

Особенности нагрева термо-пороупругих сред

Ильясов У.Р.

Филиал Уфимского государственного авиационного технического университета, Ишимбай

Решена задача о нагреве термо-пороупругой среды, насыщенной жидкостью, без учета фазовых переходов. Получены автомодельные решения, описывающие поля давления, температуры и напряжений пористой скелета. Исследована зависимость величины теплового удара от параметров внешнего воздействия и свойств среды. Показано, что вблизи границы нагрева скелет пористой среды испытывает как сжимающие, так и растягивающие нагрузки. Установлено, что основным фактором, влияющим на величину напряженно-деформированного состояния, является термическое расширение пористой среды.

Ключевые слова: термо-пороупругость, термическое расширение пористой среды, фильтрация

1. Введение

Термическое воздействие на насыщенные пористые среды приводит к возникновению связанных процессов тепло- и массопереноса [1-3]. При высокоинтенсивном воздействии [1] возможно разрушение некоторых материалов и актуальной становится задача определения напряженно-деформированного состояния самой пористой среды, т. е. решения связанной задачи фильтрации и термо-пороупругости.

Рассмотрим задачу нагрева насыщенной пористой среды в рамках положений поромеханики, приведенных в [4].

2. Основные уравнения

При описании процессов фильтрации и теплопереноса примем следующие допущения: процесс однотемпературный и квазистатический, т. е. температуры пористой среды и насыщающей жидкости в каждой точке совпадают, а также, поскольку фильтрационные процессы характеризуются малыми скоростями движения, можно пренебречь инерционными слагаемыми в уравнении импульсов и в одномерном случае записать его в виде [5]:

$$\frac{\partial \sigma_{\text{tot}}}{\partial x} + \rho g = 0, \quad (1)$$

где ρ — плотность; g — массовые силы; σ_{tot} — полные напряжения, которые уравниваются на-

пряжениями в скелете пористой среды σ_s и давлением жидкости в порах p [6]:

$$\sigma_{\text{tot}} = (1 - m)\sigma_s - mp. \quad (2)$$

Здесь m — пористость. Выражение (2) позволяет по известным давлению, пористости и полным напряжениям найти напряжения в скелете.

Для полных напряжений запишем обобщенный закон Гука [4]:

$$\sigma_{\text{tot}} = (2\mu + \lambda)\epsilon - b(p - p_0) - 3K\beta(T - T_0), \quad (3)$$

где λ , μ — эффективные константы Ламе для пористой среды; b — коэффициент Био; β — коэффициент термического расширения пористой среды; K — модуль всестороннего сжатия сухой пористой среды; ϵ — деформации пористой среды; T , T_0 — текущая и начальная температуры среды.

Константы λ , μ определяются модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν сухой пористой среды:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}, \quad \mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}. \quad (4)$$

Запишем уравнения сохранения массы для пористой среды и насыщающего флюида:

$$\frac{\partial}{\partial t}((1 - m)\rho_s) + \frac{\partial}{\partial x}((1 - m)\rho_s v_s) = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_l) + \frac{\partial}{\partial x}(m\rho_l v_l) = 0, \quad (6)$$

где ρ_s, ρ_l — плотности скелета и насыщающей жидкости, v_i — скорости фаз.

Для фильтрации воды или пара примем закон Дарси:

$$mv_l = -\frac{k}{\mu_l} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

где k и μ_l — коэффициенты абсолютной проницаемости и динамической вязкости.

Для воды и скелета пористой среды примем линейные уравнения состояния:

$$\begin{aligned} \rho_l &= \rho_{l0}(1 + \alpha_l(p - p_0) - 3\beta_l(T - T_0)), \\ \rho_s &= \rho_{s0}(1 - \alpha_s(\sigma_s - \sigma_{s0}) - 3\beta_s(T - T_0)). \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь ρ_{i0} ($i = l, s$) — истинные плотности воды и скелета; α_i ($i = l, s$) — коэффициенты сжимаемости воды и скелета; β_i ($i = l, s$) — коэффициенты линейного термического расширения. Причем будем считать, что $\alpha = (1 - m)\alpha_s$, где α_s — коэффициент сжимаемости сухой пористой среды. Нижний индекс «0» здесь и далее соответствует значениям параметров для начального невозмущенного состояния в пористой среде.

Для зависимости пористости от порового давления, деформаций и температуры в [4] предложено выражение, которое можно записать как:

$$m - m_0 = b\varepsilon + \alpha_s(b - m)(p - p_0) - 3\beta_s(b - m)(T - T_0). \quad (9)$$

Для проницаемости примем выражение [4]

$$k = l^2 \frac{m^3}{1 - m^2}, \quad l = l_0 \left(1 + \frac{\varepsilon}{3}\right), \quad (10)$$

где l — характерный размер порового пространства; l_0 — начальный размер пор.

Уравнение притока тепла запишем в виде:

$$\begin{aligned} \rho c \frac{\partial T}{\partial t} + m\rho_l c_l v_f \frac{\partial T}{\partial x} + 3(1 - m)\rho_s \beta_s T_0 K \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \\ - 3(1 - m)\rho_s \alpha_s T_0 \frac{\partial p}{\partial t} = \lambda^{(T)} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad (11) \\ \rho c = m\rho_l c_l + (1 - m)\rho_s c_s, \\ \lambda^{(T)} = m\lambda_f^{(T)} + (1 - m)\lambda_s^{(T)}. \end{aligned}$$

Здесь ρc — удельно-объемная теплоемкость системы «пористая среда–вода»; c_i, λ_i ($i = l, s$) — удельная теплоемкость фаз и коэффициент теплопроводности фаз; $\lambda^{(T)}$ — коэффициент теплопроводности системы «пористая среда–вода».

Предпоследнее и последнее слагаемые в левой части уравнения отвечают за работу деформации пористого скелета и насыщающей жидкости. Поскольку на величины ρc и $\lambda^{(T)}$ в основном влияют параметры скелета пористой среды, то во всей зоне фильтрации (в зоне фильтрации пара и воды) будем полагать $\rho c = \text{const}$, $\lambda^{(T)} = \text{const}$.

3. Постановка задачи

Рассмотрим плоско-одномерную задачу о нагреве полубесконечной насыщенной пористой среды. В исходном состоянии пористая среда насыщена жидкостью при давлении p_0 , температуре T_0 и находится под внешним напряжением $\sigma_{\text{tot}0}$. Исходные напряжения пористой матрицы при условии постоянства полных напряжений $\sigma_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tot}0}$ можно определить как:

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{\text{tot}} + mp}{(1 - m)}.$$

В момент времени $t = 0$ температура на границе среды ($x = 0$) внезапно повышается до значения T_e ($T_e > T_0$) и поддерживается постоянной.

Остановимся подробнее на условиях на границе нагрева ($x = 0$), на которой возможны следующие случаи.

1. Нагрев проницаемой границы, т. е. дренажный режим. При этом давление на границе нагрева равно исходному ($p_e = p_0$). Деформации и напряжения на границе будут определяться температурой нагрева и свойствами среды:

$$\begin{aligned} p &= p_0, & T &= T_0 & (t = 0, x > 0), \\ p &= p_0, & T &= T_e & (t > 0, x = 0), \\ p &= p_0, & T &= T_0 & (t > 0, x \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (12)$$

2. Нагрев через неподвижную границу. В этом случае деформация среды на границе нагрева равна нулю $\varepsilon(t, 0) = 0$:

$$\begin{aligned} p &= p_0, & T &= T_0 & (t = 0, x > 0), \\ \varepsilon_e &= 0, & T &= T_e & (t > 0, x = 0), \\ p &= p_0, & T &= T_0 & (t > 0, x \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (13)$$

3. Нагрев через непроницаемую границу. В этом случае скорость фильтрации жидкости на границе нагрева равна нулю $v_l(t, 0) = 0$ или $\partial p / \partial x = 0$. Напряжения и деформации будут определяться полем давления и температуры:

$$\begin{aligned} p &= p_0, & T &= T_0 & (t = 0, x > 0), \\ \frac{\partial p}{\partial x} &= 0, & T &= T_e & (t > 0, x = 0), \\ p &= p_0, & T &= T_0 & (t > 0, x \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (14)$$

При вышеперечисленных начально-граничных условиях задача, описываемая системой уравнений (1)–(14), является автомодельной. Введем безразмерные давление P , температуру Θ , напряжения Σ и автомодельную переменную χ в виде:

$$P = \frac{p}{p_0}, \quad \Theta = \frac{T}{T_0}, \quad \Sigma = \frac{\sigma_s}{\sigma_{s0}},$$

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{\chi^{(T)}t}}, \quad \chi^{(T)} = \frac{\lambda^{(T)}}{\rho c},$$

где $\chi^{(T)}$ — коэффициент температуропроводности.

Тогда уравнения, описывающие фильтрацию, деформации пористой среды и теплоперенос, могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} \eta \frac{d^2 P}{d\xi^2} &= -2\xi\alpha, \\ E_e \frac{d\varepsilon}{d\xi} &= -E_p \frac{dP}{d\xi} + E_T \frac{d\Theta}{d\xi}, \\ \frac{d^2 \Theta}{d\xi^2} &= -2\xi \frac{d\Theta}{d\xi}. \end{aligned} \quad (15)$$

Отметим здесь, что уравнение теплопереноса записано пренебрегая слагаемыми, отвечающими за работу деформации пористой среды и насыщающей жидкости. Безразмерные коэффициенты в уравнениях (15) имеют вид:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\chi^{(p)}}{\chi^{(T)}}, \quad \chi^{(p)} = \frac{k p_0}{\mu_f}, \\ \tilde{\alpha} &= p_0(m\alpha_l + (b-m)p_0\alpha_s) - \frac{E_p b}{E_e}, \\ \tilde{\beta} &= 3T_0(m\beta_l + (b-m)\beta_s) - \frac{E_p b}{E_e}, \\ E_e &= m + \frac{p_0 b(1-b)}{K}, \quad E_p = p_0\alpha_s(b-m)p_0\alpha_s, \\ E_T &= 3T_0\beta_s(b-m)p_0\alpha_s. \end{aligned}$$

Начально-граничные условия (12)–(14) в общем виде можем записать следующим образом:

1. дренажный режим:

$$\begin{aligned} P &= 1, \quad \Theta = \Theta_e \quad (\xi = 0), \\ P &= 1, \quad \Theta = 1 \quad (\xi \rightarrow \infty); \end{aligned} \quad (16)$$

2. неподвижная граница нагрева:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0, \quad \Theta = \Theta_e \quad (\xi = 0), \\ P &= 1, \quad \Theta = 1 \quad (\xi \rightarrow \infty); \end{aligned} \quad (17)$$

3. непроницаемая граница нагрева:

$$\begin{aligned} \frac{dP}{d\xi} &= 0, \quad \Theta = \Theta_e \quad (\xi = 0), \\ P &= 1, \quad \Theta = 1 \quad (\xi \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (18)$$

4. Анализ решений

Решение системы (15) при условиях (16)–(18) может быть получено и виде

$$\begin{aligned} P &= P_e + \left(1 - P_e - \frac{\Psi(1 - \Theta_e)}{2(\varphi - 1)}\right) \times \\ &\times \frac{\int_0^\xi e^{-\varphi u^2} du}{\int_0^\infty e^{-\varphi u^2} du} + \frac{\Psi(1 - \Theta_e)}{2(\varphi - 1)} \frac{\int_0^\xi e^{-u^2} du}{\int_0^\infty e^{-u^2} du}, \\ \varepsilon &= -\tilde{E}_p(P - 1) + \tilde{E}_T(\Theta - 1), \\ \Theta &= \Theta_e + (1 - \Theta_e) \frac{\int_0^\xi e^{-u^2} du}{\int_0^\infty e^{-u^2} du}, \end{aligned} \quad (19)$$

где $\varphi = \tilde{\alpha}/\eta$, $\Psi = \tilde{\beta}/\eta$, $\tilde{E}_p = E_p/E_e$, $\tilde{E}_T = E_T/E_e$.

Отметим, что решения (19) получились аналогичными приведенным в работе [1]. Здесь неизвестным является значение давления на границе нагрева P_e . Для определения давления P_e используем граничные условия (12)–(14):

1. дренажный режим: $P_e = 1$;

2. неподвижная граница

$$P_e = 1 + \frac{E_T}{E_p}(\Theta_e - 1);$$

3. непроницаемая граница

$$P_e = 1 + \frac{\Psi(\Theta_e - 1)}{2(\varphi - 1)} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\varphi}}\right).$$

Перейдем к анализу результатов. В табл. 1 приведены характерные значения основных свойств некоторых материалов, принятые в расчетах.

На рис. 1 показано влияние термического расширения и сжимаемости пористой среды на распределение давления, температуры, деформаций и напряжений для случая нагрева пористой среды через непроницаемую границу нагрева по сравнению с решениями, полученными в [1]. В качестве материала был взят бетон с проницаемостью $k = 10^{-16}$ м². Исходные параметры среды: $p_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 300$ К; температура нагрева $T_e = 550$ К.

Линии «+», «□», «◇», «○» соответствуют:

«+» — несжимаемая среда без учета термического расширения ($\alpha_s = 0$, $\beta_s = 0$), соответствует решениям, полученным в работе Шагапова и др. [1];

«□» — несжимаемая среда с учетом термического расширения ($\alpha_s = 0$, $\beta_s \neq 0$);

Таблица 1. Свойства различных материалов

Материал	Пористость m	Модуль Юнга E , Па·10 ⁹	Кэфф. Пуассона ν	Кэфф. термич. расшир. β_s , К ⁻¹ ·10 ⁻⁶	Кэфф. Био b	Плотность ρ_s , кг/м ³	Теплоемкость c_s , Дж/(кг·К)	Теплопроводность λ_s , Вт/(м·К)
Песчаник	0,2	0,18	-	11,6	0,75	1600	835	0,7
Кирпич	0,1	0,03	-	5,5	0,5	1800	840	0,6
Бетон	0,02	0,20	0,17	14,0	0,3	2300	1130	1,4
Каучук	0,4	0,00008	0,47	77,0		900	1420	0,042
Сосна (вдоль)	0,7	10	-	5	0,5	500	2500	0,18
Сосна (поперек)	0,7	1	-	50	0,5	500	2500	0,09

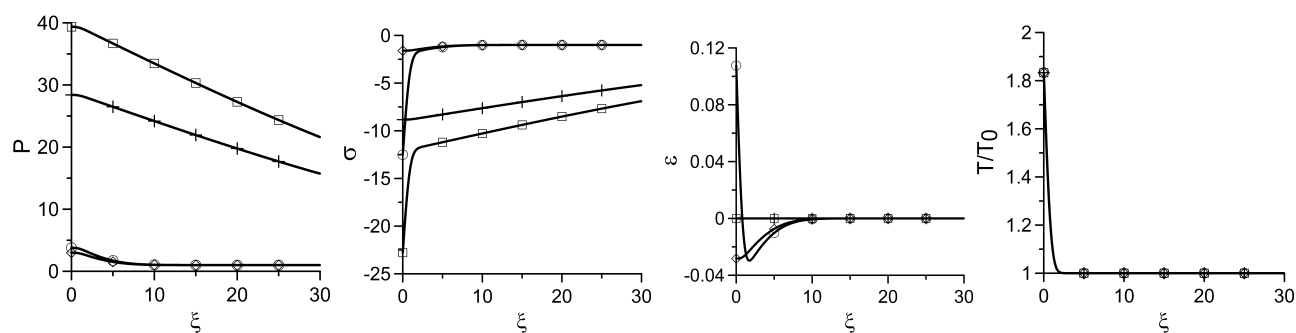


Рис. 1. Профилограммы давления, напряжений, деформаций и температуры

« \diamond » — сжимаемая среда без учета термического расширения ($\alpha_s \neq 0$, $\beta_s = 0$);

« \circ » — учтена и сжимаемость и термическое расширение ($\alpha_s \neq 0$, $\beta_s \neq 0$).

Из рис. 1 следует, что сжимаемость пористой среды (в данном случае бетона) оказывает более значительное влияние на поровое давление, чем термическое расширение скелета. С другой стороны, термическое расширение существенно влияет на величины напряжений и деформаций пористой матрицы. Более того, вблизи границы нагрева наблюдается значительный градиент напряжений, что может привести к разрушению материала.

Из анализа профилограмм деформаций следует, что вблизи границы нагрева происходит как расширение, так и сжатие материала.

Проанализируем влияние следующих граничных условий: дренажный режим, непроницаемая граница, неподвижная граница на величину теплового удара. На рис. 2–4 приведены профили давления, напряжений, деформаций и температуры при различных граничных условиях для кирпича, бетона и каучука. Исходные данные аналогичны рис. 1. Температура нагрева $T_e = 373$ К.

Из рис. 2 видно, что при дренажном режиме (линия «+») повышение давления незначительно, но при этом наблюдаются максимальные деформации и напряжения вблизи границы нагрева. При неподвижной границе (линия « \square ») реализуются максимальные давление и деформация сжатия. При непроницаемой границе (« \diamond ») величина деформации имеет минимальное значение. Таким образом, при тепловом воздействии на кирпич, минимальные деформации материала реализуются при непроницаемой границе нагрева.

На рис. 3 приведены аналогичные решения, полученные в случае нагрева бетона.

В бетоне ввиду его малой проницаемости ($k = 10^{-16}$ м²) реализуются значительные давления и напряжения. Учитывая способность бетона выдерживать деформации сжатия, наиболее оптимальным режимом термического воздействия будет являться неподвижная граница.

В каучуке (рис. 4) малое значение модуля Юнга приводит к значительным деформациям, разгружающим поровое давление и напряжения скелета, минимальные значения которых реализуются при дренажном режиме и непроницаемой границе нагрева.

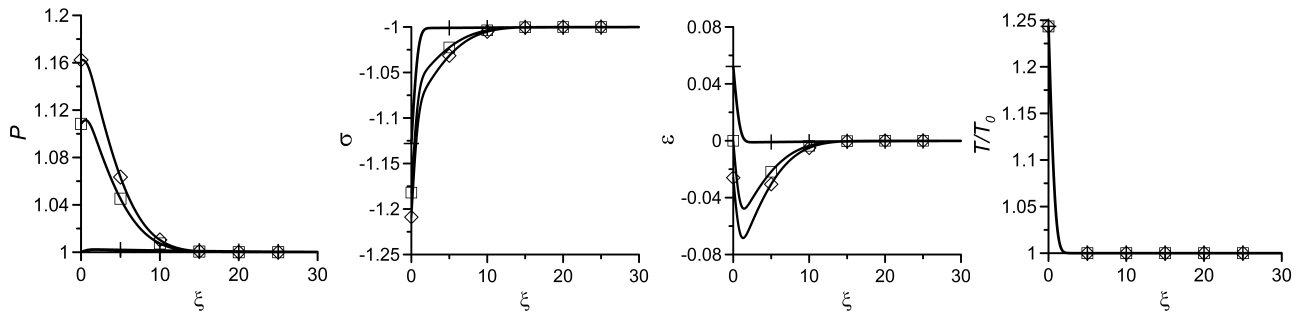


Рис. 2. Профилограммы давлений, напряжений, деформаций и температуры при нагреве кирпича: «+» — дренажный режим; «◇» — непроницаемая граница; «□» — неподвижная граница

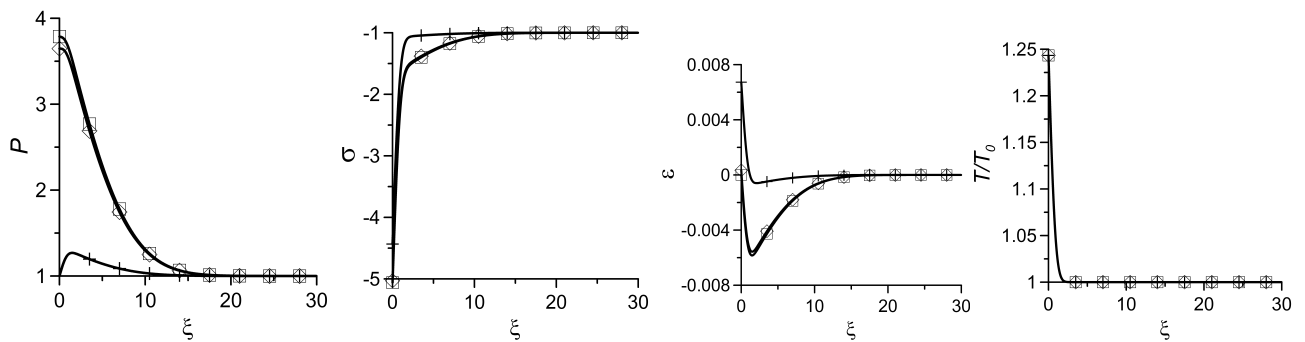


Рис. 3. Профилограммы давлений, напряжений, деформаций и температуры при нагреве бетона: «+» — дренажный режим; «◇» — непроницаемая граница; «□» — неподвижная граница

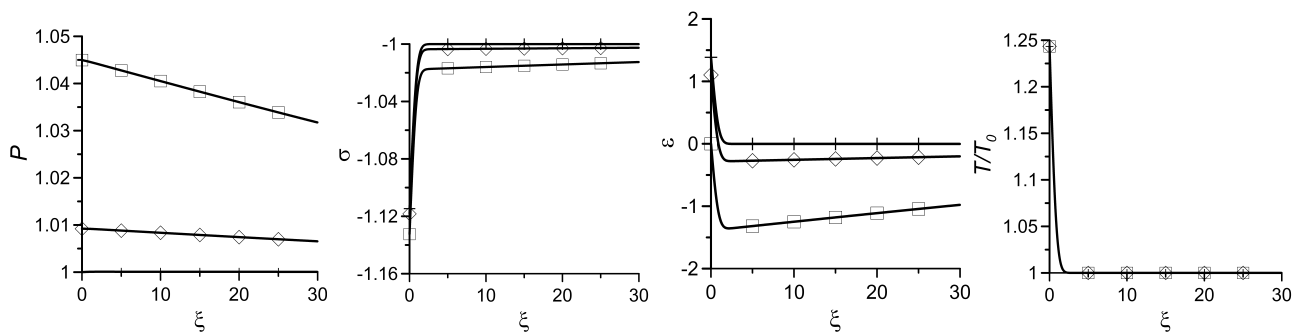


Рис. 4. Профилограммы давлений, напряжений, деформаций и температуры при нагреве каучука: «+» — дренажный режим; «◇» — непроницаемая граница; «□» — неподвижная граница

5. Заключение

Представлена математическая модель процесса теплового воздействия на среду, насыщенную жидкостью, с учетом сжимаемости и термического расширения пористого скелета. Получены аналитические решения для квазистатического режима. Проведен анализ влияния различных режимов внешнего воздействия и параметров самой пористой среды на поля давлений, напряжений и деформаций.

Показано согласование результатов с решениями, полученными в [1].

Установлено, что основным фактором, влияющим на величины деформаций и напряжений является термическое расширение пористой среды.

Для различных материалов подобраны оптимальные режимы термического воздействия:

- для кирпича — это непроницаемая граница;
- для бетона — это неподвижная граница нагрева.

Список литературы

- [1] Шагапов В.Ш., Ильясов У.Р., Насырова Л.А. Тепловой удар в пористой среде, насыщенной жидкостью // Теплофизика и аэромеханика. 2003. Т. 10, № 3. С. 411–422.
- [2] Николаевский В.Н., Басниев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. Механика насыщенных пористых сред. М.: Недра, 1970. 320 с.
- [3] Омельченко А.И., Соболев Э.Н., Баум О.И. Термоупругие деформации хрящевой ткани при лазерном изменении размеров и формы // Вестник Югорского государственного университета. 2009. Вып. 2(13). С. 64–70.
- [4] Coussy O. Poromechanics. J.Wiley & Sons, 2004. 312 p.
- [5] Biot M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid, part I: low frequency range // J.Acoust.Soc.Am. 1956. V. 28, No. 2. Pp. 168–178.
- [6] Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1961. 544 с.

Peculiarities of heating of thermo-poroelastic media

Ilyasov U.R.

Branch of Ufa State Aviation Technical University, Ishimbay

The problem of heating of liquid saturated thermo-poroelastic media, without taking into account the phase transitions are solved. Self-similar solutions describing the pressure field, temperature and stress of the porous skeleton are obtained. The dependence of the thermal impact on the parameters of the external action and properties of the medium is studied. It is shown that near of the heating boundary of a porous media, skeleton are tested both compressive and tensile stress. It was found that the main factor affecting the value of the stress-strain state is the thermal expansion of porous media.

Keywords: thermo- poroelastic, termal expantion of porous media, filtration

