



ISSN: 2658–5782

Номер 1

Январь–Март 2019

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](http://mfs.uimech.org)





## Задача о плавлении льда в пористой среде, насыщенной льдом и газом<sup>1</sup>

Запивахина М.Н., Умеров Д.А.

Бирский филиал Башкирского государственного университета, Бирск

В плоскооднмерной автомодельной постановке рассмотрена задача об образовании льда в сухой холодной пористой среде, насыщенной льдом и газом (воздухом), при закачке теплой воды. Задача была рассмотрена в объемной области. При инъекции теплой воды от начала в глубь пласта будет распространяться объемная область, которая разделит пласт на три зоны. Первая зона была заполнена водой, вторая зона — льдом и водой, а третья зона — льдом и газом. Для описания процесса тепломассопереноса использованы следующие гипотезы: температура насыщаемого вещества (воды, льда или газа) равна температуре пористой среды; лед и скелет неподвижны; вода, лед и скелет пласта несжимаемы; пористость скелета постоянна. На основе построенных автомодельных решений проведен численный анализ, иллюстрирующий влияние исходных параметров сухой пористой среды, насыщенной льдом и газом, а также температуры закачиваемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде. Установлено, что увеличение температуры и увеличение давление инжектируемой воды не приводит к значительному росту области разложения льда. Однако, исходя из полученных результатов видно, что скорость движения границы плавления увеличивается, в частности, с ростом давления на величину  $p_e = 0.05$  МПа происходит увеличение промежуточной области в полтора раза. Было выявлено, что экономически более выгодно закачивать воду с более низкой температурой, так как вода с более высокой температурой увеличивает область промерзания пористого грунта незначительно.

**Ключевые слова:** фазовый переход, плавление льда, вода–лед, моделирование плавления льда, пористая среда, фазовый переход

### Введение

В связи с интенсивным освоением северных территорий, большая часть которых располагается в зонах распространения вечной мерзлоты, особенно актуальным становится изучение процессов, связанных с тепломассопереносом в почвах, грунтах и горных породах [1]. Моделирование некоторых задач тепломассопереноса в мерзлых пористых грунтах представлено в работах [2–6]. Вместе с тем дальнейшее изучение подобного рода задач остается по-прежнему чрезвычайно важным и актуальным.

<sup>1</sup>Работа поддержана средствами государственного бюджета по государственному заданию на 2019–2022 гг. (№ 0246-2019-0052).

### 1. Постановка задачи и методика расчета

Рассмотрим автомодельную постановку задачи об инъекции теплой воды в пористый пласт, который насыщен газом и льдом при начальной температуре  $T_0 = 273$  К. Задачу будем рассматривать в объемной области. Тогда при инъекции теплой воды от начала в глубь пласта будет распространяться объемная область, которая разделит пласт на три зоны. Первая зона будет заполнена водой, вторая зона — льдом и водой, а третья зона — льдом и газом. Будем считать, что насыщенность пор льдом в третьей зоне будет равна исходному значению лданасыщенности пласта  $S_{i0}$ . Здесь используются терминология и обозначения, принятые в [6].

Положим, что в начальный момент времени давление в пласте равно  $p_0$ , а температура  $T_0$ :

$$t = 0, \quad p = p_0, \quad T = T_0.$$

Будем закачивать теплую воду через границу  $x = 0$  с давлением  $p_e$  и температурой  $T_e$ . Получим граничные условия:

$$x = 0: \quad T = T_e, \quad p = p_e \quad (t > 0).$$

Для описания процесса теплопереноса будем пользоваться следующими гипотезами: температура насыщаемого вещества (воды, льда или газа) будет равна температуре пористой среды; лед и скелет неподвижны; вода, лед и скелет пласта несжимаемы; пористость скелета постоянна:

$$\rho_{sk}, \quad \rho_l, \quad \rho_i, \quad m = \text{const}.$$

Основные уравнения были получены в работе [6]. Напомним лишь ключевые моменты методики.

Данная задача решается автомоделным способом. Введем автомоделную переменную

$$\xi = \frac{x}{\sqrt{\chi^{(T)}t}}, \quad \chi^{(T)} = \frac{\lambda}{\rho c},$$

где  $\chi^{(T)}$  — температуропроводность пористой среды;  $\rho c$  — удельная объемная теплоемкость системы.

Найдем законы движения границы фазовых переходов

$$x_s = \xi_s \sqrt{\chi^{(T)}t},$$

где  $s = n, d$ . Здесь  $s = n$  соответствует границе между ближней и промежуточной областями, а  $s = d$  относится к границе между промежуточной и дальней областями.

Проинтегрируем уравнения (1) и (2) из [6] и учтем все начальные и граничные условия для температуры и давления. В результате проведенных действий получим:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_{(n)} : \\ T_{(1)} &= T_{(n)} + \\ &+ \frac{(T_e - T_{(n)}) \int_{\xi}^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{p_{e(n)}\xi}{\xi_{(n)}}\right) d\xi}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - \frac{p_{e(n)}\xi}{\xi_{(n)}}\right) d\xi}, \\ p_{(1)} &= p_e + (p_{(n)} - p_e) \frac{\xi}{\xi_{(n)}}; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\xi_{(n)} \leq \xi \leq \xi_{(d)} :$$

$$T_{(2)} = T_{(n)} = T_0, \quad (2)$$

$$p_{(2)} = p_{(n)} + (p_0 - p_{(n)}) \frac{\xi - \xi_{(n)}}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}};$$

$$\xi = \xi_{(d)} :$$

$$T_{(2)} = T_{(n)} = T_0, \quad (3)$$

$$p_{(3)} = p_0.$$

Здесь

$$p_{e(n)} = \frac{\rho_l c_l k_0 (p_{(n)} - p_{(e)})}{\lambda \mu_l},$$

где  $\mu_l$  и  $c_l$  — динамическая вязкость и удельная теплоемкость воды.

Проведя все подстановки решений (1)–(3) в граничные условия, получим:

$$\xi = \xi_{(n)} :$$

$$\begin{aligned} &\frac{(T_{(n)} - T_e) \exp\left(-\frac{\xi_{(n)}^2}{4} - P_{e(n)}\right)}{\int_0^{\xi_{(n)}} \exp\left(-\frac{\xi^2}{4} - P_{e(n)}\right) d\xi} = \\ &= -\frac{m \rho_i L_i S_{i0}}{2 \rho c} \xi_{(n)}, \\ &k_0 \frac{p_e - p_{(n)}}{\xi_{(n)}} - k_l \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = \\ &= m \mu_l \chi^{(T)} \frac{\xi_{(n)}}{2} (1 - \tilde{\rho}) S_{i0}; \end{aligned}$$

$$\xi = \xi_{(d)} :$$

$$k_l \frac{p_{(n)} - p_0}{\xi_{(d)} - \xi_{(n)}} = m \mu_l \chi^{(T)} \frac{\xi_{(d)}}{2} (1 - S_{i0}),$$

где

$$\tilde{\rho}_l = \rho_l / \rho, \quad \tilde{\rho}_i = \rho_i / \rho, \quad \tilde{\rho} = \rho_i / \rho_l.$$

Здесь  $L_i$  — удельная теплота плавления льда;  $k_0$  — проницаемость «чистого» скелета.

## 2. Результаты расчетов

Таким образом, мы подошли к решению данной задачи, которое свелось к нахождению 3-х неизвестных  $\xi_{(n)}$ ,  $\xi_{(d)}$  и  $p_{(n)}$ . Запишем следующие параметры, определяющие свойства пористой среды, льда и воды:  $m = 0.1$ ,  $k_0 = 10^{-13} \text{ м}^2$ ,  $\rho c = 1.6 \cdot 10^6 \text{ Дж/(К·кг)}$ ,  $\lambda = 0.105 \text{ Вт/(м·К)}$ ,  $\rho_l = 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_i = 900 \text{ кг/м}^3$ ,  $\mu_l = 10^{-5} \text{ кг/(м·с)}$ ,  $L = 3.4 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$ ,  $c_l = 4200 \text{ м}^2/(\text{К·с}^2)$ ,  $T_0 = 273 \text{ К}$ ,  $T_e = 320 \text{ К}$ ,  $p_0 = 0.1 \text{ МПа}$ ,  $p_e = 0.15 \text{ МПа}$ ,  $S_{i0} = 0.5$ .

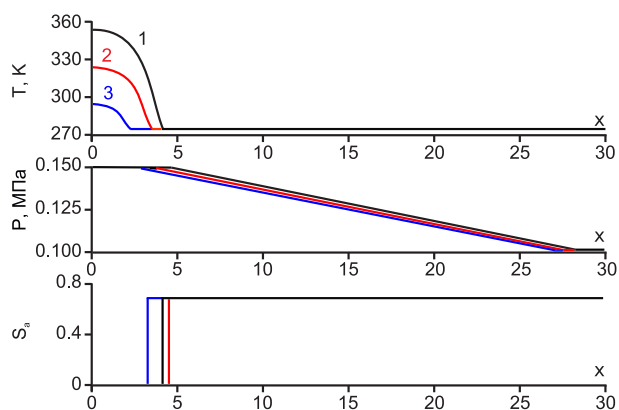


Рис. 1. Влияние температуры инжектируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде:  $T_e = 353$  К (1), 323 К (2), 293 К (3)

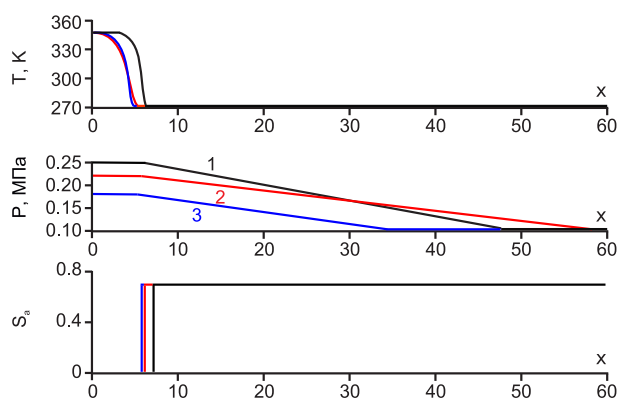


Рис. 2. Влияние давления инжектируемой воды на распределение температуры и давления в пористой среде:  $p_e = 0.25$  МПа (1), 0.22 МПа (2) и 0.18 МПа (3)

На рис. 1 изображены картины полей температуры и давления для разных температур инжектируемой воды. Из этого рисунка видно, что увеличение температуры инжектируемой воды не приводит к значительному росту области разложения льда. Можно сделать вывод, что экономически более выгодно будет плавление мерзлых пластов водой с более низкой температурой закачиваемой воды.

На рис. 2 показаны картины полей температуры и давления для разных начальных давлений закачиваемой воды:  $p_e = 0.25, 0.22$  и 0.18 МПа. Из графика следует, что если увеличивать давление инжектируемой воды, то это не приведет к большому росту области разложения льда. Однако, исходя из полученных результатов, видно, что скорость движения границы плавления увеличивается, в частности, с ростом давления на величину  $p_e = 0.05$  МПа происходит увеличение промежуточной области в полтора раза.

## Заключение

Для поставленной задачи были найдены алгоритмы решения, построены соответствующие графики для давления, температуры и льдонасыщенности. Было выявлено, что экономически более выгодно закачивать воду с температурой более низкой, т.к. вода с более высокой температурой незначительно увеличивает область промерзания пористого грунта.

Данная задача является продолжением задач, рассмотренных в [2, 4, 6].

## Список литературы

- [1] Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. М.: Высшая школа, 1973. 448 с.
- [2] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихахина М.Н. Моделирование процесса образования льда при инъекции воды в пористую среду, насыщенную льдом и газом // Вестник Башкирского государственного университета. 2013. Т. 18, № 1. С. 22–26.  
<http://bulletin-bsu.com/archive/2013/1/5/>
- [3] Шагапов В.Ш., Чиглинцева А.С., Белова С.В. Математическое моделирование нагнетания гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом // Труды Института механики им. Р.Р. Мавлютова УНЦ РАН. 2016. Т. 11, № 2. С. 233–239.  
DOI: 10.21662/uim2016.2.034
- [4] Шагапов В.Ш., Галимзянов М.Н., Запихахина М.Н. Моделирование процесса образования льда при нагнетании воды в сухую пористую среду // Известия Уфимского научного центра РАН. 2016. № 4. С. 14–18.  
[http://sciencerb.ru/vyp/4\\_2016/14-18.pdf](http://sciencerb.ru/vyp/4_2016/14-18.pdf)
- [5] Чиглинцева А.С., Шагапов В.Ш. К теории нагнетания гидратообразующего газа в снежный массив, насыщенный тем же газом // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 4. С. 92–98.  
DOI: 10.21662/mfs2018.4.013
- [6] Шагапов В.Ш., Запихахина М.Н. Плавление льда в пористой среде, насыщенной льдом и газом, при нагнетании тепловой воды // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 4. С. 112–117.  
DOI: 10.21662/mfs2018.4.016



## The problem of melting ice in a porous medium saturated with ice and gas

Zapivakhina M.N., Umerov D.A

Birsk branch of the Bashkir State University, Birsk

The problem of ice formation in a dry, cold, porous medium saturated with ice and gas (air) when pumping warm water is considered in a flat one-dimensional self-similar formulation. The task was considered in volume area. During the injection of warm water from the beginning deep into the reservoir, it spread in a volume region that will divide the reservoir into 3 zones. The first zone was filled with water, the second zone was filled with ice and water, and the third zone was filled with ice and gas. To describe the process of heat and mass transfer, the following hypotheses were used: the temperature of the saturated substance (water, ice or gas) is equal to the temperature of the porous medium; ice and skeleton still; water, ice and skeleton of the reservoir are incompressible; skeletal porosity is constant. On the basis of constructed self-similar solutions, a numerical analysis was performed illustrating the effect of the initial parameters of a dry porous medium saturated with ice and gas, as well as the temperature of the injected water on the temperature and pressure distribution in the porous medium. It has been established that an increase in the temperature of the injected water does not lead to a significant increase in the area of ice decomposition. It is also established that if the pressure of the injected water is increased, this will not lead to a large increase in the area of ice decomposition. However, based on the results obtained, it can be seen that the speed of movement of the melting boundary increases, in particular, as the pressure increases by  $p_e = 0.05$  MPa, the intermediate region increases by one and a half times. It was found that it is economically more profitable to pump water with a lower temperature, because water with a higher temperature slightly increases the freezing area of the porous soil.

**Keywords:** phase transition, ice melting, water-ice, ice melting modeling, porous medium, phase transition

### References

- [1] Tsytoovich N.A. [Mechanics of frozen soils] *Mexanika merzlix gruntov*. M.: Vysshaya shkola, 1973. P. 448 (in Russian)
- [2] Shagapov V.S., Galimzyanov M.N., Zapivakhina M.N. Simulation of ice formation during injection of water in porous media saturated with ice and gas // *Bulletin of Bashkir University*. 2013. Vol. 18. No. 1. Pp. 22–26 (in Russian).  
<http://bulletin-bsu.com/archive/2013/1/5/>
- [3] Shagapov V.S., Chiglintseva A.S., Belova S.V. Mathematical modelling of injection gas hydrate formation into the massif of snow saturated the same gas // *Proceedings of the Mavlyutov Institute of Mechanics*. 2016. No. 11(2). Pp. 233–239 (in Russian).  
DOI: 10.21662/uim2016.2.034
- [4] Shagapov V.S., Galimzyanov M.N., Zapivakhina M.N. Simulation of the process of ice formation during the injection of water into dry porous medium // *Proceedings of the RAS Ufa Scientific Centre*. 2016. No. 4. Pp. 14–18 (in Russian).  
[http://sciencerb.ru/vyp/4\\_2016/14-18.pdf](http://sciencerb.ru/vyp/4_2016/14-18.pdf)
- [5] Chiglintseva A.S., Shagapov V.Sh. The theory of injection of a hydrate-forming gas into a snow massif saturated with the same gas // *Multiphase Systems*. 13 (2018). No. 4. Pp. 92–98 (in Russian).  
DOI: 10.21662/mfs2018.4.013
- [6] Shagapov V.Sh., Zapivakhina M.N. Melting of ice in a porous medium saturated with ice and gas while injecting warm water // *Multiphase Systems*. 13 (2018). No. 4. Pp. 112–117 (in Russian).  
DOI: 10.21662/mfs2018.4.016