

Течение жидкости через систему связанных элементов технического устройства типа труба–гидросопротивление–труба¹

Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

В работе исследуется стационарное течение через систему элементов труба–гидросопротивление–труба для определения зависимости расхода жидкости от приложенного к системе перепада давления и геометрии системы. Уравнения Навье–Стокса решались численно в осесимметричной геометрии методом конечных элементов на неравномерной расчетной сетке. Получено, что область нелинейного падения давления в системе элементов локализована на длине трех радиусов входного отверстия, что позволило построить модель системы произвольной длины с фиксированной длиной гидросопротивления. Построен эквивалент трубы для системы элементов с гидросопротивлением. Предложен способ построения компьютерной модели для системы элементов, позволяющей в дальнейшем моделировать работу всего технического устройства в реальном времени. Полученные результаты особенно актуальны для гидроэлементов микроэлектромеханических систем, поскольку позволяют провести оптимизацию геометрии системы элементов для получения необходимых рабочих параметров технического устройства.

Ключевые слова: техническое устройство, гидросопротивление, гидродинамика, система связанных элементов, компьютерная модель

1. Введение

До настоящего времени расходы жидкости в элементах технических устройств (ТУ) рассчитываются по эмпирическим формулам с различными поправочными коэффициентами без учета протекающих динамических процессов [1–3]. Подобный подход оправдывает себя только для одной расчетной точки, а в широком диапазоне условий применения и режимов работы приводит, как показано в работе [4], к существенным ошибкам в основном именно из-за недоучета динамических процессов. Кроме того, при подобном подходе не учитываются физические свойства рабочих жидкостей, такие как вязкость, зависимость от температуры и т.п.,

которые существенно влияют на динамику работы всего ТУ (см., например, [5, 6]).

Для устройств, имеющих «классические» размеры, как правило, грубость расчетов по существующим инженерным методикам компенсируется за счет различных технических решений. Однако, с развитием техники и ростом требований к ее эксплуатации, качество таких расчетов становится недостаточным, а для микроэлектромеханических систем (МЭМС), имеющих характерные размеры менее 0.2–0.5 мм, высокая точность расчетов необходима.

Отметим, что при разработке сложных ТУ полное моделирование устройства является трудоемкой задачей, поскольку даже в упрощенных моделях требуется большое количество вычислительных ресурсов. Кроме того, для разработки ТУ необходимо, чтобы его модель функционировала в реальном масштабе времени. Таким образом, актуальным представляется замена полного моделирования всего устройства компьютерной моделью системы связанных элементов, так как это позволит:

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты №№ 14-01-97019-р_поволжье_а, 14-08-97027-р_поволжье_а), АН РБ (договора №№ 40/11-П, 40/59-П) и Программы Президиума РАН № П-31.

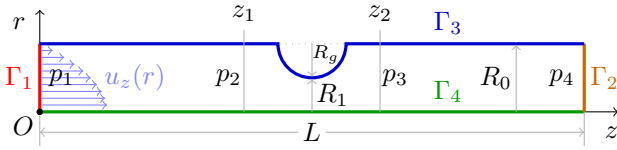


Рис. 1. Осесимметричная геометрия системы труба–гидросопротивление–труба: Oz — ось симметрии; $z_1 z_2$ — гидросопротивление

- выявить особенности работы каждого элемента в параметрической области с учетом работы остальных элементов;
- построить простые аналитические зависимости, позволяющие с определенной точностью заменить полное численное моделирование;
- получить требуемые результаты за приемлемое время.

Ранее авторами настоящей работы были разработаны компьютерные модели для одного элемента ТУ (для поршня и гидросопротивления). Модель поршня для осциллирующего перепада давления была построена в работе [7] методами факторного вычислительного эксперимента второго порядка. Данная модель учитывает пять параметров: амплитуда и частота перепада давления, трение поршня, жесткость пружины, отношение силы трения покоя и трения скольжения. В работе [5] была построена модель стационарного течения жидкости через цилиндрическое гидросопротивление с учетом перепада давления и радиуса проходного отверстия гидросопротивления, но без учета зависимости модели материала жидкости от температуры. В работе [6] представлено расширение данной модели для описания работы элемента во всей рабочей области температур.

В настоящей работе изучается течение жидкости через систему элементов труба–гидросопротивление–труба для определения зависимости расхода жидкости от приложенного к системе перепада давления и геометрии системы. Данное исследование особенно актуально для гидроэлементов МЭМС, поскольку позволяет провести оптимизацию геометрии системы элементов для получения необходимых рабочих параметров ТУ.

2. Постановка задачи и основные уравнения

В работе изучается динамика течения жидкости через цилиндрическую трубу радиуса R_0 и длины L с цилиндрическим гидросопротивлением ра-

диуса R_g (радиус проходного отверстия $R_1 = R_0 - R_g$) на основе решения уравнения Навье–Стокса [8] методом конечных элементов. На рис. 1 представлена геометрия в осесимметричном случае и введены следующие обозначения: Γ_1 — входное отверстие канала; Γ_2 — выходное отверстие канала; Γ_3 — стенка канала; Γ_4 — центральная ось канала (ось симметрии); z_1 и z_2 — начало и конец гидросопротивления (как элемента всей системы); p_i ($i = 1, 2, 3, 4$) — давление на различных участках системы (на входе системы, на входе гидросопротивления, на выходе гидросопротивления и на выходе системы, соответственно); $u_z(r)$ — профиль скорости жидкости в радиальном направлении.

Течение несжимаемой жидкости описывается уравнениями Навье–Стокса и уравнением неразрывности [8]:

$$\rho(T) \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu(T) \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\nabla \mathbf{u} = 0,$$

где $\rho = \rho(T)$ — плотность жидкости, зависящая от температуры T ; \mathbf{u} — вектор скорости течения жидкости; t — время; ∇ — оператор набла; $\nabla p = \Delta p / L = (p_1 - p_4) / L$ — градиент давления, приложенный к слою; p_1 и p_4 — давления на входе Γ_1 и выходе Γ_2 канала соответственно; $\mu = \mu(T)$ — динамическая вязкость жидкости, зависящая от T ; $\Delta = \nabla^2$ — оператор Лапласа. Задача решается в изотермической постановке, т.е. вязкость и плотность являются постоянными величинами, определенными при фиксированном значении T .

Граничное условие для скорости на стенке системы элементов Γ_3 определяется условием залипания $\mathbf{u} = 0$, а на оси Oz (граница Γ_4) ставится осесимметричное условие, а именно, условие отсутствия течения в радиальном направлении $u_r = 0$. На входе Γ_1 и выходе Γ_2 фиксируются значения давления p_1 и p_4 соответственно. На границе элементов z_1 и z_2 ставятся условия равенства давлений слева и справа, которые равны значениям p_2 и p_3 соответственно.

Рассмотрим предельный случай $R_1 \rightarrow R_0$ — паузейлевское течение в трубе круглого сечения. Тогда остается только одна составляющая скорости — в осевом направлении, которая зависит от поперечного перемещения, т.е. $u_z = u_z(r)$, и уравнение неразрывности в (1) выполняется автоматически. Для стационарного течения ($d\mathbf{u}/dt = 0$) с малой скоростью левая часть уравнения Навье–Стокса в (1) равна нулю и уравнение в цилиндрической системе координат примет вид:

$$-\frac{\Delta p}{L} + \mu(T) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) = 0$$

с граничным условием $u_z|_{r=R_0} = 0$ и условием на оси $(\partial u_z / \partial r)|_{r=0} = 0$. Решение данного уравнения имеет вид

$$u_z(r) = \frac{1}{4\mu(T)} \frac{\Delta p}{L} (R_0^2 - r^2). \quad (2)$$

Данное решение не зависит от плотности жидкости, поскольку плотность влияет только на время установления стационарного течения (входит в инерциальное слагаемое уравнения Навье–Стокса — $\rho(T) d\mathbf{u}/dt$).

При малых скоростях, обычных для гидроэлементов в МЭМС, в гидросопротивлении скорость течения на входе Γ_1 и выходе Γ_2 канала имеет профиль (2), пропорциональна градиенту давления и обратно пропорциональна динамической вязкости. Следовательно, можно предположить, что отличие гидросопротивления от цилиндрической трубы описывается функцией $g_\ell(R_1)$ как

$$u_z(r) \sim \frac{\Delta p}{L} \frac{1}{\mu(T)} g_\ell(R_1),$$

где функция $g_\ell(R_1)$ зависит от радиуса проходного отверстия R_1 и определяется либо из экспериментов, либо из результатов численного моделирования. В предельных случаях имеем $g_\ell(R_0) = 1$ — цилиндрическая труба (формула Хагена–Пуазейля) и $g_\ell(0) = 0$ — проходное отверстие отсутствует. Последняя формула будет обоснована в следующем параграфе.

В осесимметричной геометрии расход жидкости определяется по формуле

$$Q = 2\pi \int_0^{R_0} r u_z(r) dr. \quad (3)$$

Для малых перепадов давления расход жидкости может быть вычислен аналитически подстановкой профиля скорости (2) в формулу (3):

$$Q_q = \pi \frac{\Delta p}{L} \frac{R_0^4}{8\mu} g_\ell(R_1). \quad (4)$$

3. Численное исследование течения жидкости в системе элементов

Расчеты течения жидкости в системе элементов проводились численно методом конечных элементов на неравномерной расчетной сетке с максимальной длиной ребра элемента $\ell_{fe} = 0.1R_0$ на оси Γ_4 , $\ell_{fe}/4$ на входе Γ_1 и выходе Γ_2 системы и $\ell_{fe}/2$ на границе Γ_3 в пакете Elmer FEM [9]. Радиус трубы $R_0 = 5$ мм, радиус проходного отверстия гидросопротивления $R_1 = R_0/2$, длина системы $L = 2R_0 \dots 90R_0$. Температура рабочей жидкости $T = 20^\circ\text{C}$. Конфигурация поля скорости и

распределение давления определялись установившимся стационарным решением нелинейных уравнений Навье–Стокса с дискретизацией по времени схемой обратного дифференцирования второго порядка. Расход жидкости определялся по формуле (3) численным интегрированием поля скорости на границах Γ_1 и Γ_2 (на каждой границе по 40 узлов). Полученные результаты для втекающей в систему и вытекающей из нее жидкости сравнивались для контроля корректности расчетов. Распределение давления определялось вдоль границы Γ_4 ($10L/R_0$ узлов). Параметры жидкости: плотность $\rho = 775$ кг/м³, динамическая вязкость $\mu = 9.6875 \cdot 10^{-4}$ Па·с.

Сравним результаты численного моделирования системы элементов труба–гидросопротивление–труба и аналитических результатов течения в трубе той же длины (формула (2)).

На рис. 2(а) построены профили скорости на входе (профиль на выходе аналогичен) для системы элементов с общей длиной $L = 10R_0 = 5$ см (черная линия) и трубы (синяя линия) той же длины L . Профиль скорости для системы элементов полностью совпадает с профилем скорости, вычисленной по формуле (2), умноженной на коэффициент $k > 1$. В рассматриваемом случае имеем $k = 2.21$. Это означает, что система элементов эквивалентна трубе, к которой приложен в k раз меньший градиент давления. Если перепад давления неизменный, то система труба–гидросопротивление–труба длиной L заменяет трубу длины kL .

Поскольку течение жидкости обусловлено распределением давления, посмотрим, как давление меняется в системе элементов. На рис. 2(б) показано распределение давления на оси симметрии Oz : вдоль трубы давление меняется прямолинейно, а в области гидросопротивления изменение давления носит нелинейный характер. На рис. 2(в), где показана зависимость градиента давления ∇p , это продемонстрировано более наглядно: в области гидросопротивления градиент давления сильно изменяется, а в области трубы — постоянен. Область влияния гидросопротивления распространяется также и на области прилегающих элементов. Отметим, что в трубе градиент давления постоянен и не зависит как от осевой координаты z , так и от радиальной координаты r ; в гидросопротивлении градиент давления зависит от обеих координат.

Таким образом, задача исследования динамики течения жидкости через систему элементов труба–гидросопротивление–труба свелась к двум подзадачам:

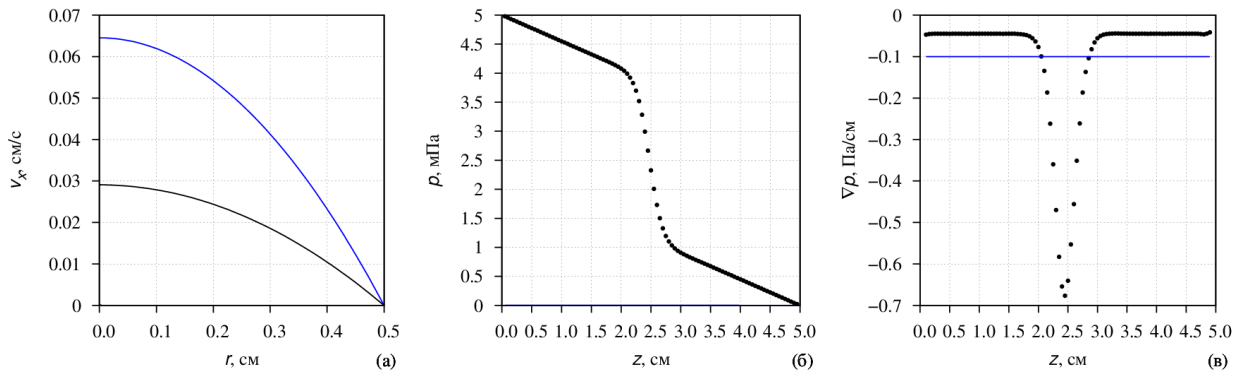


Рис. 2. Сравнение течения жидкости в трубе (синяя линия) и в системе элементов (черная линия): распределение скорости (а); распределение давления вдоль слоя (б); градиент давления вдоль слоя (в). Параметры системы: $R_0 = 5$ мм, $R_1 = R_0/2$, $L = 10R_0$

1. Определение размеров прилегающих к гидросопротивлению элементов, при которых изменение градиента давления на входе и выходе системы несущественны.
2. Определение зависимости расхода жидкости от геометрии системы.

На рис. 3 показано падение давления на различных участках системы: синими символами — на гидросопротивлении, зелеными — на соседних элементах (трубах), красными — общий перепад давления на всей системе элементов. Видно, что с ростом длины системы падение давлений на гидросопротивлении и связанных элементах становится более линейным.

Расход жидкости Q в системе с ростом ее длины растет нелинейно, стремясь к некоторому значению, которое меньше значения данной величины для трубы. Пусть для градиента давления $\Delta p/L$ всей системы расход жидкости равен значению Q , тогда значение расхода жидкости при течении через трубу с тем же градиентом давления будет равно $Q_0 = kQ$. Следовательно, согласно формуле (4), расход жидкости через трубу будет равным значению Q при градиенте давления равным $(\Delta p/L)/k$. Поскольку в ТУ давление является заданной величиной, то уменьшить градиент давления можно только увеличив длину системы в k раз.

Таким образом, по заданному значению градиента давления $\Delta p/L$ и вычисленному значению расхода жидкости Q для системы элементов можно построить ее эквивалент в виде трубы, если известен коэффициент k . На рис. 4 показана зависимость коэффициента k от нормированной длины L/R_0 при построении эквивалента трубы для системы элементов труба–гидросопротивление–труба. Видно, что зависимость является нелинейной, и с ро-

стом L (при фиксированном значении R_0) коэффициент k уменьшается. Отметим, что полученная зависимость может быть использована для оптимизации геометрии ТУ (в частности, для минимизации отдельных элементов).

Построим эквивалент трубы на основе гидросопротивления по полученным данным, связав расход жидкости с падением давления на различных участках системы элементов. Поскольку влияние гидросопротивления на соседние элементы практически не зависит от длины всей системы, то гидросопротивление со смежными областями составляет отдельный элемент, а две прилегающие к ним области — два других отдельных элемента. Дальнейшее исследование можно разделить на три этапа:

1 этап — проведение расчетов для всей системы при заданном перепаде давления. Данное исследование позволяет определить влияние длины системы на расход топлива, а также падение давления на каждом элементе;

2 этап — проведение расчета для одного гидросопротивления и определение по аналитическим формулам течение в остальных элементах. Перепад давления определяется из результатов 1-го этапа;

3 этап — построение аналитической модели трех связанных элементов на основе интерполяции результатов предыдущих этапов.

1 этап. На основе расчетов всей системы построим приближенные аналитические формулы, позволяющие определить зависимость перепада давления от длины системы L для постоянного градиента давления G_0 , приложенного к системе. Тогда приложенный к системе перепад давле-

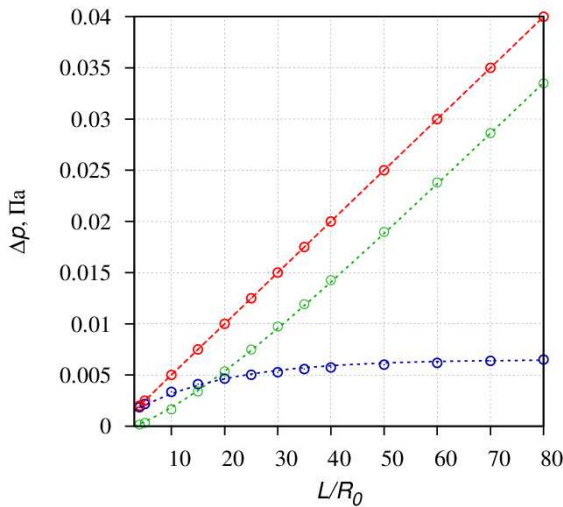


Рис. 3. Зависимость перепада давления на различных участках системы элементов от нормированной длины самой системы L/R_0 . Красные круги — приложенный к системе перепад давления; синие и зеленые круги — перепад давления на гидросопротивлении и смежных элементах соответственно. Пунктирные линии — аппроксимации, полученные по формулам (5) и (6), для соответствующих элементов

ния будет равен $\Delta p = G_0 L$. Минимальная длина системы будет равна длине гидросопротивления $L_g = z_2 - z_1$. Падение давления на этом участке $\Delta p_g(L_g)$ равняется приложенному к слою перепаду давления Δp . С ростом L падение давления на гидросопротивлении растет нелинейно и стремится к постоянной величине $\Delta p_g(L_\infty)$ (в расчетах L_∞ выбирается конечным, но достаточно большим, например, $L_\infty = 40R_0$). Хорошее согласие с численным расчетом дает следующая функция (рис. 3, синяя пунктирная линия):

$$\Delta p_g(L) = a_2 + (a_1 - a_2) \exp[-a_3(L - L_g)], \quad (5)$$

$$a_1 = \Delta p_g(L_g) \equiv \Delta p(L_g), \quad a_2 = \Delta p_g(L_\infty),$$

где коэффициент a_3 является фитинг-параметром.

Поскольку сумма падений давлений вдоль оси симметрии на различных участках системы равняется приложенному к системе перепаду давления, то падение давления на смежных к гидросопротивлению элементах равно (рис. 3, зеленая пунктирная линия)

$$\Delta p_p(L) = \Delta p - \Delta p_g(L, \Delta p). \quad (6)$$

2 этап. Проведем расчет для гидросопротивления (как отдельного элемента). Из результатов расчетов для системы элементов в диапазоне длин

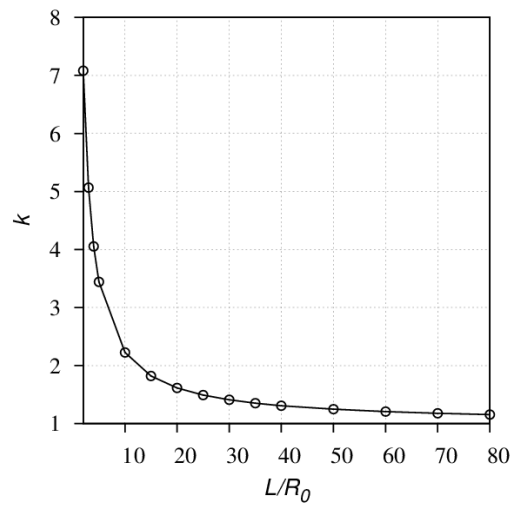


Рис. 4. Зависимость коэффициента k от нормированной длины L/R_0 при построении эквивалента трубы через систему элементов труба–гидросопротивление–труба

$L = 3R_0 \dots 90R_0$ было получено, что область отклонения градиента давления от постоянной величины, т.е. область гидросопротивления, локализована в области $L_g = 2.5R_0 \dots 2.8R_0$ и не зависит от длины примыкающих элементов.

Для определенности положим $L_g = 3R_0$ и проверим пределы применимости данной модели, используя предложенный в работе [6] метод. На рис. 5 показана зависимость расхода жидкости в гидросопротивлении от перепада давления. Видно, что для $\Delta p \leq 0.01$ Па (соответствующий градиент давления $G = \Delta p/L \leq 0.67$ Па/м) зависимость является линейной и примерно равной $Q_g \approx 3.3 \cdot 10^{-6} \cdot \Delta p$, а также удовлетворяет условию течения жидкости при малых перепадах давления (4), что позволяет расширить применимость формул (5) и (6) на произвольный градиент давления G с помощью следующих замен:

$$\Delta p_g(L) \rightarrow \Delta p_g(L) \frac{G}{G_0}, \quad \Delta p_p(L) \rightarrow \Delta p_p(L) \frac{G}{G_0}. \quad (7)$$

Дополнительные условия корректности используемой модели также выполняются: для максимального допустимого перепада давления $\Delta p = 0.01$ Па распределение скорости u_z на входе и выходе гидросопротивления имеет параболический профиль (2) (см. рис. 6(a)) и распределение давления на входе и выходе гидросопротивления равномерно (см. рис. 6(б)).

3 этап. Построим модель системы элементов на основе полученных приближенных аналитических формул. Расход жидкости Q через любое поперечное сечение системы остается неизменным, т.е.

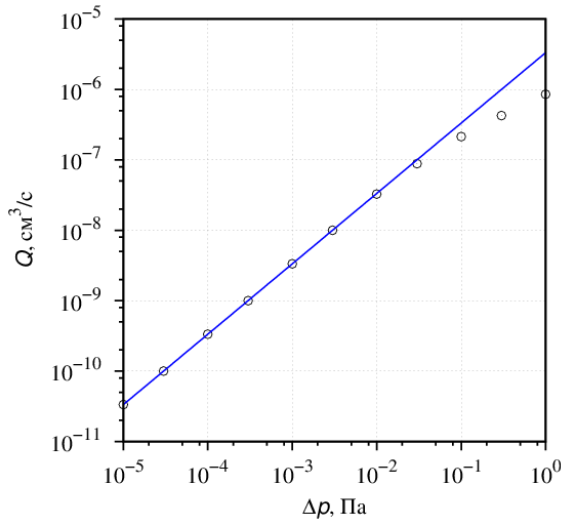


Рис. 5. Зависимость расхода жидкости Q в гидросопротивлении от перепада давления Δp для $L = 3R_0$, $R_g = R_0/2$

расход жидкости через систему $Q(\Delta p, L)$, гидросопротивление $Q_g(\Delta p_g, L_g)$ и смежные элементы $Q_p(\Delta p_p, L_p)$ совпадают:

$$Q(\Delta p, L) = Q_g(\Delta p_g, L_g) = Q_p(\Delta p_p, L_p),$$

где $L_p = L - L_g$ — общая длина смежных элементов. В данной формуле $Q(\Delta p, L)$ можно получить из численного расчета или эксперимента, а $Q_g(\Delta p_g, L_g)$ и $Q_p(\Delta p_p, L_p)$ определяются, согласно формуле (4), по приближенным аналитическим формулам для гидросопротивления:

$$Q_g = \pi \frac{\Delta p_g R_0^4}{L_g 8\mu} g_\ell(R_1), \quad (8)$$

и в трубе с длиной, равной длине смежных элементов:

$$Q_p = \pi \frac{\Delta p_p R_0^4}{L_p 8\mu}. \quad (9)$$

В формуле (8) коэффициент $g_\ell(R_1)$ вычисляется по следующей формуле:

$$g_\ell(R_1) = \frac{Q_g}{Q_0}, \quad (10)$$

где расход жидкости Q_g определяется с помощью одного численного расчета для гидросопротивления длины L_g при малом перепаде давления; расход жидкости Q_0 находится по аналитической формуле (4) с $g_\ell(R_1) \equiv 1$ для трубы той же длины и при том же перепаде давления.

Расход жидкости сильно зависит от ее температуры. Модель можно расширить для жидкости произвольной (в пределах технической эксплуатации)

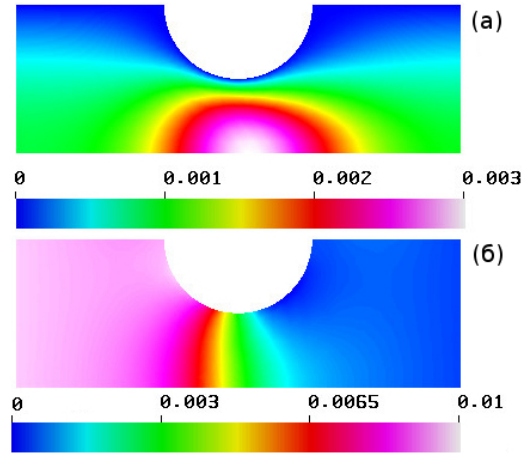


Рис. 6. Распределение скорости u_z (а) и давления p (б) в гидросопротивлении: $L_g = 3R_0$, $R_g = R_0/2$, $\Delta p = 0.01$ Па

температуры с использованием методики, предложенной в работе [6]. Если известна аппроксимация расхода жидкости Q_0 при температуре T_0 , то расход жидкости Q при температуре T будет равен

$$Q = Q_0 \frac{\mu(T_0)}{10^{C(1+T/135^\circ\text{C})^{-B-A}}}, \quad (11)$$

где коэффициенты аппроксимации зависят от выбранной системы единиц и рабочей жидкости (коэффициенты для различных жидкостей представлены в работе [6]).

3.1. Построение эквивалента трубы для системы элементов

Полученные ранее соотношения позволяют, зная падение давления на элементах системы, построить ее эквивалент в виде трубы, заменив полный комплекс численного моделирования аналитическими формулами. В качестве примера проведем расчет системы произвольной длины L для фиксированной длины гидросопротивления $L_g = 3R_0$, радиуса трубы $R_0 = 5$ мм, радиуса проходного отверстия $R_1 = R_0/2$ и параметров аппроксимаций (5), (8) $a_1 = G_0 L = 0.1L$, $a_2 = 0.006507$, $a_3 = 11.5$, $g_\ell = 0.195$. На рис. 7 показана зависимость расхода жидкости Q от нормированной длины системы элементов L/R_0 для полного численного моделирования (сплошная линия) и по приближенным аналитическим формулам (8) и (9). Видно, что аппроксимация хорошо согласуется с полным численным моделированием.

Отметим, что при построении модели системы элементов труба–гидросопротивление–труба рассматривались суммарное падение давления Δp_p и

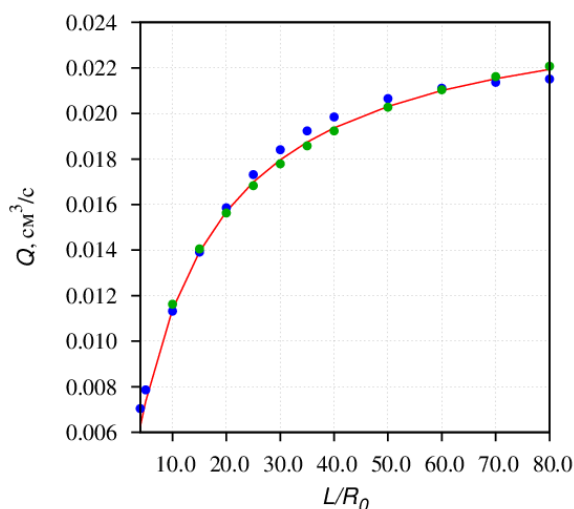


Рис. 7. Зависимость расхода жидкости Q от нормированной длины системы элементов L/R_0 : сплошная линия — численный расчет, синие круги — аппроксимация (8); зеленые круги — аппроксимация (9).

суммарная длина L_p крайних элементов. Это означает, что длины труб на входе и выходе могут быть различными или же одна из этих труб может отсутствовать. Главное, чтобы их суммарная длина оставалась неизменной, поскольку расход жидкости в системе зависит только от этой длины.

Заметим также, что аппроксимации для Δp_g (5) и для функции g_ℓ (10) между собой связаны. Приравнивая выражения для расхода жидкости $Q_g = Q_p$ и исключая Δp_p в соответствии с формулой (6), получим следующие соотношения, связывающие Δp_g и g_ℓ :

$$g_\ell = \frac{\Delta p - \Delta p_g}{\Delta p_g} \frac{L_g}{L - L_g},$$

$$\Delta p_g = \frac{\Delta p L_g}{L_g + (L - L_g)g_\ell}.$$

3.2. Построение компьютерной модели для системы элементов

Для проведения полного численного моделирования для каждого нового значения длины системы L требуется подготовить соответствующую расчетную сетку, поскольку от длины сильно зависит время установления течения. Например, расчет для $L = 3R_0$ занимает порядка нескольких секунд, а для $L = 80R_0$ требуется уже несколько часов. Поэтому полное численное моделирование не позволяет проводить расчеты ТУ в реальном времени.

При использовании приближенных формул (8) и (9) при фиксированном градиенте давления G_0

требуется провести всего три расчета для определения коэффициентов аппроксимации падения давлений на элементах:

- для определения a_1 и $g_\ell(R_1)$ — расчет отдельного гидросопротивления длиной $L = 3R_0$;
- для определения a_2 — расчет при больших значениях L ;
- для определения a_3 — расчет для промежуточного значения L .

Для произвольного градиента давления производится перерасчет падения давлений по формуле (7). Для произвольной температуры рабочей жидкости производится перерасчет по формуле (11).

Полученные приближенные аналитические формулы могут быть использованы при вычислениях в реальном времени в рамках компьютерной модели всего ТУ.

4. Заключение

В работе было проведено численное моделирование осесимметричного стационарного течения через систему элементов труба–гидросопротивление–труба. Получено, что область нелинейного падения давления в системе элементов локализована на длине трех радиусов входного отверстия, что позволило построить модель системы произвольной длины с фиксированной длиной гидросопротивления.

Построен эквивалент трубы для системы элементов с гидросопротивлением, позволяющий провести оптимизацию геометрии (например, минимизацию) ТУ. Получены приближенные аналитические формулы для определения падения давления на различных элементах системы и расхода жидкости для произвольного приложенного к системе градиента давления и при произвольной температуре рабочей жидкости.

Предложен способ построения компьютерной модели для системы элементов, которая в дальнейшем, при применении в рамках модели всего ТУ, позволит проводить вычисления в реальном времени.

Список литературы

- [1] Некрасов Б.Б. Гидравлика и ее применение на летательных аппаратах: учебник. М.: ЭКОЛИТ, 2011. 368 с.
- [2] Шишмарев В.Ю. Типовые элементы систем автоматического управления. М.: Издательский центр «Академия», 2011. 304 с.
- [3] Лемберг М.Д. Элементы гидроавтоматики: Библиотека по автоматике. Выпуск 70 / М.Д. Лемберг. М.: Книга по Требованию, 2013. 130 с.

- [4] Денисова Е.В., Насибуллаева Э.Ш., Насибуллаев И.Ш. Исследование динамических процессов в элементах топливной автоматики // Мехатроника, автоматизация, управление. 2014. № 5(158). С. 31–36.
- [5] Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш., Денисова Е.В. // Динамика течения жидкости в технических системах с жиклерами / Известия Уфимского научного центра РАН. № 4. 2015. С. 20–25.
- [6] Насибуллаев И.Ш., Насибуллаева Э.Ш. Влияние температуры на динамику течения жидкости в технических системах с жиклерами // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11. С. 1–9.
- [7] Насибуллаев И.Ш. Разработка компьютерной модели основного элемента агрегата дозирования топлива // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 2. С. 26–41.
- [8] Ландау Л., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. М.: Наука, 1988. 736 с.
- [9] Программный пакет «Elmer» // URL: www.csc.fi/web/elmer (дата обращения 29.11.2016).

The fluid flow through the related element system of technical device such as pipe–hydraulic resistance–pipe

Nasibullayev I.Sh., Nasibullaeva E.Sh.

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

In this paper the stationary flow through the pipe–hydraulic resistance–pipe element system have been investigated to determine how the liquid flow rate depends on the differential pressure applied to the system and the system geometry. The Navier–Stokes equations are solved numerically in axially symmetric geometry by the finite element method at irregular computational grid. It was found that the area of the non-linear pressure drop in the element system is localized at length of three inlet radii which allowed to build a model of arbitrary length of the system with a fixed length of hydraulic resistance. The pipe equivalent for the element system with hydraulic resistance have been constructed. A method for constructing a computer model for the element system, which later will enable to make calculations of whole technical device work in real time, have been proposed. This study is particularly relevant for the hydraulic elements of microelectromechanical systems, since it allows to optimize the geometry of the element system to obtain the necessary operating parameters of the technical device.

Keywords: technical device, a hydraulic resistance, fluid dynamics, a related element system, a computer model

