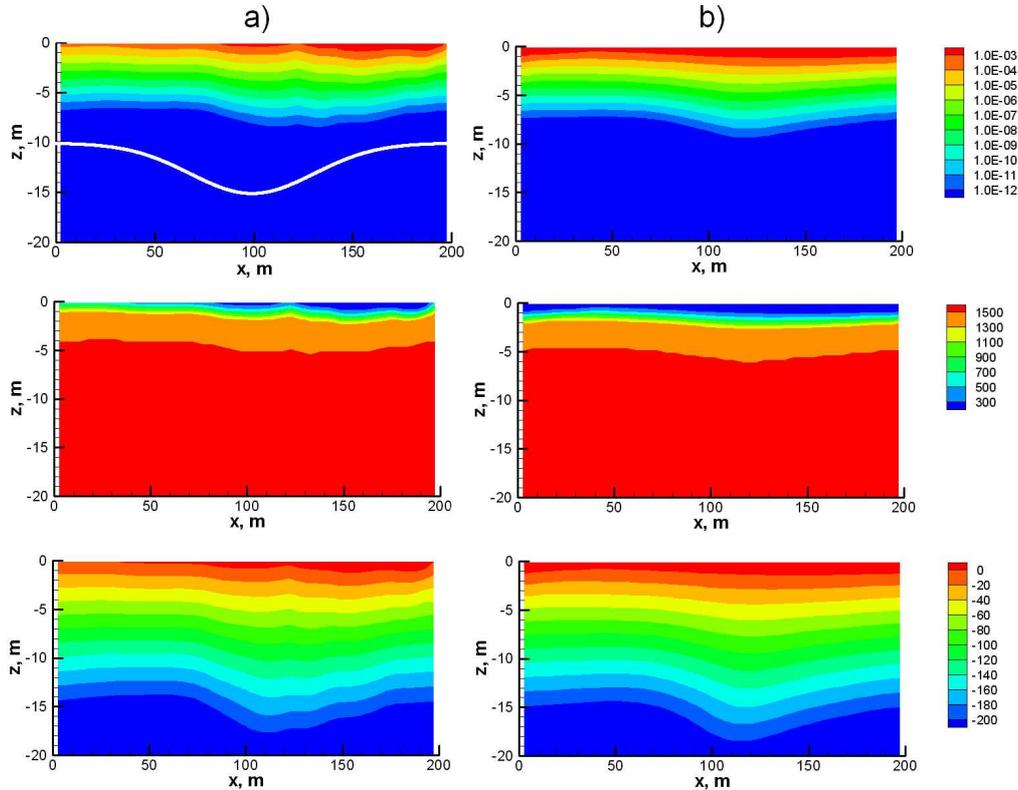


Рис. 3. Распределения объемной концентрации газа α_g (верхний ряд), скорости звука c (м/с, средний ряд) и коэффициента обратного рассеяния $10 \lg M_v$ (нижний ряд) в жидкости с кноидальной внутренней волной амплитудой 5 м при скорости ветра $W = 2.5$ м/с для двух значений длины поверхностных волн: 2.6 м (а) и 2.5 м (б). Внутренняя волна (положение показано на верхнем левом графике) распространяется слева направо

Здесь

$$\tilde{n}(a, x, z, t) = \frac{3(\tau + 4)\epsilon \tilde{E}_2 a^\tau}{4\pi \rho_l g \gamma^2 (a_2^{\tau+4} - a_1^{\tau+4})} \exp\left(\frac{z}{\gamma}\right),$$

где $\epsilon = 0.003$, $\gamma = 0.25k$ — характерная глубина проникновения пузырьков при обрушении поверхностной волны, равная четверти амплитуды волны k [6]; $\tilde{E}_2(a, x, t)$ — зависящая от фазы внутренней волны энергия поверхностной волны, затрачиваемая на генерацию пузырьков [1].

На рис. 3 показаны пространственные распределения объемной концентрации газа α_g , скорости звука c и коэффициента обратного рассеяния $10 \lg M_v$ при скорости ветра $W = 2.5$ м/с. Распределения построены для фиксированного момента времени, когда гребень кноидальной внутренней волны, движущейся слева направо с амплитудой 5 м и длиной 200 м, находится в середине расчетной области при $x = 100$ м. Нестационарное решение задачи ищется для следующих параметров: $L = 200$ м, $H = 42$ м, $h = 12$ м (статическая глубина верхнего слоя жидкости), $\rho_{l1} = 999.256$ кг/м³ (плотность

верхнего слоя), $\rho_{l2} = 1000$ кг/м³ (плотность нижнего слоя). Величины α_g , c и M_v выражаются через основные параметры задачи по формулам [1], [3]:

$$\alpha_g = \frac{4}{3}\pi \int_{a_1}^{a_2} n(a, z) a^3 da,$$

$$c^2 = \frac{\rho_g \rho_l c_g^2 c_l^2}{(\alpha_g \rho_g + (1 - \alpha_g) \rho_l) (\alpha_g \rho_l c_l^2 + (1 - \alpha_g) \rho_g c_g^2)},$$

$$M_v(x, z, t) = \int_{a_1}^{a_2} n(a, x, z, t) \sigma_v da,$$

$$\sigma_v = \frac{4\pi a^2}{((\omega_0/\omega)^2 - 1)^2 + \Psi^2},$$

$$\omega_0 = \frac{1}{2\pi a} \sqrt{\frac{3\gamma g p_g}{\rho_l}}, \quad \Psi = \Psi_t + \Psi_r + \Psi_v,$$

$$\Psi_t = \sqrt{\frac{3\rho_l \lambda_g (\gamma_g - 1)^2 \omega_0}{4\pi \rho_g C_{pg} \gamma_g p_g}}, \quad \Psi_r = \sqrt{\frac{3\gamma_g p_g}{\rho_l c_l^2}},$$

$$\Psi_v = \frac{2\mu_l \omega_0}{3\pi \gamma_g p_g},$$

где $c_g = 290$ м/с и $c_l = 1500$ м/с — скорости звука в газе и жидкости; $\gamma_g = 1.4$ — показатель адиа-

баты; $C_{pg} = 1005$ Дж/(кг·К) — удельная теплоемкость газа при постоянном давлении; $\lambda_g = 0.025$ кг·м/(с³·К) — коэффициент теплопроводности газа; $\omega_0 = 600$ кГц — частота внешнего сигнала, который использовался в экспериментах [2].

Рассматриваются численные решения для поверхностных волн с амплитудой 0.1 м и двумя различными значениями длины волны: 2.6 м (рис. 3(а)) и 2.5 м (рис. 3(б)). В расчетах используется трехмерная сетка, состоящая из 40 ячеек в направлении X (с пространственным шагом 5 м), 168 ячеек в направлении Z (шаг 0.25 м) и 18 ячеек в направлении a ($\Delta a = 5$ мкм). Решение, показанное на рис. 3, получено для момента времени $t \approx 1700$ с, когда оно может считаться независимым от начальных условий, поскольку по истечении этого периода внутренняя волна продвинулась на расстояние в 5.5 раз превышающее размер вычислительной области по оси X .

Из сравнения графиков на рис. 3 следует, что распределения параметров становятся более неоднородными при увеличении длины волны. Это связано с тем, что размер области поверхности, на которой происходит обрушение волн, напрямую зависит от длины волн: чем короче волны, тем быстрее они обрушиваются и, следовательно, тем равномернее происходит приток пузырьков. При этом существуют критические значения длины поверхностных волн, когда обрушение происходит по всей акватории, либо не происходит вообще. Для условий решаемой задачи они равны 2.032 м и 2.643 м соответственно.

Максимальная по длине внутренней волны концентрация газа и соответствующие ей минимальные значения скорости звука и коэффициента обратного рассеяния, как это следует из рис. 3, достигаются в области перед гребнем (задний склон внутренней волны), что полностью согласуется с экспериментальными наблюдениями [2]. При этом поверхностные волны вносят коротковолновые возмущения (рис. 3(а)), которые могут создавать локальные неоднородности в масштабе распространения внутренней волны.

5. Заключение

На основе предложенной модели для описания динамики полидисперсного пузырькового слоя проведено численное моделирование эволюции пузырьков газа в приповерхностном слое океана в условиях существования внутренней волны при слабом ветре и при сильном ветре в случае наличия лангмюровских циркуляций. Установлено, что концентрация пузырьков в жидкости существенно зависит от величины их радиусов, что делает необходимым

учет неоднородности пузырькового слоя. Получено качественное объяснение эффекта копирования пузырьковым слоем профиля внутренней волны. При этом показано, что структура пузырькового слоя чувствительна по отношению к длине поверхностных волн: опрокидывания длинных волн вносят коротковолновые возмущения, которые могут создавать локальные неоднородности в масштабе распространения внутренней волны.

Список литературы

- [1] Grimshaw R.H.J., Khusnutdinova K.R., Ostrovsky L.A., Topolnikov A.S. Structure formation in the oceanic subsurface bubble layer by an internal wave field // *Phys. Fluids*. 2010. V. 22. 106603.
- [2] Серебряный А.Н., Галыбин Н.Н. Эффект воздействия внутренних волн на приповерхностный слой воздушных пузырьков в море // *Материалы XI школы-семинара академика Л.М. Бреховских «Акустика океана»*. Москва. 23–26 мая 2006 г. С. 378–382.
- [3] Гримшоу Р., Островский Л.А., Топольников А.С., Хуснутдинова К.Р. Влияние внутренней волны на распространение звука в приповерхностном пузырьковом слое // *Труды Института механики Уфимского научного центра РАН*. Вып. 8 / Под ред. С.Ф. Урманчеева. Уфа: Нефтегазовое дело, 2011. С. 53–63.
- [4] Thorpe S.A. A model of the turbulent diffusion of bubbles below the sea surface // *J. Phys. Oceanogr.* 1984. V. 14. 841–854.
- [5] Chiba D., Baschek B. Effect of Langmuir cells on bubble dissolution and air-sea gas exchange // *J. Geophys. Res.* 2010. V. 115. C10046.
- [6] Baschek B., Farmer D. M., Garrett C. Tidal fronts and their role in air-sea gas exchange // *J. Mar. Res.* 2006. V. 64. 483–515.