

Исследование течения термовязкой жидкости в плоском канале с сужением¹

Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН, Уфа

В работе рассмотрена задача о возможности регулирования гидравлического сопротивления за счет локального теплового воздействия. Исследовано течение несжимаемой жидкости с температурной зависимостью вязкости в плоском канале с переменным сечением и неоднородным температурным полем. Численно получены профили скорости течения термовязкой жидкости для канала с сужением. На примере течения термовязкой жидкости в плоском канале с резким расширением показано, что температурный фактор оказывает значительное влияние на величину коэффициента местного сопротивления при переменном сечении канала.

Ключевые слова: термовязкая жидкость, гидравлическое сопротивление

1. Введение

Одним из важнейших вопросов гидродинамики является устойчивость течения жидкости. Ранее уже была рассмотрена проблема устойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале с неоднородным температурным полем и показано, что температурная зависимость вязкости оказывает влияние на устойчивость течения жидкости [1,2]. Для дальнейшего изучения устойчивости течений термовязких жидкостей необходимо провести дополнительные исследования

2. Постановка задачи

Рассмотрим течение несжимаемой термовязкой жидкости в плоском канале, стенки которого на разных участках имеют различные температуры. Поместим начало системы координат на среднюю линию канала, а ось абсцисс направим параллельно стенкам канала.

Математическая модель данного процесса состоит из уравнений неразрывности, Навье-Стокса

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 17-41-020999-р_а) и гранта Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-6987.2016.1).

и сохранения энергии:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial x_i} &= 0, \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu(T) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u_j \frac{\partial T}{\partial x_j} &= \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x_j^2}, \end{aligned}$$

где $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ — вектор скорости; p — давление; T — температура; ρ — плотность; $\nu(T)$ — кинематическая вязкость; α — коэффициент температуропроводности; $i, j = 1, 2, 3$.

Введем безразмерные переменные следующим образом:

$$\begin{aligned} \hat{x} &= \frac{2x}{H}, \quad \hat{y} = \frac{2y}{\partial H}, \quad \hat{t} = \frac{\partial 2u_m t}{\partial H}, \quad \hat{p} = \frac{\partial p}{\partial \rho u_m^2}, \\ \hat{u} &= \frac{u}{\partial u_m}, \quad \hat{v} = \frac{v}{\partial u_m}, \quad \hat{T} = \frac{T - T_C}{T_h - T_C}, \quad \hat{\nu} = \frac{\nu}{\partial \nu_m}, \end{aligned}$$

где H — ширина канала; u_m — характерная скорость; ν_m — характерная вязкость.

Таким образом, исходную систему уравнений можно переписать в безразмерном виде (здесь и далее значки над безразмерными величинами

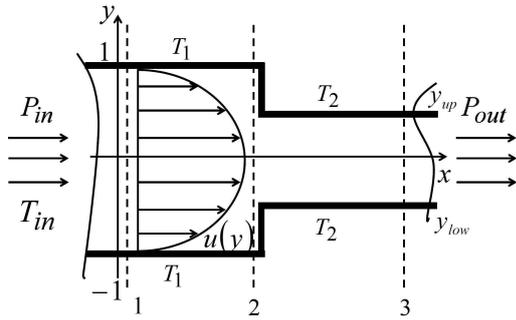


Рис. 1. Схема течения в плоском канале с сужением

опущены):

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} &= \\ = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu(T) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu(T) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} &= \\ = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\nu(T) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu(T) \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} &= \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \end{aligned}$$

где $\text{Re} = \frac{H u_m}{2 \nu_m}$ — число Рейнольдса; $\text{Pe} = \frac{u_m H}{2 \alpha}$ — число Пекле.

А безразмерные граничные условия будут иметь вид:

$$\begin{aligned} u(-1) = u(1) = 0, \quad u(y_{low}) = u(y_{up}) = 0, \\ v(-1) = v(1) = 0, \quad v(y_{low}) = v(y_{up}) = 0, \\ T(-1) = T(1) = T_{cold}, \quad T(y_{low}) = T(y_{up}) = T_{hot}. \end{aligned}$$

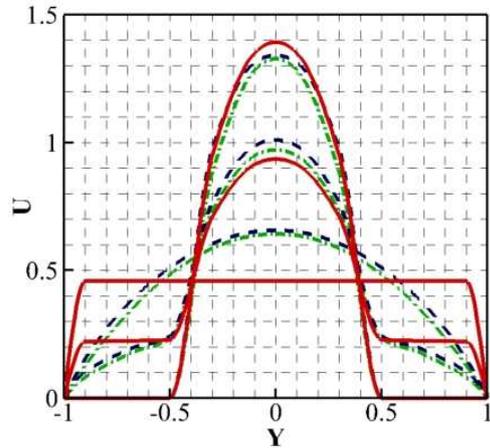
Далее необходимо определить зависимость вязкости жидкости от температуры. Хорошо известно, что вязкость любой жидкости подчиняется закону Аррениуса [3]. В настоящей работе рассматривалась экспоненциальная зависимость вязкости жидкости от температуры

$$\nu(T) = e^{-kT}, \quad k > 0,$$

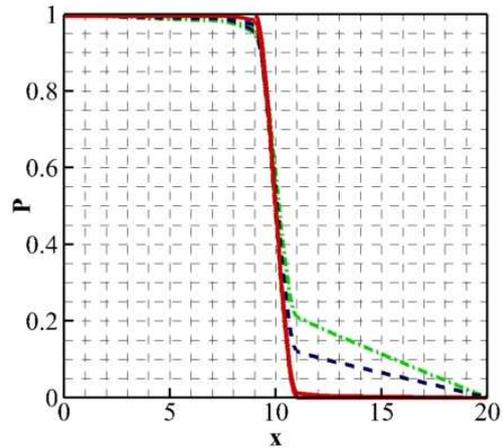
которая является наиболее близкой к закону Аррениуса, но в численном моделировании упрощает вычисления.

3. Результаты

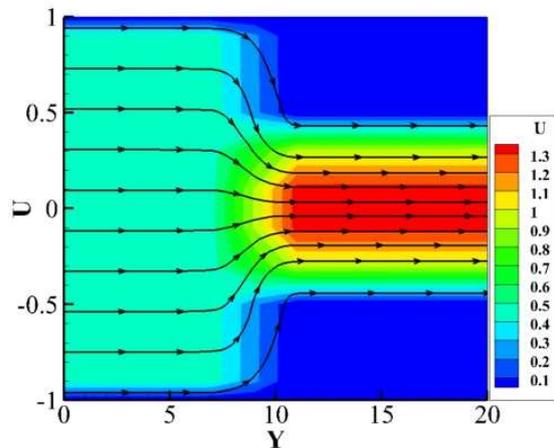
На рис. 2–4 представлены профили скорости, распределения давлений и линии тока для раз-



а)



б)



в)

Рис. 2. Нагревание термовязкой жидкости в канале для различных значений коэффициента зависимости вязкости жидкости от температуры: а) профили скорости, б) распределение давлений, в) скорость и линии тока

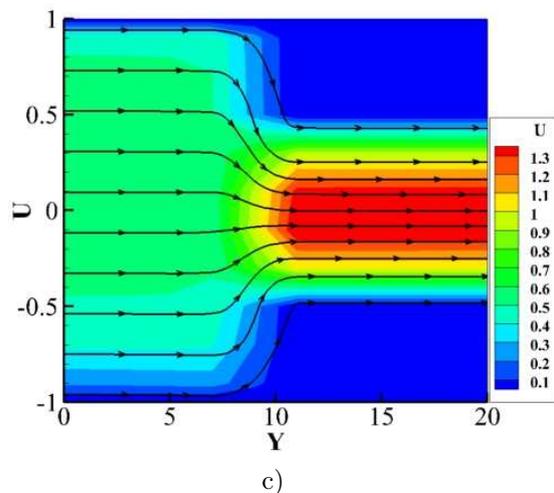
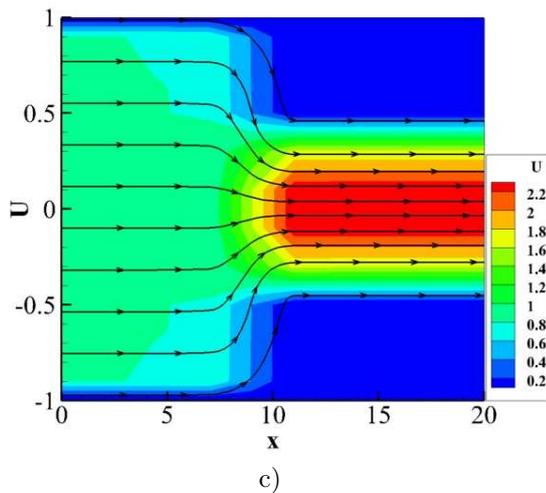
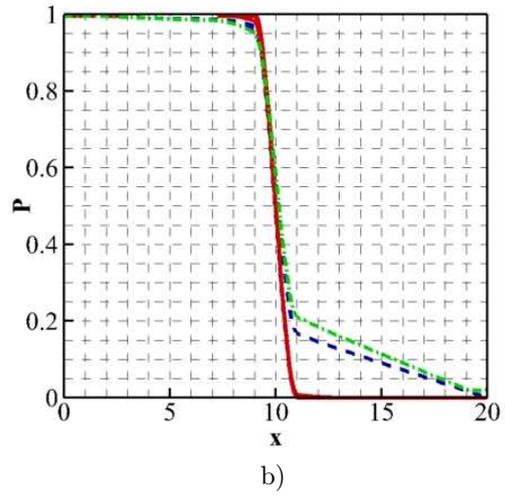
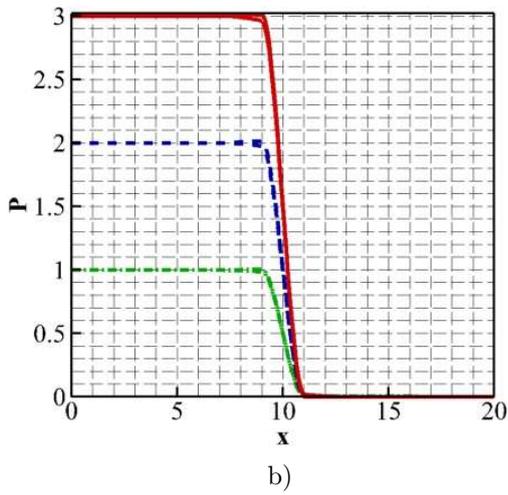
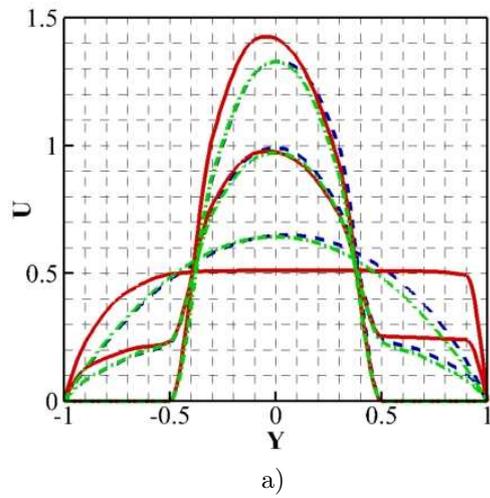
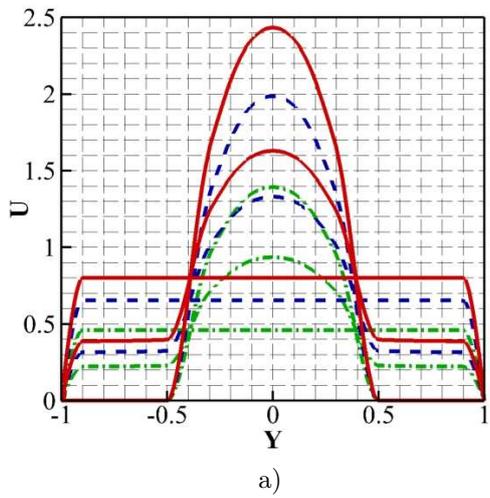


Рис. 3. Нагревание термовязкой жидкости в канале для различных условий на перепад давления: а) профили скорости, б) распределение давления, с) скорость и линии тока

Рис. 4. Нагревание термовязкой жидкости на верхней стенке канала для различных значений коэффициента зависимости вязкости жидкости от температуры: а) профили скорости, б) распределение давления, с) скорость и линии тока

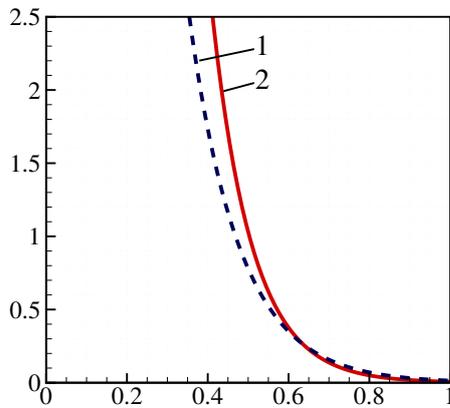


Рис. 5. График сравнения теоретической формулы для коэффициента сопротивления и численных результатов течения жидкости с постоянной вязкостью в плоском канале с расширением

личных условий на перепад давления, температуры стенок и коэффициентов зависимости вязкости жидкости от температуры. На рис. 2 и 3 втекает холодная жидкость и начинает нагреваться в канале с одинаковыми по температуре стенками. На рис. 4 представлены результаты вычислений при нагревании жидкости в канале только сверху, нижняя стенка канала холодная. По данным результатам видно, что максимальное значение скорости отклоняется в сторону горячей стенки при неоднородном нагреве стенок канала, что соответствует физической реальности.

Далее рассмотрим задачу о возможности регулирования гидравлического сопротивления за счет локального теплового воздействия. Для решения этого вопроса необходимо установить степень зависимости коэффициента гидравлического сопротивления, оказывающего влияние на потерю напора течения, от температурного фактора.

Как известно, местные сопротивления вызываются различным оборудованием трубопроводных сетей, которые изменяют величину или направление скорости. Потери напора на местных сопротивлениях для жидкостей с постоянной вязкостью хорошо изучены и определяются по формуле Вейсбаха:

$$\Delta h = \xi \cdot \frac{u_1^2}{2g},$$

где u_1 — средняя скорость течения жидкости в широкой части канала; g — ускорение свободного падения; ξ — коэффициент местного сопротивления.

Данный коэффициент ξ при внезапном сужении для течения жидкости с постоянной вязкостью

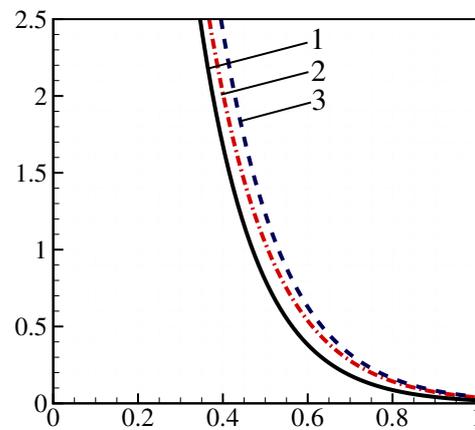


Рис. 6. Влияние температурного фактора на величину коэффициента местного сопротивления при переменном сечении канала для параметров: $\alpha = 0$ (кривая 1); $\alpha = 5$, $T_1 = T_2 = 2.0$ (кривая 2); $\alpha = 5$, $T_1 = 0$, $T_2 = 2.0$ (кривая 3)

можно определить по следующей формуле [4]:

$$\xi = 0,5 \cdot \left(1 - \frac{S_2}{S_1}\right),$$

где S_1 и S_2 — площади сечения в широкой и узкой частях канала соответственно.

Гидравлические потери выражают либо в потерях напора в линейных единицах столба среды

$$\Delta h = \frac{\delta p}{\rho g},$$

где ρS_2 — плотность среды, либо в единицах давления

$$\Delta p = \xi \cdot \frac{\rho u_1^2}{2}.$$

На рис. 5 представлены графики теоретической формулы для коэффициента сопротивления и численных результатов течения жидкости с постоянной вязкостью в плоском канале с расширением. Анализ полученных результатов показывает расхождение формулы и вычислительных данных для данного коэффициента при отношении сечений, стремящихся к нулю, это подтверждает тот факт, что коэффициент местного сопротивления является эмпирической величиной.

На рис. 6 показано течение холодной жидкости в плоском канале с расширением при равномерном нагреве стенок. Из рисунка видно, что изменяя температуру нагрева стенок канала можно регулировать величину коэффициента местного сопротивления и соответственно уменьшать потерю напора течения жидкости.

4. Заключение

Таким образом, в настоящей работе показано значительное влияние температурного фактора на величину коэффициента местного сопротивления при переменном сечении канала с условием зависимости вязкости жидкости от температуры.

Список литературы

- [1] Урманчиев С.Ф., Киреев В.Н. О влиянии температурной зависимости вязкости на течение жидкости // Труды Института механики Уфимского научного центра РАН. Вып. 2. Уфа: Нефтегазовое дело. 2004. С. 287–295.
- [2] Урманчиев С.Ф., Киреев В.Н. О влиянии температурной зависимости вязкости на течение жидкости // Нефтегазовое дело. 2004. № 2. С. 287–295.
- [3] Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. Ленинград: Наука, 1975. 592 с.
- [4] Идельчик И.Е. Гидравлические сопротивления. Физико-механические основы. М.: Государственное энергетическое издательство, 1954. 315 с.

Investigation of the thermoviscous liquid flow in a plane channel with a narrowing

Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F.

Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

In this paper, the problem of the possibility of regulating hydraulic resistance due to local thermal action is considered. The flow of an incompressible liquid with a temperature dependence of the viscosity in a plane channel with a variable cross section and an inhomogeneous temperature field is investigated. The flow velocities profiles of a thermoviscous liquid for a narrowed channel are obtained numerically. Using the example of a thermoviscous liquid flow in a plane channel with a sharp expansion, it is shown that the temperature factor exerts a significant influence on the value of the local resistance coefficient for the variable channel cross-section.

Keywords: thermoviscous liquid, hydraulic resistance

