

# О нагнетании гидратообразующего газа в пласт снега, насыщенный тем же газом<sup>1</sup>

Чиглинцева А.С.<sup>\*,\*\*</sup>, Шагапов В.Ш.<sup>\*,\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН, Уфа

<sup>\*\*</sup>Институт механики и машиностроения КазНЦ РАН, Казань

Решена задача о нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, в исходном состоянии насыщенный тем же газом. Построены автомоделные решения, описывающие поля температур и давлений, а также распределения насыщенностей снега, воды, гидрата и газа в массиве. Показано, что при образовании гидрата в зависимости от исходного термобарического состояния системы «лед–газ», а также интенсивности нагнетания газа, можно выделить различные характерные зоны в области фильтрации, отличающиеся по своей структуре и протяженности. Установлено, что с ростом давления нагнетания газа и уменьшением исходной снегонасыщенности массива объемная зона образования гидрата увеличивается.

**Ключевые слова:** снежный массив, образование гидрата, фильтрация газа, автомоделное решение

## 1. Введение

Как известно, газогидраты представляют собой сырье не только для получения легких углеводородных источников энергии, но и является удобным и выгодным состоянием, в котором можно хранить достаточно большие объемы газа. Открытый эффект самоконсервации газогидратов метана позволяет осуществить принципиальную возможность хранения газа в газогидратном состоянии при отрицательной температуре и атмосферном давлении [1, 2]. В природных условиях газогидраты могут образовываться как в донных отложениях морей и океанов, так и в подземных залежах в поровом пространстве пород при положительных и отрицательных температурах [3].

В работе [4] построена математическая модель процесса образования газогидрата в пористом пласте, изначально насыщенном газом и водой. Установлено, что накопление газогидрата в поровом пространстве активно протекает не только во влажных пористых средах, но и в породах, частично насыщенных льдом.

Математическая модель процесса образования

газогидрата в пористой среде при инъекции холодного газа представлена в статье [5]. Рассмотрены случаи, когда образование гидрата лимитируется кинетикой процесса, а также тепломассопереносом в пористой среде. Установлены критические условия, разделяющие разные режимы образования гидрата.

В работе [6] решена задача об образовании газогидрата при нагнетании холодного газа в снежный массив, в исходном состоянии насыщенный тем же газом. Принята некоторая предельная схема, согласно которой интенсивность гидратообразования лимитируется диффузией газа через гидратный слой, образующийся между фазами газа и льда, к границе контакта «лед–гидрат». На основе квазистационарного решения уравнения диффузии [7] получены кинетические соотношения, которые позволяют описать темп образования гидрата введением только одного параметра — приведенного коэффициента диффузии.

В настоящей работе построено автомоделное решение задачи о нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, при переходе системы «лед–гидрат–газ» через точку плавления льда. Представленные исследования продолжают работы [8, 9], в которых изучены особенности процесса образования газогидрата в пористом пласте и снежном массиве, изначально на-

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

сыщенных газом и льдом, при нагнетании того же газа. Построены решения и выявлены условия образования гидрата как на фронтальной, так и в протяженной областях. Данные модели с двумя подвижными межфазными границами позволяют построить физически непротиворечивые решения. Однако, в случае больших значений давления нагнетания газа может оказаться, что температура в пласте или массиве может быть выше температуры плавления льда. Поэтому здесь следует рассматривать дополнительно зону, в которой образование гидрата будет происходить из газа и воды вдоль кривой фазового равновесия.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

Пусть в полубесконечной области ( $x \geq 0$ ) находится смесь снега и газа при давлении и температуре, соответствующих термодинамическим условиям существования фаз в свободном состоянии, причем полагаем, что начальная температура находится ниже точки плавления льда и давление меньше равновесного давления фазовых переходов системы «лед–газ–гидрат».

Пусть через границу  $x = 0$  нагнетается теплый газ под давлением  $p_e$ , причем значение его температуры лежит ниже равновесной температуры фазовых переходов для системы «вода–газ–гидрат».

В зависимости от исходного термобарического состояния системы «лед–газ», а также интенсивности нагнетания газа, определяемой значением давления, полагаем, что могут возникать четыре характерные зоны в области фильтрации: ближняя — где находятся газ и гидрат; две промежуточные — в которых газ, лед (или вода) и гидрат находятся в состоянии фазового равновесия; дальняя — заполненная газом и льдом. Соответственно вводятся три фронтальные границы: 1 — между дальней и промежуточной зоной, где начинается переход льда и газа в состав гидрата; 2 — между промежуточными зонами, соответствующая точке плавления льда, на которой заканчивается процесс образования гидрата изо льда и начинается образование гидрата из воды; 3 — между ближней и промежуточной зоной, на которой заканчивается процесс образования гидрата из воды и газа.

Система основных уравнений, описывающая процессы фильтрации и теплопереноса, сопровождающиеся фазовыми переходами, и представляющая собой законы сохранения масс газа, снега и притока тепла, закон Дарси и кинематические зависимости, в одномерном случае имеет вид [8–13]:

$$\frac{\partial(S_g \rho_g)}{\partial t} + \frac{\partial(S_g \rho_g v_g)}{\partial x} = -\rho_h G \frac{\partial S_h}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\rho_j \frac{\partial S_j}{\partial t} = -\rho_h (1 - G) \frac{\partial S_h}{\partial t} \quad (j = i, w), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} + \rho_g S_g c_g v_g \frac{\partial T}{\partial x} = \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \rho_h l_h^{(j)} \frac{\partial S_h}{\partial t}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$S_g v_g = -\frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (4)$$

$$\rho c = \rho_g S_g c_g + \rho_h S_h c_h + \rho_j S_j c_j,$$

$$\lambda = \lambda_g S_g + \lambda_h S_h + \lambda_j S_j \quad (j = i, w),$$

где  $G$  — массовая концентрация газа в гидрате;  $\rho_j$ ,  $S_j$  ( $j = h, i, w, g$ ) — истинные плотности и насыщенности  $j$ -й фазы, индексы  $h, i, w, g$  относятся к гидрату, льду, воде и газу соответственно;  $v_g$ ,  $k_g$ ,  $c_g$  — скорость, проницаемость, удельная теплоемкость газа при постоянном объеме;  $\mu_g$  — динамическая вязкость газовой фазы;  $T$  — температура;  $p$  — давление;  $l_{(jh)}$  — удельная теплота образования гидрата, отнесенная на единицу его массы соответственно изо льда ( $j = i$ ) и воды ( $j = w$ );  $\rho c$  и  $\lambda$  — удельная теплоемкость единицы объема и коэффициент теплопроводности системы «лед(вода)–газ–гидрат».

Насыщенности фаз должны удовлетворять условию [12, 13]

$$S_g + S_j + S_h = 1 \quad (j = i, w). \quad (5)$$

Лед, гидрат и воду будем считать несжимаемыми, а газ — калорически совершенным [12]:

$$\rho_i, \rho_h, \rho_w = \text{const}, \quad p = \rho_g R_g T, \quad (6)$$

где  $R_g$  — приведенная газовая постоянная.

В зоне, где одновременно находятся лед (или вода), газ и гидрат, должно выполняться условие фазового равновесия [11, 12, 14]:

$$T_s^{(j)}(p) = T_{(s0)}^{(j)} + T_*^{(j)} \ln(p/p_{(s0)}^{(j)}), \quad (7)$$

где  $T_{(s0)}^{(j)}$ ,  $T_*^{(j)}$ ,  $p_{(s0)}^{(j)}$  — эмпирические параметры, зависящие как от вида газогидрата, так и от рассматриваемых диапазонов температур и давлений ( $T_{(s0)}^{(j)}$  — равновесная температура при давлении  $p_{(s0)}^{(j)}$ ) [1].

На границах раздела между указанными зонами выполняются соотношения, получаемые из условий баланса массы и тепла [8–10, 13]:

$$\begin{aligned} [(S_h \rho_h (1 - G) + S_j \rho_j) \dot{x}_s] &= 0, \\ [\rho_g S_g (v_g - \dot{x}_s) - \rho_h S_h G \dot{x}_s] &= 0, \\ \left[ \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] &= [\rho_h l_h^{(j)} S_h \dot{x}_s]. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь  $[\psi]$  — скачок параметра  $\psi$  на границе между зонами  $x = x_{(s)}$  ( $s = n, 0, d$ );  $\dot{x}_{(s)}$  — скорость движения этой границы;  $s = n$  — относится к границе между ближней областью и областью, в которой происходит образование гидрата из воды и газа;  $s = 0$  — относится к границе, разделяющей промежуточные области, на которой температура равна температуре плавления льда;  $s = d$  — относится к границе между промежуточной, где образование гидрата происходит изо льда и газа, и дальней областью.

### 3. Решения в ближней, дальней и промежуточной областях

Из уравнений (1) и (3) с учетом закона Дарси (4) и выражения (5), пренебрегая фазовыми переходами и учитывая, что насыщенности газа и гидрата постоянны ( $S_g, S_h = \text{const}$ ), уравнения пьезопроводности и температуропроводности для ближней зоны имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{T} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_g}{\mu_g S_{ge}} \frac{p}{T} \frac{\partial p}{\partial x} \right), \quad (9)$$

$$S_{h(e)} = \rho_i S_{i0} / (\rho_h (1 - G)), \quad S_{g(e)} = 1 - S_{h(e)},$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} - \rho_g c_g \frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (10)$$

В дальней зоне, поскольку происходит фильтрация газа без образования гидрата, получим нелинейное уравнение фильтрации в следующем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{k_g}{\mu_g S_{g0}} \frac{\partial}{\partial x} \left( p \frac{\partial p}{\partial x} \right). \quad (11)$$

Уравнение (2) с учетом (5) можно привести к виду:

$$\frac{\partial S_g}{\partial t} = (\rho_h (1 - G) / \rho_{(j)} - 1) \frac{\partial S_h}{\partial t}. \quad (12)$$

Подставляя (12) в уравнение (1), используя закон Дарси (4) и уравнение состояния для газа (6), получим следующее уравнение для гидратонасыщенности в промежуточной зоне:

$$\frac{\partial S_h}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k_g}{\mu_g R_g T_s^{(j)}(p)} \frac{p}{\partial x} \right) - \frac{S_g}{R_g} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{T_s^{(j)}(p)} \right) \right) / \rho, \quad (13)$$

где  $\rho = p / (R_g T_s^{(j)}(p)) (\rho_h (1 - G) / \rho_{(j)} - 1) + \rho_h G$ .

Из уравнения (3), используя выражение (13), а также условие фазового равновесия (7), для промежуточной области получим

$$\begin{aligned} \rho c \frac{T_*^{(j)}}{p} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{c_g k_g T_*^{(j)}}{R_g T_s^{(j)}(p) \mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 = \\ = \frac{\rho_h l_h^{(j)}}{\rho} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{p}{R_g T_s^{(j)}(p)} \frac{k_g}{\mu_g} \frac{\partial p}{\partial x} \right) - \right. \\ \left. - \frac{S_g}{R_g} \frac{(T_s^{(j)}(p) - T_*^{(j)})}{T_s^{(j)2}(p)} \frac{\partial p}{\partial t} \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

### 4. Уравнения на скачке при переходе через точку плавления льда

При повышении давления в рассматриваемой системе, при некотором его значении, будет происходить переход температуры через точку плавления льда, поэтому снег должен превратиться в воду и частично перейти в состав гидрата. При этом, соответственно, гидратонасыщенность и массовые потоки газа должны терпеть скачки [15]. Пусть координата фронта скачка  $x = x^{(0)}$ . Значения параметров, терпящих скачок, перед скачком, где температура отрицательна, будем обозначать символом  $(-)$ , а за скачком, где температура положительна —  $(+)$ . Запишем уравнения баланса массы воды и газа на скачке:

$$\begin{aligned} \rho_i S_i^{(-)} (0 - \dot{x}^{(0)}) + \rho_h (1 - G) S_h^{(-)} (0 - \dot{x}^{(0)}) = \\ = \rho_w S_w^{(+)} (0 - \dot{x}^{(0)}) + \rho_h (1 - G) S_h^{(+)} (0 - \dot{x}^{(0)}), \\ \rho_g^{(0)} S_g^{(-)} (v_g^{(-)} - \dot{x}^{(0)}) + \rho_h G S_h^{(-)} (0 - \dot{x}^{(0)}) = \\ = \rho_g^{(0)} S_g^{(+)} (v_g^{(+)} - \dot{x}^{(0)}) + \rho_h G S_h^{(+)} (0 - \dot{x}^{(0)}). \end{aligned}$$

Уравнение баланса тепла на скачке имеет вид:

$$\begin{aligned} \rho_w S_w^{(+)} l_{(iw)} (0 - \dot{x}^{(0)}) + \rho_h S_h^{(+)} \times \\ \times (l_{(iw)} - l_h^{(w)}) (0 - \dot{x}^{(0)}) = -\rho_h S_h^{(-)} l_h^{(i)} (0 - \dot{x}^{(0)}), \end{aligned}$$

из которого, с учетом закона Дарси [14], можем получить

$$\begin{aligned} -\frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(0)}^{-} + \frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(0)}^{+} = \\ = \left( (S_g^{(-)} - S_g^{(+)}) + \frac{\rho_h G}{\rho_g^{(0)}} (S_h^{(-)} - S_h^{(+)}) \right) \dot{x}^{(0)}, \end{aligned}$$

где  $l_h^{(i)}$  — удельная теплота образования гидрата при отрицательной температуре;  $l_h^{(w)}$  — удельная теплота образования гидрата при положительной температуре;  $l_{(iw)}$  — удельная теплота плавления льда.

Уравнения баланса массы воды и тепла в точке плавления льда  $x = x^{(0)}$  можно разрешить относительно гидратонасыщенности и водонасыщенности перед скачком:

$$S_h^{(+)} = \frac{\rho_i l_{(iw)} S_i^{(-)} + \left( l_h^{(i)} + (1-G) l_{(iw)} \right) S_h^{(-)}}{\left( l_h^{(w)} - G l_{(iw)} \right)},$$

$$S_w^{(+)} = \frac{1}{\rho_w \left( l_h^{(w)} - G l_{(iw)} \right)} \left( \rho_i \left( l_h^{(w)} - l_{(iw)} \right) S_i^{(-)} + (1-G) \rho_h \left( l_h^{(w)} - l_h^{(i)} - l_{(iw)} \right) S_h^{(-)} \right).$$

## 5. Граничные условия между зонами

Из условий сохранения на границах между зонами (8) с учетом закона Дарси (4) и уравнения состояния (6) для ближней границы можно получить:

$$-\frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(n)}^- + \frac{k_g}{\mu_g} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(n)}^+ = \left( \left( S_{g(n)}^{(-)} - S_{g(n)}^{(+)} \right) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} \left( S_{h(n)}^{(-)} - S_{h(n)}^{(+)} \right) \right) \dot{x}_{(n)}, \quad (15)$$

$$\left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(n)}^- = \rho_h l_h^{(w)} \left( S_{h(n)}^{(-)} - S_{h(n)}^{(+)} \right) \dot{x}_{(n)}, \quad (16)$$

$$S_{h(n)}^{(-)} = S_{h(e)}, \quad S_{g(n)}^{(-)} = S_{g(e)},$$

$$S_{g(n)}^{(+)} = S_g^{(+)(0)} - \left( 1 - \frac{\rho_h(1-G)}{\rho_w} \right) \left( S_{h(n)}^{(+)} - S_h^{(+)(0)} \right).$$

Здесь верхние индексы  $(-)$  и  $(+)$  соответствуют значению параметров, теряющих разрыв, перед и за границей.

На дальней границе ( $x = x_{(d)}$ ) получим

$$-\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(d)}^- + \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(d)}^+ = 0.$$

Производные температуры и давления на границах должны быть связаны следующими соотношениями:

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(n)}^+ = \frac{T_*}{p_{(n)}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(n)}^+,$$

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{(d)}^- = \frac{T_*}{p_{(d)}} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{(d)}^-.$$

## 6. Автономные решения

Введем автономную переменную [16]:

$$\xi = x / \left( 2\sqrt{\chi_0^{(p)} t} \right),$$

где  $\chi_0^{(p)} = k_g p_0 / (S_{g0} \mu_g)$  — коэффициент пьезопроводности.

Если в ближней зоне пренебречь переменностью температуры и применить линеаризацию Лейбензона [8, 9], то в автономных переменных систему (9)–(11) можно привести к виду:

$$-\xi \frac{dp_{(1)}^2}{d\xi} = \frac{S_{g0}}{2(1-S_{he})} \frac{d^2 p_{(1)}^2}{d\xi^2},$$

$$-\xi \frac{dT_{(1)}}{d\xi} = \frac{Pe_{(1)}}{\varphi_{(1)}} 4p_0 \frac{dp_{(1)}}{d\xi} \frac{dT_{(1)}}{d\xi} + \frac{\varphi_{(1)}}{2} \frac{d^2 T_{(1)}}{d\xi^2},$$

$$-\xi \frac{dp_{(3)}^2}{d\xi} = \frac{1}{2} \frac{d^2 p_{(3)}^2}{d\xi^2},$$

где  $\varphi_{(1)} = \chi^{(T)} / \chi_0^{(p)}$ ;  $Pe_{(1)} = \rho_{g0} c_g k_g p_0 / (\lambda_{(1)} \mu_g)$  — число Пекле;  $\chi^{(T)} = \lambda_{(1)} / \rho c$  — коэффициент температуропроводности. Здесь и в дальнейшем нижние индексы 1, 2 и 3 относятся к ближней, промежуточной и дальней зонам соответственно.

Для распределений давления и температуры в ближней зоне имеем решение:

$$p_{(1)}^2 = p_{(n)}^2 + \frac{\left( p_e^2 - p_{(n)}^2 \right) \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_{(1)}}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\eta_{(1)}}\right) d\xi},$$

$$T_{(1)} = T_{(n)} + \frac{\left( T_e - T_{(n)} \right) \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\varphi_{(1)}} - \frac{Pe_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\varphi_{(1)}} - \frac{Pe_{(1)}}{2p_0^2} p_{(1)}^2\right) d\xi},$$

$$\eta_{(1)} = S_{g0} / (1 - S_{h(e)}).$$

Для дальней зоны можно записать:

$$p_{(3)}^2 = p_0^2 + \frac{\left( p_{(d)}^2 - p_0^2 \right) \int_{\xi}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi}{\int_{\xi_{(d)}}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi}.$$

Для промежуточной зоны уравнения (13) и (14) в автономной переменной запишутся в виде:

$$\frac{d^2 p_{(2)}}{d\xi^2} = \left( -\xi A \frac{dp_{(2)}}{d\xi} - B \left( \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right)^2 \right) / C,$$

$$\begin{aligned} \frac{dS_{h(2)}}{d\xi} &= -\frac{1}{\rho R_g T_s^{(j)}(p_{(2)})} \left[ \frac{k_g}{2\xi \mu_g \chi_0^{(p)}} \times \right. \\ &\times \left( p_{(2)} \frac{d^2 p_{(2)}}{d\xi^2} + \left( 1 - \frac{T_*^{(j)}}{T_s^{(j)}(p_{(2)})} \right) \left( \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right)^2 \right) + \\ &\left. + S_g \left( 1 - \frac{T_*^{(j)}}{T_s^{(j)}(p_{(2)})} \right) \left( \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right) \right], \\ A &= \frac{S_g \left( T_s^{(j)}(p_{(2)}) - T_*^{(j)} \right) \rho_h l_h}{R_g T_s^{(j)2}(p_{(2)})} + \frac{\rho(\rho c) T_*^{(j)}}{p_{(2)}}, \\ B &= \frac{k_g \left( T_s^{(j)}(p_{(2)}) - T_*^{(j)} \right) \rho_h l_h^{(j)}}{2R_g \mu_g T_s^{(j)2}(p_{(2)}) \chi_0^{(p)}} + \\ &+ \frac{\rho c_g k_g T_*^{(j)}}{2R_g \mu_g T_s^{(j)}(p_{(2)}) \chi_0^{(p)}}, \\ C &= \frac{\rho_h l_h^{(j)} p_{(2)} k_g}{2R_g \mu_g T_s^{(j)}(p_{(2)}) \chi_0^{(p)}}. \end{aligned}$$

Условия (15) и (16) для ближней границы в автомодельных координатах примут вид:

$$\begin{aligned} -\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^- + \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^+ &= \\ &= \frac{2\chi_0^{(p)} \mu_g}{k_g \rho_{g(n)}} \left( \rho_{g(n)} \left( S_{g(n)}^{(-)} - S_{g(n)}^{(+)} \right) + \right. \\ &\left. + \rho_h G \left( S_{h(n)}^{(-)} - S_{h(n)}^{(+)} \right) \right) \xi_{(n)}, \\ \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_{(n)}^- &= \frac{2\rho_h l_h^{(w)} \chi_0^{(p)}}{\lambda_{(n)}^-} \left( S_{h(n)}^{(-)} - S_{h(n)}^{(+)} \right) \xi_{(n)}, \\ \left( \frac{dT}{d\xi} \right)_{(n)}^+ &= \frac{T_*}{p_{(n)}} \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(n)}^+. \end{aligned}$$

Используя полученные аналитические решения, данные условия можно привести к следующему виду:

$$\begin{aligned} q_{(n)} + \frac{(p_e^2 - p_{(n)}^2)}{2p_{(n)}} \frac{\exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4\eta_{(1)}}\right)}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4\eta_{(1)}}\right) d\xi} &= \\ &= \frac{2\chi_0^{(p)} \mu_g \xi_{(n)}}{k_g} \left( \left( S_{g(n)}^- - S_{g(n)}^+ \right) + \right. \\ &\left. + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(n)}} \left( S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+ \right) \right), \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} (T_{(n)} - T_e) \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{\Phi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(n)}^2}{2p_0^2}\right) &= \\ \frac{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{\Phi_{(1)}} - \frac{\text{Pe}_{(1)} p_{(1)}^2}{2p_0^2}\right) d\xi}{\lambda_{(n)}^-} \left( S_{h(n)}^- - S_{h(n)}^+ \right) \xi_{(n)}, & \\ q_{(n)} = (dp_{(2)}/d\xi)_{\xi_{(n)}}. & \end{aligned} \tag{18}$$

Условие на скачке в автомодельных координатах примет вид:

$$\begin{aligned} -\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(0)}^- + \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(0)}^+ &= \\ = \frac{2p_0}{S_{g0}} \left( \left( S_g^{(-)} - S_g^{(+)} \right) + \frac{\rho_h G}{\rho_{g(0)}} \left( S_h^{(-)} - S_h^{(+)} \right) \right) \xi^{(0)}. \end{aligned}$$

На границе  $\xi = \xi_{(d)}$  условие запишется в виде:

$$\left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(d)}^- = \left( \frac{dp}{d\xi} \right)_{(d)}^+.$$

Для промежуточных областей, в которых происходит образование гидрата из льда и газа ( $\xi^{(0)} \leq \xi \leq \xi_{(d)}$ ) и из воды и газа ( $\xi^{(0)} \leq \xi \leq \xi_{(n)}$ ) уравнения, представляющие собой систему из трех обыкновенных дифференциальных уравнений, можно записать как:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{(2)}}{d\xi} = q, \quad \frac{dq}{d\xi} &= \frac{-\xi A \frac{dp_{(2)}}{d\xi} - B \left( \frac{dp_{(2)}}{d\xi} \right)^2}{C}, \\ \frac{dS_{h(2)}}{d\xi} &= \frac{-1}{\rho R_g T_s^{(j)}(p_{(2)})} \left[ \frac{k_g}{2\xi \mu_g \chi_0^{(p)}} \left( p_{(2)} \frac{dq}{d\xi} + \right. \right. \\ &\left. \left. + \left( 1 - \frac{T_*^{(j)}}{T_s^{(j)}(p_{(2)})} \right) q^2 \right) + S_g \left( 1 - \frac{T_*^{(j)}}{T_s^{(j)}(p_{(2)})} \right) q \right]. \end{aligned}$$

### 7. Численная реализация

Счет по системе обыкновенных дифференциальных уравнений начинается от правой границы с координатой  $\xi = \xi_{(d)}$ , значение которой выбирается произвольным образом, в сторону границы  $\xi = \xi^{(0)}$  (с отрицательным шагом), соответствующей точке плавления льда.

За начальные данные Коши (при  $\xi = \xi_{(d)}$ ) принимаются:

$$\begin{aligned} p_{(d)} = p_s(T_0), \quad q_{(d)} = (dp/d\xi)_{(d)}^-, \quad S_h = 0, \\ q_{(d)} = -\frac{(p_s^2 T_0) - p_0^2 \exp\left(-\xi_{(d)}^2\right)}{2p_s(T_0) \int_{\xi_{(d)}}^{\infty} \exp(-\xi^2) d\xi}. \end{aligned}$$

Счет продолжается до тех пор, пока давление в промежуточной области, где образование гидрата происходит из снега и газа, с некоторой заданной точностью, не достигнет значения, согласно формуле (7), соответствующего температуре плавления льда, определяя тем самым значение границы  $\xi = \xi^{(0)}$ . Далее счет по системе обыкновенных дифференциальных уравнений продолжается от границы  $\xi = \xi^{(0)}$  в сторону границы  $\xi = \xi_{(n)}$  (с отрицательным шагом). Здесь за начальные данные Коши

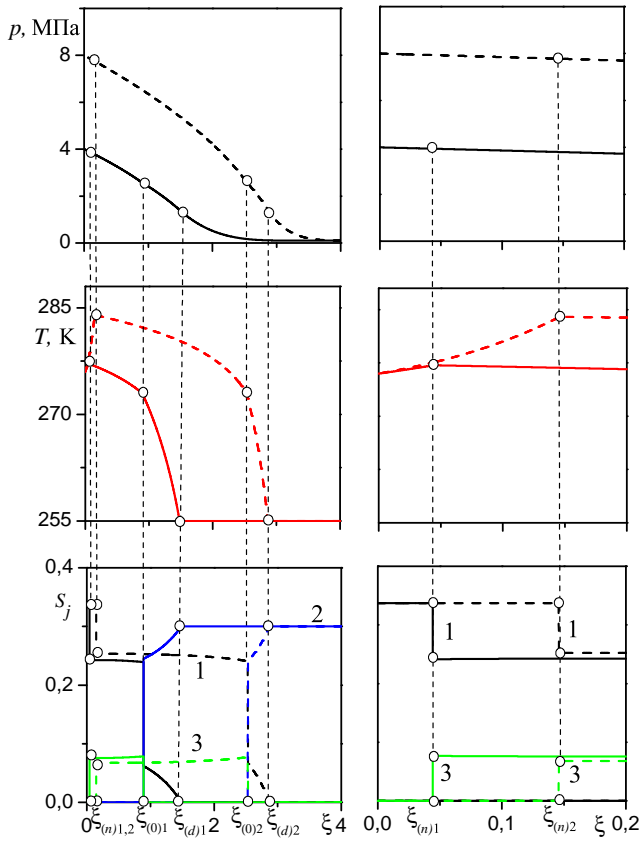


Рис. 1. Распределения температуры, давления и насыщенностей гидрата (1), снега (2), воды (3) в массиве при различных значениях давления нагнетания газа:  $p_e = 8$  МПа (штриховая линия),  $p_e = 4$  МПа (сплошная линия)

(при  $\xi = \xi^{(0)}$ ) принимаются:

$$p^{(0)} = p_s(T^{(0)}), \quad q^{(0)} = (dp/d\xi)_{(0)}^+, \quad S_i = 0.$$

Численное решение задачи было реализовано методом стрельбы. «Пристрелка» по значению  $\xi_{(d)}$  продолжалась до достижения с некоторой заданной точностью условий (17) и (18) на ближней границе.

### 8. Результаты расчетов

Для параметров, определяющих свойства системы, были приняты следующие значения:  $\rho_i = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_h = 910 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_g = 1650 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $c_i = 2090 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $c_w = 4200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $c_h = 2200 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda_g = 0.03 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda_i = 2 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda_w = 0.56 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $\lambda_h = 0.5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$ ,  $l_{(iw)} = 3.3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $G = 0.12$ ,  $\mu_g = 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $k_g = 10^{-16} \text{ м}^2$ ,  $R_g = 520 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$ .

Поскольку образование гидрата происходит как в отрицательной, так и в положительной об-

ластях температур, то для параметров, входящих в формулу (7), и для удельной теплоты образования гидрата принимались следующие значения: при  $T < 0^\circ\text{C}$  —  $T_{(s0)} = 263 \text{ К}$ ,  $p_{(s0)} = 1.86 \text{ МПа}$ ,  $T_* = 30 \text{ К}$ ,  $l_h^{(i)} = 1.5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ; при  $T > 0^\circ\text{C}$  —  $T_{(s0)} = 273 \text{ К}$ ,  $p_{(s0)} = 2.56 \text{ МПа}$ ,  $T_* = 10 \text{ К}$ ,  $l_h^{(w)} = 5 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ .

На рис. 1 представлены распределения температуры, давления и насыщенности фаз (гидрата, снега и воды) в массиве при различных значениях давления нагнетания газа. Видно, что с ростом давления газа максимальная температура, реализуемая в пласте, растет, поскольку, согласно выражению (7), повышение давления в массиве приводит к увеличению равновесной температуры гидратообразования. При этом протяженность объемной области образования гидрата увеличивается. Это обусловлено тем, что повышается интенсивность подвода газа и, как следствие, происходит рост гидратонасыщенности на ближней границе.

Аналогичные распределения представлены на рис. 2 при различных значениях начальной снегонасыщенности массива. Установлено, что с ростом исходной снегонасыщенности сужается протяженность нагретой зоны, насыщенной водой, газом и гидратом, поскольку с ростом начальной снегонасыщенности в массиве, при заданной интенсивности нагнетания газа, увеличивается доля потребления газа, необходимая для образования гидрата, что, в свою очередь, приводит к более резкому снижению давления в массиве.

### 9. Заключение

Решена задача о нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, в случае когда система «лед–газ–гидрат» переходит через точку плавления льда. На основе построенных автомодельных решений, описывающих распределения основных параметров в массиве, установлено, что переход льда в гидратное состояние может происходить с образованием четырех зон, а именно: ближней, насыщенной газом и гидратом; двух промежуточных, в которых газ, гидрат и лед (или вода) находятся в состоянии фазового равновесия; дальней, заполненной газом и льдом. Установлено, что образование более протяженной области, насыщенной газом, гидратом и водой, реализуется в случае увеличения давления нагнетания газа, причем растет доля гидрата на ближней границе. Показано, что при увеличении исходной снегонасыщенности массива сужается протяженность объемной зоны образования гидрата.

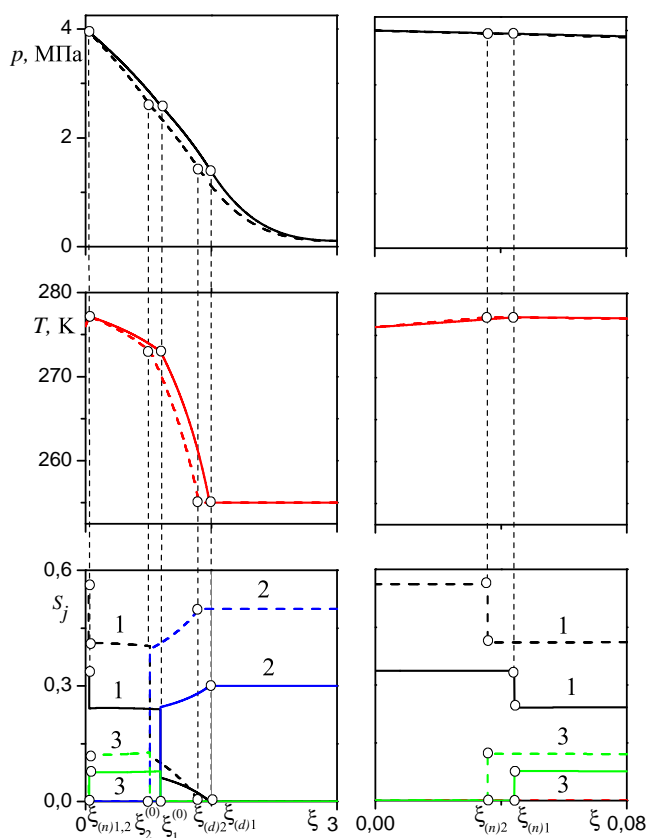


Рис. 2. Распределения температуры, давления и насыщенностей гидрата (1), снега (2), воды (3) в массиве при различных начальных значениях снегонасыщенности:  $S_{i0} = 0.5$  (штриховая линия),  $S_{i0} = 0.3$  (сплошная линия)

## Список литературы

- [1] Истоми В.А., Якушев В.С. Газовые гидраты в природных условиях. М.: Недра, 1992. 236 с.
- [2] Мельников В.П., Поденко Л.С., Нестеров А.Н. Эффект самоконсервации гидратов метана, полученных в «сухой воде» // ДАН. 2016. Т. 466, № 5. С. 554–558.
- [3] Чувилин Е.М., Козлова Е.В. Исследования формирования мерзлых гидратосодержащих пород // Криосфера Земли. 2005. Т. 9, № 1. С. 73–80.
- [4] Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Мусакаев Н.Г. Образование газогидрата в пористом резервуаре, частично насыщенном водой, при инъекции холодного газа // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49, № 3. С. 462–472.
- [5] Хасанов М.К., Гималтдинов И.К., Столповский М.В. Особенности образования газогидратов при нагнетании холодного газа в пористую среду, насыщенную газом и водой // Теоретические основы химической технологии. 2010. Т. 44, № 4. С. 442–449.
- [6] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Математическое моделирование нагнетания гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11, № 2. С. 233–239.
- [7] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Рафикова Г.Р. О квазистационарном решении уравнения диффузии газа в гидратном слое // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2017. № 48. С. 107–117.
- [8] Хасанов М.К. Исследование режимов образования газогидратов в пористой среде, частично насыщенной льдом // Теплофизика и аэромеханика. 2015. Т. 22, № 2. С. 255–266.
- [9] Чиглинцева А.С. Автомодельное решение задачи образования гидрата в снежном массиве // Вычислительная механика сплошных сред. 2017. Т. 10, № 2. С. 212–224.
- [10] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С. О нагнетании гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом, при переходе через точку плавления льда // Теплофизика и аэромеханика. 2018. Т. 25, № 1. С. 89–104.
- [11] Шагапов В.Ш., Мусакаев Н.Г. Динамика образования и разложения гидратов в системах добычи, транспортировки и хранения газа. М.: Наука, 2016. 240 с.
- [12] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Русинов А.А. Математическое моделирование процесса образования гидрата в пласте насыщенного снегом при нагнетании холодного газа // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 2. С. 173–181.
- [13] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. 360 с.
- [14] Шагапов В.Ш., Хасанов М.К., Байрамгулова Р.С. К теории инъекции жидкого диоксида углерода в пласт, насыщенный системой «газогидрат метан-метан» в режиме образования промежуточной талой зоны // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского научного центра РАН. 2016. Т. 11, № 2. С. 171–180.
- [15] Нигматулин Р.И. Механика сплошной среды. Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика. М.: ГЭОТАР-Медиа, 2014. 640 с.
- [16] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихаева М.Н. Моделирование процесса образования льда при инъекции воды в пористую среду, насыщенную льдом и газом // Вестник Башкирского университета. 2013. Т. 18, № 1. С. 22–26.

## About of the injection of hydrate-forming gas into a layer of snow saturated with the same gas

Chiglintseva A.S.<sup>\*,\*\*</sup>, Shagapov V.Sh.<sup>\*,\*\*</sup>

\*Mavlyutov Institute of Mechanics, Ufa

\*\*Institute of Mechanics and Engineering, Kazan

The problem of injecting a hydrate-forming gas into a snow massif in the initial state saturated with the same gas are solved. Self-similar solutions describing the temperature and pressure fields, the distribution of snow, water, hydrate and gas saturation in the massif are constructed. It is shown that when forming a hydrate, depending on the initial thermobaric state of the ice-gas system, as well as the intensity of gas injection, it is possible to distinguish various characteristic zones in the filtration region that differ in their structure and length. It has been established that with an increase in the gas injection pressure and a decrease in the initial snow-saturation of the massif, the volume formation zone of the hydrate increases.

**Keywords:** snow massif, hydrate formation, gas filtration, self-similar solution



**Многофазные системы:**  
модели, эксперимент, приложения

ИМех им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН

Статья рекомендована к публикации  
Программным комитетом VI Российской конференции  
«Многофазные системы: модели, эксперимент, приложения»