

Динамика двух газовых пузырьков в жидкости в ультразвуковой бегущей волне

Аганин И.А., Давлетшин А.И.

Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

Выполнено исследование влияния вязкости и сжимаемости жидкости на динамику двух воздушных пузырьков (с равновесными радиусами 5 мкм) в воде в комнатных условиях при воздействии на них плоской ультразвуковой волны, бегущей вдоль линии их центров (длина волны 5000 мкм, амплитуда — 0.3 бар). Начальное расстояние между центрами пузырьков составляет шесть радиусов. Использовалась математическая модель, имеющая четвертый порядок точности в терминах отношения радиуса пузырьков к расстоянию между ними. Показано, что пространственные перемещения пузырьков определяются главным образом их гидродинамическим взаимодействием. Влияние вязкости и сжимаемости в целом существенно, причем вязкость влияет намного больше. Так, если без учета вязкости и сжимаемости жидкости пузырьки в результате воздействия на них 4.5 длин бегущей волны сталкиваются друг с другом, то при учете сжимаемости жидкости они остаются удаленными на расстоянии порядка равновесного радиуса пузырьков, а при учете еще и вязкости жидкости расстояние между пузырьками сохраняется близким к начальному.

Ключевые слова: динамика газовых пузырьков в жидкости, гидродинамическое взаимодействие пузырьков, ультразвуковая бегущая волна

1. Введение

Динамика пузырьков в акустических полях привлекает в настоящее время все большее внимание. С ее особенностями связаны такие интересные с научной точки зрения явления, как свечение одиночных и большого количества пузырьков [1], нейтронная эмиссия [2, 3], акустические стримеры [4]. Динамика пузырьков в акустических полях находит также и широкое практическое применение. В частности, с ней связаны ультразвуковая очистка поверхностей тел от различных загрязнений во многих сферах деятельности [5–7], интенсификация физико-химических процессов в химии [8], диагностика, доставка лекарств в медицине [9, 10].

При относительно близком расположении пузырьков друг к другу важную роль в динамике пузырьков играет их гидродинамическое взаимодействие [11–16]. В результате взаимодействия пузырьки могут притягиваться друг к другу, отталкиваться друг от друга, формировать устойчивые обра-

зования (кластеры) [17]. Сближение пузырьков может приводить к их столкновению с последующим формированием в жидкости новых более крупных газовых включений. Из-за отталкивания пузырьки могут удаляться друг от друга на большие расстояния. Кластеры связанных между собой пузырьков (в случае двух пузырьков — связанные пары [18]) могут долгое время находиться в определенных местах акустического поля (например, в пучности или узле) или перемещаться в жидкости как единое целое.

При изучении особенностей динамики пузырьков в акустическом поле обычно пузырьки считаются чисто сферическими [17–22]. Вместе с тем, в результате радиальных пульсаций, поступательного движения и взаимодействия пузырьки могут сильно деформироваться и даже разрушаться. Деформация отдельного перемещающегося в жидкости пузырька в сильном акустическом поле учтена в работе [23].

В настоящей работе исследуется зависимость динамики двух газовых пузырьков в жидкости в ультразвуковой бегущей волне от вязкости и сжимаемости жидкости, градиента давления в бегущей

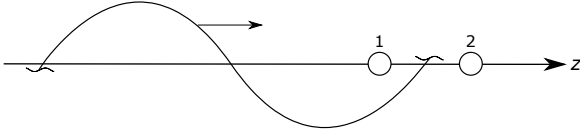


Рис. 1. Расположение пузырьков относительно бегущей волны и оси z в начальный момент времени, когда пузырьки еще сферические

волне. Используется математическая модель, являющаяся небольшой модификацией моделей работ [24, 25], где воздействующая на пузырьки волна считается стоячей. Как и в [24, 25], модель настоящей работы представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков, координат их центров и амплитуд отклонений формы пузырьков от сферической. Она имеет четвертый порядок точности в терминах отношения радиуса пузырьков к расстоянию между ними. Газ в пузырьках полагается гомобарическим, эффекты вязкости и сжимаемости жидкости учитываются приближенно.

2. Постановка задачи

Рассматривается динамика двух газовых пузырьков в плоской бегущей ультразвуковой волне в жидкости (рис. 1):

$$p_L = p_0 + \Delta p \sin(kz - \omega t),$$

$$u_L = \frac{\Delta p}{\rho_0 c_0} \sin(kz - \omega t).$$

Здесь t — время; z — ось, проходящая через центры пузырьков и направленная в сторону распространения волны; p_L , u_L — давление и скорость жидкости в волне; p_0 — статическое давление жидкости; Δp — амплитуда давления в волне; ρ_0 , c_0 — плотность и скорость звука в невозмущенной жидкости; $k = \omega/c_0$ — волновое число; $\omega = 2\pi f$, f — частота.

Считается, что пузырьки заполнены воздухом, жидкостью является вода ($c_0 = 1500$ м/с, $\rho_0 = 998$ кг/м³), статическое давление $p_0 = 1$ бар, амплитуда волны $\Delta p = 0.3p_0$. В начальный момент времени $t = 0$ пузырьки сферические, одинакового размера, их радиусы R_1 , R_2 равны $R_0 = 5$ мкм. Частота ультразвуковой волны $f = 0.3$ МГц, следовательно, ее длина $c_0/f = 5000$ мкм, что намного больше радиусов пузырьков R_0 . Начальное расстояние между центрами пузырьков z_1 , z_2 равно $6R_0$, при этом $z_1(0) = z_{1,0} = -3R_0$, $z_2(0) = z_{2,0} = 3R_0$. Полагается, что при $t = 0$ скорости радиальных пульсаций и пространственных перемещений равны нулю ($\dot{R}_1 = \dot{R}_2 = \dot{z}_1 = \dot{z}_2 = 0$, верхние точ-

ки означают производную по времени). Пузырьки считаются гомобарическими (в каждый момент времени давление в пузырьках всюду одинаково). Давление газа в пузырьках $p_{g,i}$ ($i = 1, 2$) в начальный момент времени равно $p_{g,i0} = p_L(z_{i,0}) + 2\sigma/R_0$, где σ — коэффициент поверхностного натяжения ($\sigma = 0.0725$ Н/м).

Изучаются радиальные пульсации пузырьков, их перемещения и малые деформации в зависимости от эффектов сжимаемости и вязкости жидкости и градиента давления в бегущей волне.

3. Математическая модель

В настоящей работе математическая модель является небольшим обобщением моделей, представленных в работах [24, 25], где предполагается, что пузырьки находятся в пучности давления стоячей волны, на случай воздействия бегущей волны на пузырьки. Математическая модель представляет собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков R_i , координат их центров z_i на оси z и амплитуд отклонения их формы от сферической $a_{m,i}$ в виде $P_m(\cos \theta_i)$, $m = 2, 3, \dots$. Здесь, как и ранее, i — номер пузырька ($i = 1, 2$); P_m — полином Лежандра степени m ; θ_i — угол (отсчитывается от положительного направления оси z) сферической системы координат r_i, θ_i, ϕ , с началом в центре i -го пузырька. Указанные уравнения имеют следующий вид:

— уравнение для радиусов пузырьков $R_i(t)$

$$\begin{aligned} R_i \ddot{R}_i + \frac{3\dot{R}_i^2}{2} - \frac{(\dot{z}_i - \mathbf{u}_{L,i})^2}{4} + \frac{2\sigma}{\rho_0 R_i} - \frac{p_{b,i} - p_{L,i}}{\rho_0} = \\ = - \frac{(R_j^2 \dot{R}_j)'}{d_{ij}} - \frac{R_j^3 \ddot{z}_j + R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j + 5R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j}{2s_{ij} d_{ij}^2} - \\ - \frac{R_j^3 \dot{z}_j (\dot{z}_i + 2\dot{z}_j)}{2d_{ij}^3} - \frac{(R_j^3 R_i^2 \dot{R}_i)'}{2d_{ij}^4} + \frac{3R_j^4 \dot{R}_j^2}{4d_{ij}^4} + \\ + \frac{3(R_j^2 \dot{z}_j a_{2,j})'}{10s_{ij} d_{ij}^2} + \psi_{0i} + \Delta_{0i}; \end{aligned} \quad (1)$$

— уравнение для координат центров пузырьков $z_i(t)$

$$\begin{aligned} R_i \ddot{z}_i + 3\dot{R}_i (\dot{z}_i - \mathbf{u}_{L,i}) + 3R_i \frac{(p_{L,z})_i}{\rho_0} - \\ - \frac{12\dot{R}_i \dot{z}_i \varepsilon_{2,i}}{5} - \frac{7\dot{z}_i a_{2,i}}{5} - \frac{9\dot{z}_i \dot{a}_{2,i}}{5} + \frac{27\dot{z}_i^2 \varepsilon_{3,i}}{35} = \\ = \frac{3(R_i R_j^2 \dot{R}_j)'}{s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{3(R_i R_j^3 \dot{z}_j)'}{d_{ij}^3} + 6R_i R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_j + \end{aligned} \quad (2)$$

$$+ \frac{9R_i R_j^3 \dot{z}_j^2}{s_{ij} d_{ij}^4} - \frac{3(R_j^2 \dot{R}_j a_{2i})' + 6R_j^2 \dot{R}_j (\dot{a}_{2i} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{2i})}{5s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{54R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{3i}}{35s_{ij} d_{ij}^2} + \Psi_{1i};$$

— уравнение для амплитуд отклонений формы пузырьков $a_{mi}(t)$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{m+1} \left(R_i \ddot{a}_{mi} + 3\dot{R}_i \dot{a}_{mi} - (m-1) \times \right. \\ & \times \ddot{R}_i a_{mi} + \frac{3\dot{z}_i a_{ni} \bar{\Theta}_{n1m}^{2(2-m)/3}}{2} + \left. \frac{3\dot{z}_i \dot{a}_{ni} \bar{\Theta}_{n1m}^2}{2} \right) + \\ & + \delta_{2m} \frac{3\dot{z}_i^2}{4} - \frac{9\dot{z}_i^2 \varepsilon_{ni}}{4} \left(\frac{\bar{\Theta}_{n1m}^2 \beta_{\gamma 1m}}{\gamma + 1} - \chi_{n11m} \right) - \\ & - \frac{3\dot{z}_i (\dot{a}_{ni} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{ni}) \beta_{n1m}}{2(n+1)} + \\ & + \frac{(m-1)(m+2) \sigma \varepsilon_{mi}}{\rho_0 R_i} = \\ & = \delta_{2m} \left(\frac{3R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{2s_{ij} d_{ij}^2} - \frac{10(R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j)' - 9R_j^3 \dot{z}_i \dot{z}_j}{6d_{ij}^3} - \right. \\ & - \frac{5(R_i^2 R_j^3 \dot{z}_j)' - R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j (\dot{z}_i - 10\dot{z}_j)}{2s_{ij} d_{ij}^4} \quad (3) \\ & - \frac{3R_j^4 \dot{R}_j^2}{4d_{ij}^4} - \left. \frac{3R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{2i}}{5s_{ij} d_{ij}^2} \right) + \\ & + \delta_{3m} \left(- \frac{3R_i R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{d_{ij}^3} - \right. \\ & - \left. \frac{9R_i R_j^3 \dot{z}_i \dot{z}_j}{2s_{ij} d_{ij}^4} + \frac{7(R_i^3 R_j^2 \dot{R}_j)' }{4s_{ij} d_{ij}^4} \right) + \\ & + \delta_{4m} \frac{9R_i^2 R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i}{2s_{ij} d_{ij}^4} + \frac{3(R_j^2 \dot{R}_j a_{ni})' \bar{\Theta}_{n1m}^2}{2s_{ij} (m+1) d_{ij}^2} - \\ & - \frac{3R_j^2 \dot{R}_j (\dot{a}_{ni} + 2\dot{R}_i \varepsilon_{ni}) \beta_{n1m}}{2s_{ij} (n+1) d_{ij}^2} - \\ & - \frac{9R_j^2 \dot{R}_j \dot{z}_i \varepsilon_{ni}}{2s_{ij} d_{ij}^2} \left(\frac{\bar{\Theta}_{n1m}^2 \beta_{l1m}}{l+1} - \chi_{n11m} \right) + \Psi_{mi}. \end{aligned}$$

Здесь верхние точки и штрихи обозначают производные по времени; j — номер второго пузырька ($j = 2$ при $i = 1$ и $j = 1$ при $i = 2$); $s_{ij} = \text{sign}(z_i - z_j)$ — знак разности $z_i - z_j$; $d_{ij} = |z_i - z_j|$ — расстояние между центрами пузырьков; δ_{ij} — символ Кронекера;

$$\begin{aligned} \beta_{n1m} f(n) &= - \frac{(m-1)m}{2m-1} f(m-1) + \\ & + \frac{(m+1)(m+2)}{2m+3} f(m+1); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_{n1m}^2 f(n) &= \\ &= m(m+1) \left(\frac{1}{2m-1} f(m-1) - \frac{1}{2m+3} f(m+1) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\Theta}_{n1m}^{2(2-m)/3} f(n) &= \\ &= \frac{m+1}{3} \left(\frac{m}{2m-1} f(m-1) - \frac{5m+2}{2m+3} f(m+1) \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\bar{\Theta}_{n1m}^2 \beta_{\gamma 1m}}{\gamma + 1} - \chi_{n11m} \right) f(n) = \\ &= - \frac{m(m-1)(m-2)}{(2m-3)(2m-1)} f(m-2) + \\ &+ \frac{2m(2m^3 + m^2 - 2m + 2)}{(2m+1)(2m-1)(2m+3)} f(m) - \\ &- \frac{m(m+1)(m+2)}{(2m+3)(2m+5)} f(m+2); \end{aligned}$$

$p_{L,i} = p_L(z_i)$, $u_{L,i} = u_L(z_i)$, $(p_{L,z})_i = (\partial p_L / \partial z)(z_i)$ — давление, скорость и градиент давления в волне соответственно в месте расположения центра i -го пузырька; $p_{g,i} = p_{g,0i}(R_0/R_i)^{3\Gamma}$ — давление газа внутри i -го пузырька; Γ — показатель адиабаты газа ($\Gamma = 1.4$).

Параметры $\Psi_{0i}, \Psi_{1i}, \Psi_{mi}$ — это поправки, обусловленные вязкостью и сжимаемостью жидкости. Они определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \Psi_{0i} &= - \frac{4v\dot{R}_i}{R_i}, \\ \Psi_{1i} &= - \frac{18v}{R_i} \left[\dot{z}_i - \mathbf{u}_{L,i} - \left(\frac{R_j^2 \dot{R}_j}{s_{ij} d_{ij}^2} + \frac{R_j^3 \dot{z}_j}{d_{ij}^3} + \frac{R_i^2 \dot{R}_i R_j^3}{s_{ij} d_{ij}^5} \right) \right], \\ \Psi_{mi} &= - \frac{2v}{R_i} \left((m+2) \dot{a}_{mi} + 2(m-1) \dot{R}_i \varepsilon_{mi} \right), \\ \Delta_{0i} &= \frac{\dot{R}_i}{c_0} \left(\left(R_i - \frac{4v}{\dot{R}_i} \right) \ddot{R}_i + \frac{\dot{R}_i^2}{2} + \right. \\ & \left. + \frac{\dot{z}_i^2}{4} + \frac{p_{g,i} - p_{L,i}}{\rho_0} \right) + \frac{R_i}{c_0} \left(\frac{\dot{z}_i \ddot{z}_i}{2} + \frac{\dot{p}_{g,i} - \dot{p}_{L,i}}{\rho_0} \right), \end{aligned}$$

где $v = \mu/\rho_0$; μ — коэффициент динамической вязкости жидкости ($\mu = 0.001$ кг/(м с)).

При получении уравнений (1)–(3) и поправок на вязкость предполагалось, что $\varepsilon_{mi}^2 \ll 1$ и $[(R_i + R_j)/d_{ij}]^5 \ll 1$, где $\varepsilon_{mi} = a_{mi}/R_i$. Эффект сжимаемости жидкости учитывается без учета взаимодействия пузырьков. Выделенные жирным слабые учитывают в первом приближении влияние скорости и градиента давления в бегущей волне. Для настоящей работы данные допущения являются приемлемыми.

Решение системы (1)–(3) при заданных начальных значениях $R_i, \dot{R}_i, z_i, \dot{z}_i, a_{mi}, \dot{a}_{mi}$ находится численно.

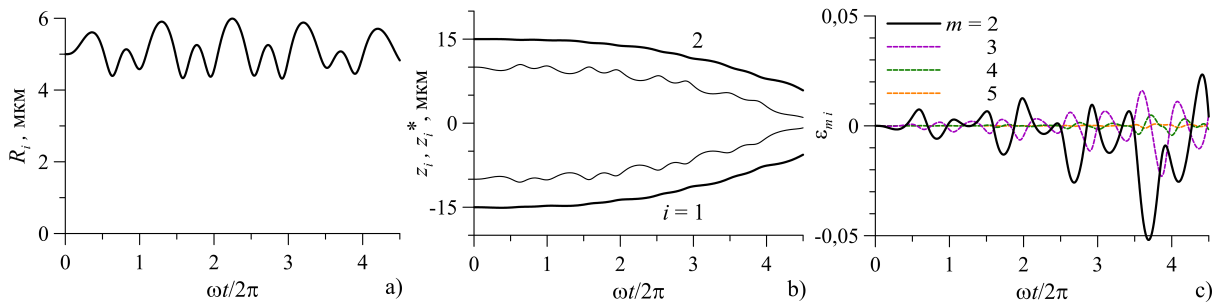


Рис. 2. Динамика пузырьков в акустической волне без учета влияния вязкости и сжимаемости жидкости. Изменение: (а) — радиусов пузырьков R_i (кривые для $i = 1, 2$ графически совпадают); (б) — положений их центров z_i (жирные сплошные линии) и ближайших друг к другу точек поверхностей пузырьков z_i^* (тонкие пунктирные линии) на оси z и (с) — безразмерных амплитуд ε_{mi} отклонений формы пузырьков от сферической в виде $P_m(\cos \theta_i)$ для гармоник $m = 2-5$ (кривые для $i = 1, 2$ графически совпадают)

4. Результаты расчетов

4.1. Динамика пузырьков без учета сжимаемости и вязкости жидкости

Основные особенности динамики пузырьков в бегущей ультразвуковой волне без учета влияния сжимаемости и вязкости жидкости характеризует рис. 2. Как видно, в результате воздействия распространяющейся в жидкости волны возбуждаются радиальные пульсации пузырьков (а), их пространственные перемещения (б) и деформационные колебания (с).

Амплитуда радиальных пульсаций пузырьков $\max(R_i - R_0)/R_0$ примерно равна 0.2, что соответствует амплитуде волны $\Delta p/p_0 = 0.3$. Со временем пузырьки сближаются и после прохождения через них примерно 4.5 длин волны сталкиваются, что хорошо видно по графикам ближайших друг к другу точек поверхностей пузырьков z_i^* . Скорость сближения пузырьков по мере уменьшения расстояния между ними увеличивается. В начале воздействия волны пузырьки сферические. Со временем их деформации нарастают. При этом больше всего растут деформации в виде второй гармоники $m = 2$. У гармоник с номерами $m > 2$ рост амплитуды меньше. Вместе с тем, максимум несферичности пузырьков к моменту их столкновения $\max|\varepsilon_{mi}|$ не превышает 0.05, так что практически до момента столкновения пузырьки остаются близкими к сферическим.

Как известно, пространственное перемещение пузырьков в волне определяют первичная и вторичная силы Бьеркнеса [12]. Первая обусловлена воздействием волны на пузырьки, вторая — гидродинамическим взаимодействием пузырьков. В рассматриваемом случае влияние первичной силы мало, о чем можно судить по тому, что пузырьки сталкиваются в точке $z \approx 0$.

4.2. Влияние вязкости и сжимаемости жидкости

Основные особенности влияния сжимаемости и вязкости жидкости на динамику пузырьков в бегущей ультразвуковой волне характеризует рис. 3. Как видно, в целом влияние и вязкости, и сжимаемости существенно, причем вязкость влияет намного больше. Радиальные пульсации пузырьков изменяются при учете этих эффектов заметно меньше, чем их пространственные перемещения и деформации. При учете влияния сжимаемости амплитуда радиальных пульсаций в ходе последнего прохождения волны через пузырьки перед их столкновением уменьшается примерно на 10%, а при учете еще и вязкости — на 20% по сравнению с вариантом, не учитывающим оба этих фактора. При учете влияния и сжимаемости, и особенно вязкости жидкости, скорость сближения пузырьков заметно уменьшается, так что в момент столкновения пузырьков в варианте с пренебрежением этими эффектами расстояние между поверхностями пузырьков с учетом сжимаемости жидкости составляет еще примерно R_0 , а при учете еще и вязкости жидкости оно мало отличается от начального. Значительное влияние вязкости и сжимаемости жидкости проявляется и в деформациях пузырьков. Так, при учете сжимаемости жидкости максимум амплитуды несферичности пузырька по гармонике $m = 2$ уменьшается примерно на 31%, а при учете еще и вязкости жидкости — уже на 89%.

5. Заключение

Проведено исследование влияния вязкости и сжимаемости жидкости на динамику двух воздушных пузырьков (пузырьки изначально сферические с радиусом 5 мкм) в воде в комнатных условиях при воздействии на них бегущей вдоль линии их цен-

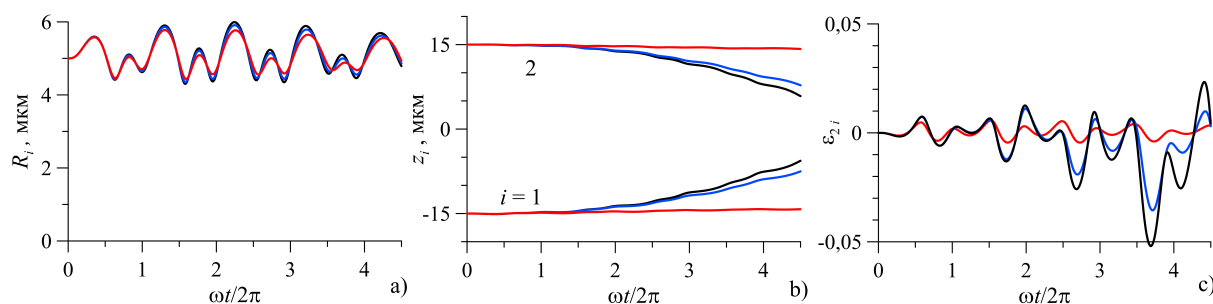


Рис. 3. Сравнение динамики пузырьков в акустической волне при учете влияния и вязкости, и сжимаемости жидкости (красные кривые); с учетом сжимаемости жидкости, но без учета ее вязкости (синие кривые) и без учета сжимаемости и вязкости жидкости (черные кривые). Изменение: (а) — радиусов пузырьков R_i (кривые для $i = 1, 2$ графически совпадают); (б) — положений центров пузырьков z_i на оси z и (с) — безразмерной амплитуды ε_{2i} отклонения формы пузырьков от сферической в виде $P_2(\cos \theta_i)$ (кривые для $i = 1, 2$ графически совпадают)

тров ультразвуковой плоской волны (длина волны 5000 мкм, ее амплитуда 0.3 бар). Начальное расстояние между центрами пузырьков составляет шесть радиусов.

Использовалась математическая модель, представляющая собой систему обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка относительно радиусов пузырьков, координат их центров и амплитуд отклонений формы пузырьков от сферической. Она имеет четвертый порядок точности в терминах отношения радиуса пузырьков к расстоянию между ними. Несферичность пузырьков считается малой.

Показано, что пространственные перемещения пузырьков определяются главным образом их гидродинамическим взаимодействием. Установлено, что в целом влияние и вязкости, и сжимаемости существенно, причем вязкость влияет намного больше и проявляется главным образом в пространственных перемещениях и деформациях пузырьков. Так, если без учета влияния вязкости и сжимаемости жидкости пузырьки в результате воздействия на них 4.5 длин бегущей волны сталкиваются друг с другом, то при учете сжимаемости жидкости между их поверхностями еще остается зазор размером в начальный радиус пузырьков, а при учете еще и вязкости жидкости расстояние между пузырьками сохраняется близким к начальному.

Список литературы

- [1] Putterman S.J., Weninger K.P. Sonoluminescence: How Bubbles Turn Sound into Light // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2000. Vol. 32. P. 445.
- [2] Taleyarkhan R.P., West C.D., Cho J.S., Lahey R.T. (jr), Nigmatulin R.I., Block R.C. Evidence for Nuclear Emissions During Acoustic Cavitation // *Science.* 2002. Vol. 295. P. 1868.
- [3] Taleyarkhan R. P., West C.D., Lahey R.T. (jr), Nigmatulin R.I., Block R.C., Xu Y. Nuclear emissions during self-nucleated acoustic cavitation // *Phys. Rev. Lett.* 2006. Vol. 96. 034301.
- [4] Parlitz U., Mettin R., Luther S., Akhatov I., Voss M. and Lauterborn W. Spatio-temporal dynamics of acoustic cavitation bubble clouds // *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* 1999. Vol. 357. P. 313–334.
- [5] Kieser B., Phillion R., Smith S. and McCartney T. The application of industrial scale ultrasonic cleaning to heat exchangers // *Proceed of Int Conf on Heat Fouling and Cleaning.* 2011. P. 336–366.
- [6] Vetrinurugana R. Optimization of Hard Disk Drive Heads Cleaning by Using Ultrasonics and Prevention of Its Damage // *APCBEE Procedia* 3. 2012. P. 222–230.
- [7] Mason T.J. Ultrasonic cleaning: An historical perspective // *Ultrasonics Sonochemistry.* 2016. 29. P. 519–523.
- [8] Suslick K.S. Sonochemistry // *Science.* 1990. Vol. 247, P. 1439–1445.
- [9] Miller D. L. and Quddus J. Diagnostic ultrasound activation of contrast agent gas bodies induces capillary rupture in mice. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America* 97. 2000. 10179–10184.
- [10] Seemann S., Hauff P., Schultze-Mosgau M., Lehmann C., and Reszka R. Pharmaceutical evaluation of gas-filled microparticles as gene delivery system. *Pharmaceutical Research* 19. 2002. P. 250–257.
- [11] Bjerknes V.F.K. *Field of Force.* New York: Columbia Univ. Press. 1906.

- [12] Mettin R., Akhatov I., Parlitz U., Ohl C.D. and Lauterborn W. Bjerknes force between small cavitation bubbles in a strong acoustic field // *Phys. Rev. E*. 1997. Vol. 56, No. 3. P. 2924–2931.
- [13] Konovalova S. and Akhatov I. Structure formation in acoustic cavitation // *Multiphase Science and Technology*. 2005. Vol. 17, No. 3. P. 343–371.
- [14] Pelekasis N.A., Gaki A., Doinikov A. and Tsamopoulos J.A. Secondary Bjerknes forces between two bubbles and the phenomenon of acoustic streamers // *J. Fluid Mech.* 2004. Vol. 500. P. 313–347.
- [15] Doinikov A.A. Mathematical model for collective bubble dynamics in strong ultrasound fields // *J. Acoust. Soc. Am.* 2004. Vol. 116, No. 2. P. 821–827.
- [16] Маргулис И.М., Маргулис М.А. Динамика взаимодействия пузырьков в кавитационном облаке // *Журнал физической химии*. 2004. Т. 78, № 7. С. 1326–1337.
- [17] Коновалова С.И. Трансляционные эффекты и структурообразование при акустической кавитации // *Диссертация на соискание ученой степени к. ф.-м. н. Уфа*. 2006. 120 с.
- [18] Doinikov A.A. Translational motion of two interacting bubbles in a strong acoustic field // *Phys. Rev. E*. 2001. Vol. 64, No. 2. 026301.
- [19] Harkin A., Kaper T.J., Nadim A. Pulsation and translation of two gas bubbles // *J. Fluid Mech.* 2001. Vol. 445. P. 377–411.
- [20] Кузнецов Г.Н., Щукин И.Е. Взаимодействие пульсирующих пузырьков в вязкой жидкости // *Акуст. журнал*. 1972. Т. 18. С. 565–570.
- [21] Губайдуллин А.А., Губкин А.С. Исследование динамики пузырькового кластера // *Вестник Тюменского государственного университета*. 2013. № 7. С. 91–97.
- [22] Губайдуллин А.А., Губкин А.С. Поведение пузырьков в кластере при акустическом воздействии // *Современная наука: идеи, исследования, результаты, технологии*. 2013. № 1. P. 363–367.
- [23] Reddy A.J. and Szeri A.J. Shape stability of unsteadily translating bubbles // *Phys. Fluids*. 2002. Vol. 14, No. 7. P. 2216–2224.
- [24] Аганин А.А., Давлетшин А.И. Взаимодействие сферических пузырьков с центрами на одной прямой // *Математическое моделирование*. 2013. Т. 25, № 12. С. 3–18.
- [25] Аганин А.А., Давлетшин А.И., Топорков Д.Ю. Динамика расположенных в линию кавитационных пузырьков в интенсивной акустической волне // *Вычислительные технологии*. 2014. Т. 19, № 1. С. 3–19.

Dynamics of two gas bubbles in liquid in an ultrasonic traveling wave

Aganin I.A., Davletshin A.I.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan

The influence of the liquid viscosity and compressibility on the dynamics of two air bubbles (with equilibrium radii of 5 μm) in water at room conditions under the action of a plane ultrasonic wave traveling along the line of the bubble centers (the wavelength is 5000 μm , the amplitude is 0.3 bar) is studied. The initial distance between the centers of the bubbles is six bubble radii. A mathematical model is used, which is fourth-order accurate in terms of the ratio of the radius of the bubbles to the distance between them. It is shown that the spatial displacements of the bubbles are determined mainly by their hydrodynamic interaction. The influence of the liquid viscosity and compressibility is generally significant, and the viscosity affects much more. Without account of the liquid viscosity and compressibility, the bubbles collide with each other after the action of 4.5 running-wave lengths. With taking into account the liquid compressibility, the bubbles under the same action remain remote at a distance on the order of their equilibrium radii, while with additionally allowing for the liquid viscosity, their spacing is kept close to the initial one.

Keywords: dynamics of gas bubbles in liquid, hydrodynamic interaction of bubbles, ultrasonic traveling wave



Многофазные системы:
модели, эксперимент, приложения
ИМех им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН

Статья рекомендована к публикации
Программным комитетом VI Российской конференции
«Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения»