УДК 532.2

Динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости[1]

Гималтдинов И.К.[*,], Галимзянов М.Н.[**,***]**

[*]Стерлитамакский филиал Уфимского государственного авиационного технического университета, Стерлитамак

[**]Башкирский государственный университет, Уфа

[***]Институт механики им.Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

Представлены результаты исследований по динамике двумерных волн в пузырьковой жидкости, реализующихся из-за локализованного удара по границе пузырьковой жидкости.

1. Введение

К настоящему времени одномерные волны в пузырьковой жидкости достаточно подробно изучены [1–3]. На данный момент активно исследуются двумерные волны в пузырьковых жидкостях [4–7]. В данной работе исследуется динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости.

2. Основные уравнения

Рассмотрим двумерное движение пузырьковой среды при следующих допущениях. Смесь является монодисперсной, т.е. в каждом элементарном объеме все пузырьки сферические и одинакового радиуса. Жидкость акустически сжимаема, вязкость и теплопроводность существенны лишь в процессе межфазного взаимодействия и, в частности, при пульсации пузырьков. Отсутствует массообмен между пузырьками и жидкостью. На основе этих допущений запишем закон сохранения массы для каждой фазы, числа пузырьков и импульсов в односкоростном приближении, и кинематические зависимости [1]:

$$\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0 \ \ (i = l,\, g)\,,$$

$$\frac{dn}{dt} + n\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = 0,$$

$$\rho\frac{du}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial x} = 0, \quad \rho\frac{dv}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0, \quad \rho = \rho_g + \rho_l,$$

$$\left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y}\right),$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1, \quad \rho_i = \rho_i^0\alpha_i, \quad \alpha_g = \frac{4}{3}\pi n a^3,$$

где ρ_i^0, α_i, p_l, n, a — соответственно плотность, объемное содержание i-й фазы, давление несущей жидкости, число и радиус пузырьков; u и v — проекции скорости на оси координат x и y соответственно.

При описании радиального движения в соответствии с уточнением, предложенным в [8], будем полагать, что скорость радиального движения w состоит из двух слагаемых

$$w = w_R + w_A,$$

где w_R, описывается уравнением Релея–Ламба

$$a\frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2}w_R^2 + 4\nu_l\frac{w_R}{a} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}.$$

Добавка w_A определяется из решения задачи о сферической разгрузке на сфере радиуса a в несущей жидкости в акустическом приближении:

$$w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}.$$

Уравнение для давления внутри пузырьков с учетом однородности давления записывается в виде [1]:

$$\frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a}w - \frac{3\,(\gamma-1)}{a}q,$$

[1]Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 14-01-97004-р_поволжье_а), Программы Фонда фундаментальных исследования ОЭММПУ РАН (проект ОЭ–13) и Программы Фонда фундаментальных исследований Президиума РАН (проект П–21).

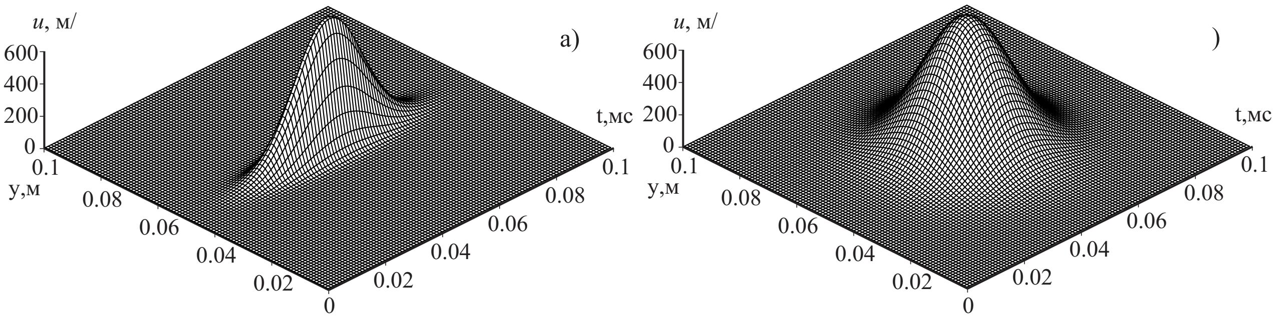

Рис. 1. Форма начального волнового импульса

где γ — показатель адиабаты для газа; q — интенсивность теплообмена или тепловой поток от жидкости к газу, отнесенный к единице площади межфазной поверхности. Интенсивность межфазного теплообмена примем в виде [1]:

$$q = \lambda_g \mathrm{Nu}(T_g - T_0)/2a,$$

где $T_0 = \mathrm{const}$ — температура жидкости; Nu — число Нуссельта.

При описании число Нуссельта задается в виде:

$$\mathrm{Nu} = \begin{cases} \sqrt{\mathrm{Pe}}, & \mathrm{Pe} \geqslant 100 \\ 10, & \mathrm{Pe} < 100 \end{cases}.$$

Для числа Пекле примем выражение:

$$\mathrm{Pe} = 12\,(\gamma - 1)\,\frac{T_0}{|T_g - T_0|}\,\frac{a\,|w|}{\kappa_g},$$

где $\kappa_g = \lambda_g / c_g \rho_{g0}$, λ_g, c_g — коэффициент температуропроводности, коэффициент теплопроводности и теплоемкость газа соответственно.

Уравнение состояния для несущей фазы примем в акустическом приближении

$$p_l = p_0 + C_l^2 \left(\rho_l^0 - \rho_{l0}^0\right),$$

где нижний индекс «0» относится к исходному, невозмущенному состоянию; C_l — скорость звука в жидкости.

Считая газ калорически совершенным, запишем уравнение Клайперона–Менделеева:

$$p_g = \rho_g^0 R T_g,$$

где R — газовая постоянная.

Методика численного расчета представлена в [9].

3. Результаты расчетов

На рис. 1–3 представлена эволюция колоколообразного по поперечной координате и по времени волнового импульса, заданного в виде:

$$u\,(0, y) = \Delta u_0 \cdot \exp\left[\left(\frac{t - t_*/2}{t_*/6}\right)^2\right] \cdot \exp\left[\left(\frac{y - L_y/2}{y_*}\right)^2\right]$$

в однородной водовоздушной пузырьковой смеси. В численных расчетах параметры смеси следующие: $\alpha_{g0} = 10^{-3}$, $a_0 = 10^{-3}$ м, $p_0 = 0.1$ МПа, $\rho_{l0}^0 = 10^3$ кг/м^3, $T_0 = 300$ К, $c_g = 1006$ Дж/К·кг, $\lambda_g = 2.6 \cdot 10^{-2}$ Дж/К·с·м. Здесь $\Delta u_0 = 600$ м/с, $t_* = 0.1$ мс, $L_y = 0.1$ м. Отметим, что в работах [6,7,9] возмущение в пузырьковой жидкости создавалось граничным давлением, а в данной работе первоначальный импульс создается воздействием на границе $x = 0$ жесткого ударника.

Результаты расчетов, приведенные на рисунках, отличаются тем, что для рис. 1(а) и 2 значение $y_* = 0.004$ м, а для рис. 1(б) и 3 — $y_* = 0.016$ м. На рис. 1 представлены первоначальные профили компоненты скорости для удара, который воздействует на расчетную область на границе $x = 0$. На рис. 2 и 3 (фрагменты (а)) представлены распределения давления в момент 3.6 мс. Так как волновая картина симметрична относительно линии $y = L_y/2$, поэтому представлены рисунки только для одной из полуплоскостей, разделенные линией $y = L_y/2$. На фрагментах (б) также представлены эпюры давления в различные моменты времени (время указано над линиями в мс), кривые слева соответствуют линии $y = L_y/2$, кривые справа — линии $y = L_y/4$. Отметим, что, так как первоначальный импульс локализован не только по времени, но и по координате y, его затухание определяется не только диссипацией энергии в пузырьковой жидкости, но и двумерным растеканием. Из сравнительного анализа рис. 2 и 3 видно, что в обоих случаях форма движения имеет колебательный характер, что связано с радиальной инерцией пузырьковой жидкости. Кроме того, видно, что передний фронт более длительного (по координате y) импульса ($y_* = 0.016$ м (рис. 3)) имеет вид уединенной волны, а остальная

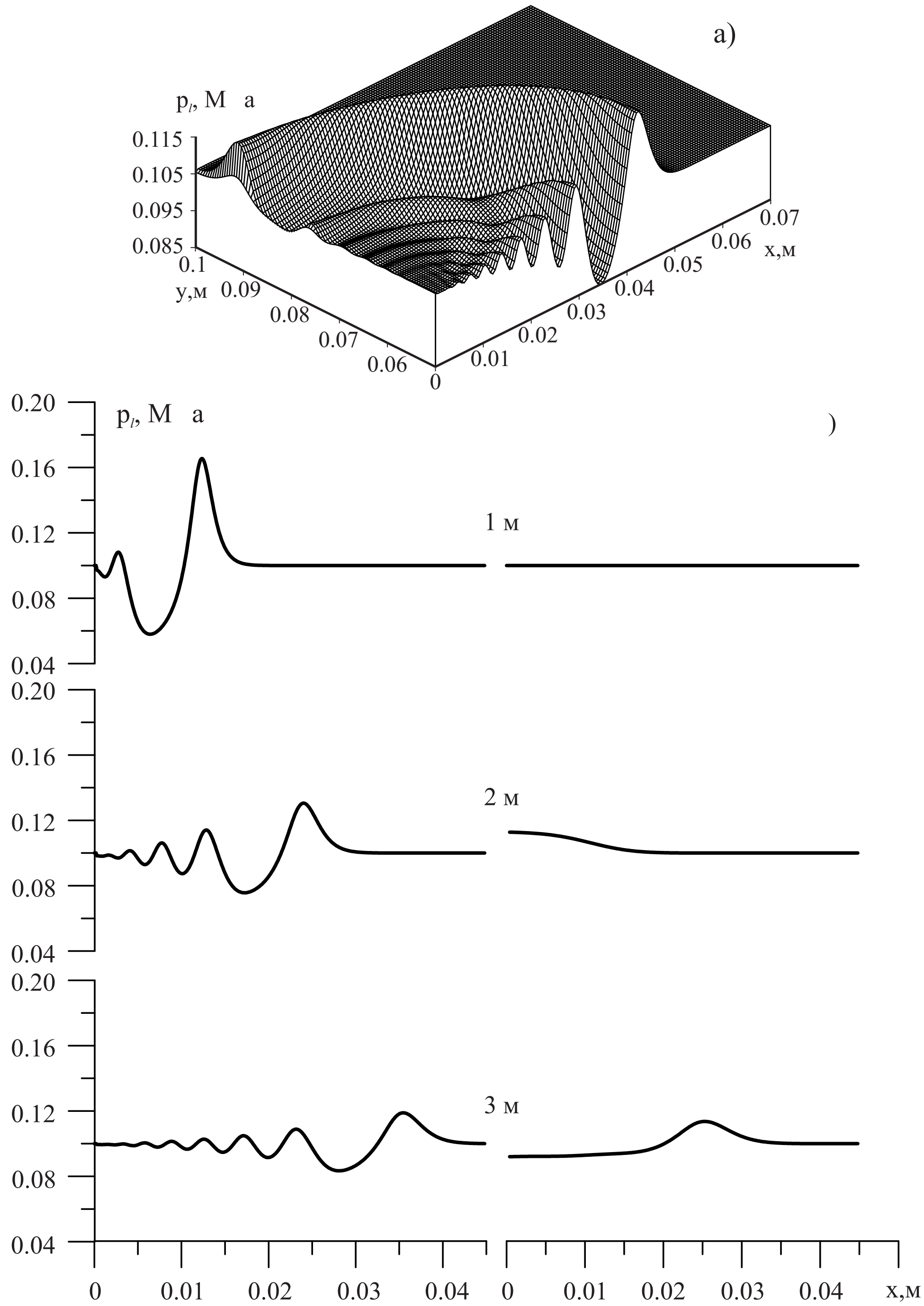

Рис. 2. Динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости. Пространственное распределение давления для $y_* = 0.004$ м в момент времени 3.6 мс (а). Для фрагмента (б) кривые слева соответствуют линии $y = L_y/2$, кривые справа — линии $y = L_y/4$

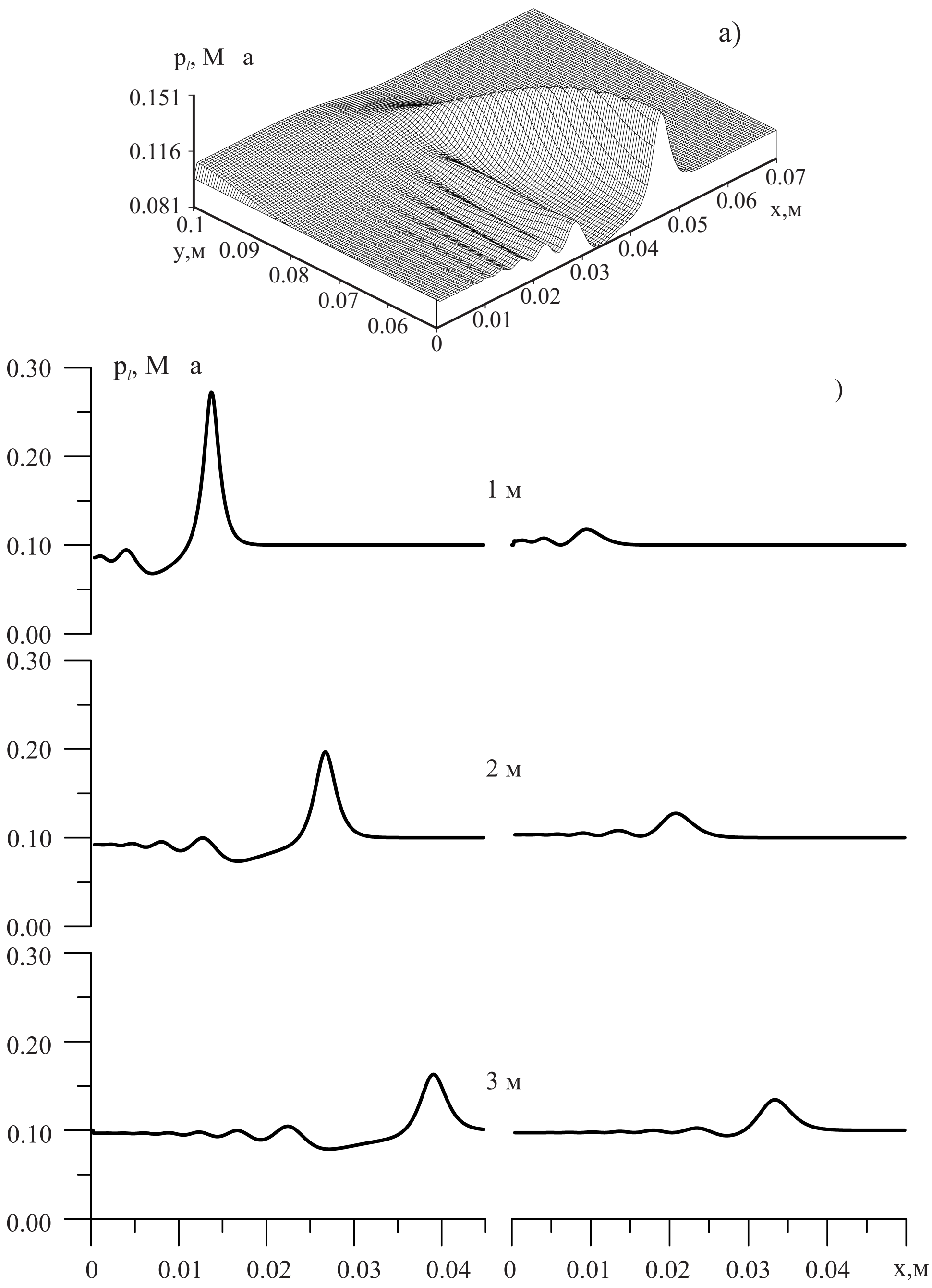

Рис. 3. Динамика локализованного импульса в пузырьковой жидкости. Пространственное распределение давления для $y_* = 0.016$ м в момент времени 3.6 мс (а). Для фрагмента (б) кривые слева соответствуют линии $y = L_y/2$, кривые справа — линии $y = L_y/4$

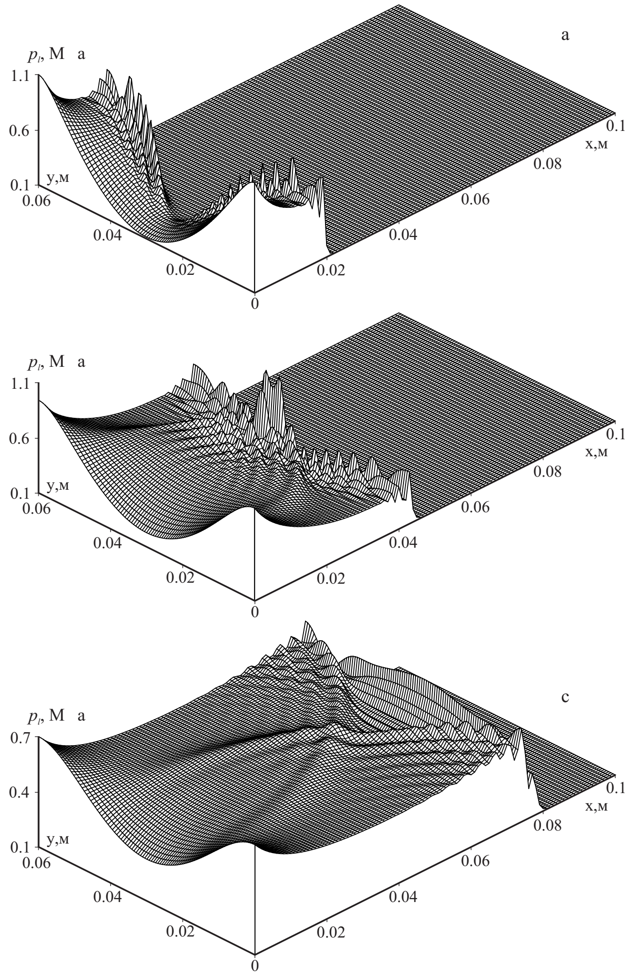

Рис. 4. Распределение давления при воздействии жестким ударником на границу $x = 0$. Фрагменты а), б) и с) соответствуют моментам 1.6, 2.7 и 5 мс

часть распространяется как пакет волн, имеющий пульсационный характер, подобно солитонам в [10]. Более «короткий» импульс ($y_* = 0.004$ м (рис. 2)) распространяется как подковообразный пакет волн с характерными длинами волн $\lambda \simeq C/\omega_M$, где C — равновесная скорость звука в пузырьковой жидкости; ω_M — частота Миннаерта [1]. Из рис. 2 видно, что распределение давления вдоль $y = L_y/4$ имеет вид уединенной волны, т.е. волновой пакет практический незаметен.

На рис. 4 представлена эволюция волны инициируемого воздействием на границу $x = 0$ жесткого ударника в однородной водовоздушной смеси. Скорость ударника по координате y меняется по параболическому закону

$$u\,(0, y) = \Delta u_0 \cdot \frac{4}{L_y^2}\left(y - \frac{L_y}{2}\right)^2,$$

где $L_y = 0.06$ м, остальные параметры системы такие же, как для рис. 2. Из рис. 4 видно, что к моменту 1.6 мс (фрагмент (а)) в водовоздушной смеси формируется волна, имеющая параболический профиль на границе $x = 0$, и, так как амплитуда волны неоднородна по координате y и симметричная вдоль прямой $y = L_y/2$, происходит схождение волны вдоль прямой $y = L_y/2$. Отметим, что передний профиль волны имеет осцилляционную структуру, связанную с радиальной инерцией пузырьковой жидкости; амплитуда давления к моменту 1.6 мс достигает значения 8 атм. К моменту времени 2.7 мс (рис. 4, фрагмент (б)) происходит столкновение волн, распространяющихся к центру расчетной области. Столкновение волны сопровождается появлением башнеобразных всплесков амплитуды давления; для момента 2.7 мс амплитуда башнеобразного всплеска достигает 10 атм. Видно, что башнеобразный всплеск давления «обрамлен» пульсационными возмущениями из-за сложения осцилляции на переднем фронте распространяющейся волны. При дальнейшей эволюции волны (фрагмент (с)) башнеобразные всплески затухают из-за двумерного растекания и диссипации в пузырьковой жидкости.

4. Заключение

Численно исследовано распространение двумерных волн в водовоздушной пузырьковой жидкости. Начальное возмущение инициировалось воздействием жесткого ударника.

В результате исследования установлены следующие факты.

При эволюции в однородной пассивной пузырьковой жидкости колоколообразного по поперечной координате импульсного сигнала, его затухание определяется не только диссипацией энергии в пузырьковой жидкости, но и двумерным растеканием. Передний фронт более «широкого» по поперечной координате импульса, имеет вид уединенной волны, а остальная часть распространяется как пакет волн, имеющий пульсационный характер, более «тонкий» сигнал распространяется как подковообразный пакет волн.

При воздействии на пузырьковую жидкость плоским ударником с параболическим профилем по поперечной координате установлено, что за счет двумерных эффектов происходит фокусировка волны вдоль линии симметрии.

Авторы выражают благодарность научному руководителю академику АН РБ, д.ф.-м.н., профессору Владиславу Шайхулагзамовичу Шагапову за полезные замечания и постоянный интерес к исследовательской работе авторов.

Список литературы

[1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч.1. 464 с., Ч.2. 360 с.

[2] Кутателадзе С.С., Накоряков В.Е. Тепломассообмен и волны в газожидкостных системах. Новосибирск: Наука, 1984. 302 с.

[3] Кедринский В.К. Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Издательство СО РАН, 2000. 435 с.

[4] Вшивков В.А., Лазарева Г.Г., Кедринский В.К. Формирование и усиление ударных волн в пузырьковом «шнуре» // Прикладная механика и техническая физика. 2005. Т. 46, № 5 (273). С. 46–52.

[5] Кедринский В.К., Шокин Ю.И., Вшивков В.А., Дудникова Г.И., Лазарева Г. Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Доклады Академии наук. 2001. Т. 381, № 6. С. 773.

[6] Galimzyanov M.N., Gimaltdinov I.K., Shagapov V.Sh. Two-dimensional pressure waves in a fluid with bubbles // Fluid Dynamics. 2002. V. 37, № 2. C. 294–301.

[7] Nigmatulin R.I., Shagapov V.Sh., Gimaltdinov I.K., Galimzyanov M.N. Two-dimensional pressure waves in liquid with bubbly zone // Physics. Doklady. 2001. V. 378. C. 763.

[8] Нигматулин Р.И., Шагапов В.Ш., Вахитова Н.К. Проявление сжимаемости несущей фазы при распространении волн в пузырьковой среде // Докл. АН СССР. 1989. Т. 304, № 5. С. 1077–1081.

[9] Галимзянов М.Н. Распространение волн сжатия в пузырьковых зонах конечных размеров // Вестник Удмуртского университета. Математика. Механика. Компьютерные науки. 2010. № 2. С. 57–66.

[10] Петвиашвили В.И., Цвелогуб О.Ю. Подковообразные солитоны на стекающей пленке жидкости // Докл. АН СССР. 1978. Т. 238, № 6. С. 1321–1323.