

## Повышение давления жидкости в замкнутом объеме за счет термического расширения при нагревании через стенки

Юмагулова Ю.А.

Бирская государственная социально-педагогическая академия, Бирск

Рассмотрена радиально-симметричная задача о тепловом воздействии на жидкость, находящуюся в замкнутом объеме. Получены аналитические решения, описывающие повышение давления вследствие термического расширения жидкости. Проанализировано влияние геометрического размера емкости и начального состояния жидкости на изменение давления при ее нагревании через стенки.

Нагревание жидкости сопровождается ее термическим расширением, которое в замкнутом объеме может способствовать разрушению конструкции в результате сильного увеличения давления. Повышение давления жидкости необходимо учитывать при конструировании и расчете надежности различных технических систем, гидравлических машин, паросиловых установок и других устройств, которые работают в переменных температурных условиях. Рассмотрим задачу о нагревании жидкости, находящейся в замкнутой цилиндрической емкости, через боковые стенки. При отсутствии кипения жидкости повышение давления будет происходить только за счет термического расширения по всему объему. При математическом описании процессов теплопереноса уравнения неразрывности, теплопроводности и линейное уравнение состояния жидкости имеют вид [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho_l v_l) = 0, \quad (1)$$

$$\rho_l c_l \frac{\partial T_l}{\partial t} = \frac{\lambda_l}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_l}{\partial r} \right), \quad (2)$$

$$\rho_l = \rho_{l0} (1 - \alpha^{(T)} (T_l - T_{l0}) + \alpha^{(p)} (p - p_0)), \quad (3)$$

где  $\rho_l$ ,  $\lambda_l$ ,  $c_l$ ,  $v_l$ ,  $T_l$ ,  $p$  — плотность, теплопроводность, теплоемкость, скорость, температура и давление жидкости; нижний индекс «0» здесь и далее соответствует начальным значениям параметров жидкости;  $\alpha^{(T)}$  — коэффициент термического расширения жидкости;  $\alpha^{(p)} = 1/(\rho_l C_l^2)$  — коэффициент сжимаемости, определяемый скоростью звука в жидкости  $C_l$ .

В начальном состоянии ( $t = 0$ ) температура жидкости равна  $T_{l0}$ , а давление  $p_0$ . С некоторого момента времени ( $t > 0$ ) на границе  $r = b$  поддерживается постоянная температура  $T_e$ , которая выше начальной температуры  $T_{l0}$ . При этом на оси симметрии емкости  $r = 0$  выполняется условие отсутствия тепловых потоков ( $\partial T_l / \partial r = 0$ ).

Из уравнения неразрывности (1) и теплопроводности (2) с учетом линейного уравнения состояния (3) можно получить

$$\alpha^{(p)} r \frac{dp}{dt} = \alpha^{(T)} \nu_l^{(T)} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial r} (r v_l), \quad (4)$$

где  $\nu_l^{(T)} = \lambda_l / (\rho_l c_l)$  — температуропроводность жидкости. Уравнение (4) записано в рамках гипотезы гомобаричности (однородности давления ( $\partial p / \partial r = 0$ )).

Проинтегрировав уравнение (4) по координате от 0 до  $b$  и полагая равенство нулю скорости жидкости на границах  $r = 0$  и  $r = b$ , уравнение для изменения давления примет вид

$$\frac{dp}{dt} = - \frac{2 \alpha^{(T)} \nu_l^{(T)}}{\alpha^{(p)} b} \left( \frac{\partial T_l}{\partial r} \right)_{r=b}. \quad (5)$$

Для задания теплового потока на границе  $r = b$  необходимо найти решение уравнения теплопроводности (2), удовлетворяющее условиям  $T_l = T_{l0}$  ( $t = 0, 0 < r < b$ ),  $\partial T_l / \partial r = 0$  ( $t > 0, r = 0$ ),  $T_l = T_e$  ( $t > 0, r = b$ ).

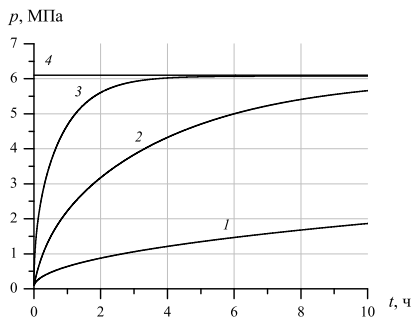


Рис. 1. Динамика изменения давления воды при трех значениях радиуса емкости  $b = 0.5$  (1), 0.14 (2), 0.05 м (3)

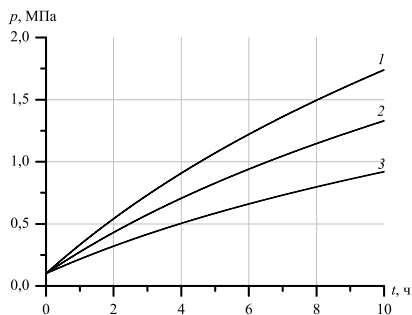


Рис. 2. Повышение давления воды при различных ее начальных значениях  $T_{10} = 273$  (1), 293 (2), 313 К (3)

Решение этой задачи имеет вид [3]:

$$T(r, t) = \frac{2(T_{10} - T_e)}{b} \times \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\nu_l^{(T)} \alpha_n^2 t) \frac{J_0(r \alpha_n)}{\alpha_n J_1(b \alpha_n)}, \quad (6)$$

где  $J_0(r)$ ,  $J_1(r)$  — функции Бесселя нулевого и первого порядка;  $\alpha_n$  — положительные корни уравнения  $J_0(b \alpha_n) = 0$ .

Подставляя (6) в (5), получим:

$$p = p_0 + \frac{4(T_e - T_{10})}{\alpha^{(p)} b^2 \sqrt{\pi}} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2} \left( 1 - \exp(-\nu_l^{(T)} \alpha_n^2 t) \right). \quad (7)$$

Величину максимального давления жидкости  $p^{(M)}$  в замкнутом объеме можно определить из (3)

предельным переходом при  $t \rightarrow \infty$  в виде

$$p^{(M)} = p_0 + \frac{\alpha^{(T)}}{\alpha^{(p)}} (T_e - T_{10}). \quad (8)$$

На основе полученных решений (7) и (8) выполнены расчеты применительно к воде со следующими физическими параметрами [4]:  $\alpha^{(T)} = 10^{-4} \text{ К}^{-1}$ ,  $\alpha^{(p)} = 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$ ,  $\nu_l^{(T)} = 1.3 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ . Для начального состояния приняты значения  $T_{10} = 293 \text{ К}$ ,  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $T_e = 353 \text{ К}$ .

На рис. 1 линиями 1, 2, 3 представлены зависимости давления от времени для значений радиуса емкости  $b = 0.5, 0.1$  и  $0.05 \text{ м}$ . Линия 4 соответствует максимальному давлению жидкости  $p^{(M)}$  в замкнутом объеме.

Влияние начальной температуры воды на скорость повышения давления иллюстрируется на рис. 2.

Для радиально-симметричной задачи построена математическая модель, описывающая повышение давления жидкости в замкнутом объеме при нагревании через боковые стенки.

Установлено, что за счет термического расширения воды может произойти значительное повышение давления в замкнутом объеме. Снижение начальной температуры воды приводит к увеличению скорости изменения давления.

## Список литературы

- [1] Шагапов В.Ш., Ильясов У.Р., Насырова Л.А. Тепловой удар в пористой среде, насыщенной жидкостью // Теплофизика и аэромеханика, 2003. Т. 10, № 3. С. 411–422.
- [2] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1. 464 с. Ч. 2. 360 с.
- [3] Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
- [4] Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. М.: Наука, 1972, 720 с.