



ISSN: 2658–5782

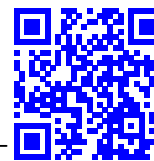
Номер 1

Январь–Март 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Конвекция термовязкой жидкости в ячейке, подогреваемой сбоку¹

Кулешов В.С.* , Моисеев К.В.**,**

*ООО «РН-БашНИПинефть», Уфа

**Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

***Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

Работа посвящена особенностям свободно-конвективного течения жидкостей с аномалией вязкости по температуре (наличие экстремумов на кривой вязкости). Примерами таких жидкостей могут служить растворы полимеров, расплавы металлов, хорошо очищенная жидкая сера и другие флюиды. Механизм аномального поведения вязкости таких жидкостей (в случае полимеров) может объясняться реакциями полимеризации и деполимеризации. На определенном температурном интервале молекулы вещества сцепляются, образуя длинные цепочки и, как следствие, увеличивая вязкость, затем при достижении верхней предельной температуры полимеризации начинается реакция, обратная полимеризации, которая протекает по цепному механизму и заключается в последовательном отщеплении молекул от цепи и приводит к уменьшению вязкости. Закономерности поведения таких сред на данный момент изучены недостаточно и требуют повышенного внимания к экспериментальным и теоретическим исследованиям, особенно в настоящее время, главным образом за счет интенсивного развития компьютерных технологий, численного моделирования. На основе проведения вычислительных экспериментов процесса свободной конвекции жидкости с гауссовой зависимостью вязкости от температуры показана возможность существования изолированных режимов конвекции жидкости в квадратной ячейке, подогреваемой сбоку. Полагалось что, функция вязкости имеет один экстремум и однозначно описывается двумя параметрами: отношением наибольшего к наименьшему значению вязкости на данном температурном интервале и степенью заполненности заданного температурного интервала. В качестве математической модели использовалась система уравнений в приближении Обербека–Буссинеска. Для численного решения системы уравнений модифицирован и реализован метод контрольного объема с процедурой SIMPLE.

Ключевые слова: свободная конвекция, теплоотдача, теплообмен, термовязкая жидкость, вязкий барьер, гидродинамическая преграда, аномальная вязкость

1. Введение

Зависимость вязкости от температуры характерна для всех флюидов, однако можно выделить ряд жидкостей, для которых эта зависимость имеет немонотонный характер. К таким жидкостям можно отнести некоторые нефти, продукты нефте-

переработки, органические и минеральные масла, жидкую серу и фосфор, растворы полимеров, расплавы силикатов и часть жидких металлов.

Так как вязкость играет важную роль в явлении переноса, то указанный выше эффект оказывает влияние на течения таких сред, в частности, при свободной конвекции или наличии неоднородности температурного поля [1–9]. Такие процессы распространены в различных технических устройствах и окружающей среде. Тем не менее, достаточного внимания исследователей этому эффекту на данный момент времени не уделено и требуется проведение как численных, так и эксперименталь-

¹Работа поддержана средствами государственного бюджета по госзаданию на 2019–2022 гг. (№ 0246-2019-0052), РФФИ (проект № 17-41-020576-р_а) и Академии наук Республики Башкортостан (договор № 40/8).

ных детальных исследований.

Настоящая работа посвящена численному исследованию свободной конвекции жидкости с гауссовой зависимостью вязкости от температуры в плоской ячейке, подогреваемой сбоку. Показано что в некотором диапазоне управляющих параметров можно реализовать устойчивое течение с гидродинамической преградой.

2. Постановка задачи

Рассмотрим конвективное течение термовязкой жидкости в квадратной ячейке, вертикальные стенки которой имеют различную температуру ($T_H > T_C$, где T_H и T_C — температура горячей и холодной границ соответственно). Математическая модель свободной конвекции жидкости записана в приближении Обербека–Буссинеска [10] и включает в себя уравнения неразрывности, Навье–Стокса и переноса тепла:

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \\ \rho_0 \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} \right) &= -\nabla p + \operatorname{div} (\mu(T) \nabla \mathbf{v}) + (\rho - \rho_0) \mathbf{g}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T &= \chi \Delta T, \end{aligned}$$

где \mathbf{v} — вектор скорости в прямоугольной ортогональной системе координат; t — время; p — отклонение от гидростатического давления; T — температура; \mathbf{g} — вектор ускорения свободного падения, ρ_0 — плотность жидкости в невозмущенном состоянии; ρ — плотность жидкости; $\mu(T)$ — динамическая вязкость как функция температуры; χ — коэффициент температуропроводности.

Введем следующие характерные масштабы и приведем систему уравнений к безразмерным переменным:

$$\begin{aligned} L, u &= \sqrt{g\beta L \Delta T}, \Delta T = T_H - T_C, t = \frac{L}{u}, p = \rho_0 u^2, \\ \theta &= \frac{T - T_0}{\Delta T}, T_0 = \frac{T_H + T_C}{2}, \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} &= -\nabla p + \left(\frac{\operatorname{Pr}}{\operatorname{Ra}} \right)^{1/2} \operatorname{div} (\mu(T) \nabla \mathbf{v}) + \frac{\mathbf{g}\theta}{|\mathbf{g}|}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \theta &= (\operatorname{Pr} \cdot \operatorname{Ra})^{-1/2} \Delta \theta, \end{aligned}$$

где L — характерный размер области; u — характерная скорость жидкости; θ — безразмерная температура; $\operatorname{Ra} = \frac{g\beta \Delta T L^3}{\chi \nu}$ и $\operatorname{Pr} = \frac{\nu}{\chi}$ — безразмерные числа Прандтля и Рэлея соответственно; ν — кинематическая вязкость жидкости.

Безразмерные граничные условия согласно безразмерным масштабам имеют вид:

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial y} \right|_{y=0,1} = 0, \theta_{x=0} = 0, 5,$$

$$\theta_{x=1} = -0, 5, \mathbf{v}|_{x,y=0,1} = 0.$$

Для замыкания системы уравнений необходимо определить функциональную зависимость вязкости от температуры.

Жидкости и газы, как правило, характеризуются монотонно убывающими или монотонно возрастающими зависимостями вязкости от температуры и подчиняются закону Аррениуса [11]. Однако, ряд веществ, например, жидкая сера, различные полимеры, жидкие металлы на заданном температурном интервале характеризуются немонотонной зависимостью вязкости от температуры. В настоящей работе рассматриваются именно такие среды, вязкость которых хорошо аппроксимируется функцией Гаусса, записанной в размерном виде:

$$\mu(T) = \mu_{\min} \left(1 + A e^{-B \left(\frac{T - T_0}{\Delta T} \right)^2} \right),$$

где A, B — параметры аномалии вязкости жидкости. Параметр A является отношением максимального и минимального значений вязкости в заданном диапазоне изменения температуры (во сколько раз максимальное значение вязкости превосходит вязкость обычной жидкости). Параметр B характеризует степень заполненности заданного температурного интервала. Увеличение параметра B соответствует сужению диапазона температур, на котором происходит немонотонное изменение вязкости.

Функциональная зависимость вязкости в безразмерном виде:

$$\mu(\theta) = 1 + A e^{-B\theta^2}.$$

Записанная выше система безразмерных уравнений с граничными и начальными условиями решается численно с применением метода контрольного объема и процедуры SIMPLE [12]. Апробация численного метода и вопросы сходимости представлены в [1–9].

3. Вычислительный эксперимент

В результате вычислительных экспериментов установлено, что ключевым фактором в формировании сложных структур конвективных течений является параметр FWHM, который представляет собой полную ширину, рассчитанную как разность между максимальным и минимальным значениями аргумента функции вязкости, взятыми на уровне, равном половине ее максимального значения в режиме чистой теплопроводности:

$$\operatorname{FWHM} = 2\sqrt{\frac{\ln 2}{B}}.$$

При этом область изменения параметра B разделяется на два участка: первый — при значениях $B < 40$, что соответствует параметру FWHM, превышающему четверть рассматриваемого температурного интервала, с характерной структурой конвективных течений, как при течениях жидкости с постоянной вязкостью; второй — при значениях $B > 40$ (соответствует параметру FWHM меньше четверти рассматриваемого температурного интервала, при этом в общем течении наблюдается формирование зоны повышенной вязкости, при малых значениях вязкости термодинамические характеристики начинают преобладать над гидродинамическими, то есть «вязкий барьер» оказывает доминирующее влияние на структуру течений, приводя к фокусировке вложенных вихревых структур в центральной части области повышенной вязкости («вязкого барьера») и формированию в центре ячейке дополнительных вложенных вихревых структур. Дальнейшее увеличение вязкости жидкости до средних значений приводит к тому, что интенсивность вихрей в центральном горизонтальном сечении уменьшается, при этом на фоне крупномасштабного вихревого течения наблюдаются продолговатые вихри, величина которых составляет примерно четверть ячейки и которые расположены по разные стороны «вязкого барьера». Также отметим, что в окрестности «вязкого барьера» наблюдаются мелкомасштабные вихревые структуры, сопоставимые по своим размерам с вторичными вихрями в углах ячейки.

Таким образом, наличие «вязкого барьера» приводит к появлению вихрей различного масштаба и к многомасштабности течения. При этом структура течений изменяется не только качественно, как было отмечено выше, но и количественно на кинематических характеристиках и теплообмене в целом. Так при $B < 40$ максимальные продольная и поперечная компоненты скорости убывают с ростом параметра B , что приводит к снижению интенсивности конвективного теплообмена и, соответственно, стремлению числа Нуссельта к значению 1, то есть к режиму чистой теплопроводности. Однако, при $B > 40$ интенсивность теплообмена тем выше, чем больше значение параметра B , то есть с уменьшением параметра FWHM значение средней вязкости в ячейке уменьшается, что, в свою очередь, приводит к большим значениям скоростей. Отметим также, что с ростом параметра B интенсивность интегрального теплообмена в ячейке убывает, но предельное значение в исследуемом диапазоне параметров не достигается в отличие от предыдущего случая. При значении параметра $B > 40$ максимальные значения компонент векто-

ра скорости и коэффициентов интегрального теплообмена в ячейке практически не изменяются.

В случае аномально термовязких сред, вязкость которых подчиняется распределению Гаусса и имеет большие значения, при подогреве квадратной ячейки сбоку, возможно существование конвективных течений с изолированными ячейками. Жидкость вдоль вертикальных изотермических границ движется под действием сил плавучести, достигая горизонтальных границ, впоследствии переходит в горизонтальный дрейф вдоль этих границ, далее скорость жидкости значительно падает вследствие наличия высоковязкой области, представляющей собой гидродинамическую преграду, затем на потерявшую горизонтальную скорость жидкость начинает действовать сила плавучести. Таким образом формируются замкнутые изолированные конвективные ячейки. Отметим также, что гидродинамическая преграда («вязкий барьер») расположена не строго вертикально, а отклонена от изотермических границ на некоторый угол.

При достаточно больших числах A и обязательном условии $B > 40$ происходит дифференциация потока «вязким барьером» — областью повышенной вязкости. То есть область разбивается на две изолированные подобласти, как это показано на рис. 1. В каждой подобласти наблюдается вытянутое по вертикали течение вблизи изотермических стенок (рис. 1(а)), а течение в центральной области является очень медленным и потенциальным. При этом поле температуры имеет близкое к линейному распределение в центральной области (рис. 1(б)), что приводит к вертикально расположенному «вязкому барьеру» (рис. 1(в)).

4. Заключение

В работе представлены результаты численного моделирования конвекции аномально термовязкой жидкости гауссова типа с двумя характерными параметрами при подогреве плоской ячейки сбоку. Изучено влияние параметров функции вязкости на картины течений и интенсивность теплообмена в ячейке. Течения качественно и количественно отличаются в зависимости от параметра, определяющего отношение наибольшего к наименьшему значению вязкости, и параметра, характеризующего степень заполненности температурного интервала. Установлено существование изолированных режимов конвективного течения: область разделяется «вязким барьером» на две подобласти, в каждой из которых сформировано глобальное одновихревое течение.

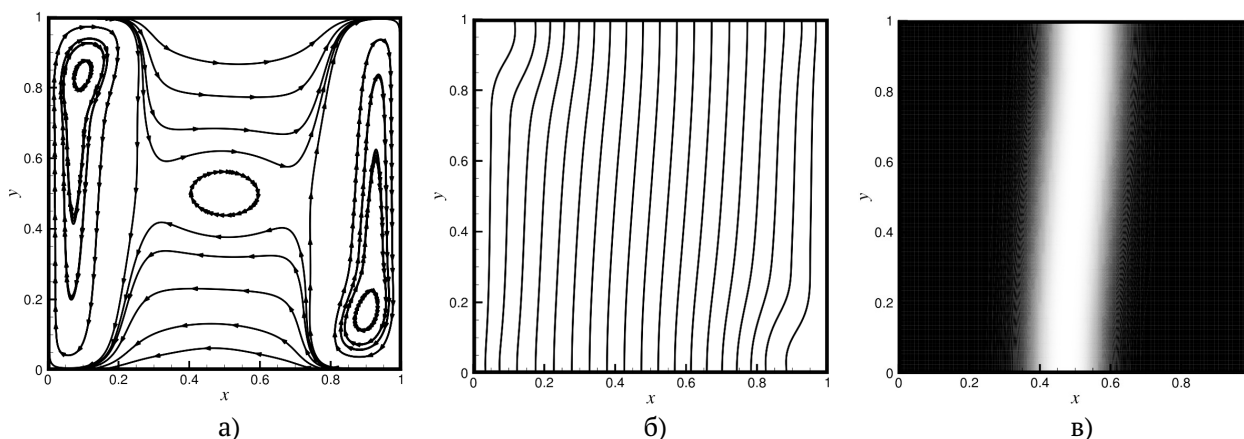
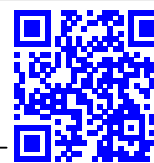


Рис. 1. Характеристики изолированных режимов потока при $Pr = 10^{-1}$, $Ra = 10^6$, $A = 10^6$ и $B = 10^2$: (а) – изолинии функции тока; (б) – изолинии температуры; (в) – поле вязкости

Список литературы

- [1] Moiseev K.V., Volkova E.V., Urmancheev S.F. Effect of Convection on Polymerase Chain Reaction in a Closed Cell // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P 172–175.
DOI: 10.1016/j.piutam.2013.04.022
- [2] Ильясов А.М., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Численное моделирование термоконвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2005. Т. 8, № 4(24). С. 51–59.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=9484545>
- [3] Моисеева Е.Ф., Малышев В.Л., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Влияние способа подвода тепла на характер течения при конвекции Рэлея–Бенара // *Вестник УГАТУ*. 2011. Т. 15, № 4(44). С. 154–158.
<http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/821>
- [4] Кулешов В.С., Моисеев К.В. Численное моделирование конвективных течений anomalously термовязкой жидкости // *Вестник УГАТУ*. 2016. Т. 20, № 2(72). С. 74–80.
<http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/375>
- [5] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Периодические структуры при конвекции anomalously термовязкой жидкости // *Вестник БашГУ*. 2017. Т. 22, № 2. С. 297–302.
<http://bulletin-bsu.com/archive/2017/2/2/>
- [6] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Хизбуллина С.Ф., Михайленко К.И., Урманчев С.Ф. Особенности конвективных течений anomalously термовязкой жидкости // *Математическое моделирование*. 2017. Т. 29, № 5. С. 16–26.
<http://mi.mathnet.ru/mm3844>
- [7] Моисеев К.В., Хизбуллина С.Ф., Бахтизин Р.Н., Урманчев С.Ф., Кулешов В.С., Алферов А.В. Математические модели термогравитационной конвекции неоднородной жидкости // *Нефтегазовое дело*. 2017. Т. 15, № 2. С. 165–170.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=29931683>
- [8] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mikhaylenko K.I., Urmancheev S.F. Convective Flows of Anomalous Thermoviscous Fluid // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2018. V. 10(4). P. 529–537.
DOI: 10.1134/S2070048218040087
- [9] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Изолированные режимы течений при конвекции anomalously термовязкой жидкости в плоской ячейке // *Прикладная математика и механика*. 2019. Т. 83, № 3. С. 460–470.
DOI: 10.1134/S0032823519030093
- [10] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. *Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости*. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [11] Френкель Я.И. *Кинетическая теория жидкостей*. Ленинград: Наука, 1975. 592 с.
- [12] Патанкар С. *Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости*. М.: Энергоатомиздат, 1984. 149 с.



Convection of thermoviscous fluid in a cell heated from the side

Kuleshov V.S. *, Moiseev K.V.**,**

*NNC “RN-BashNIPIneft”, Ufa, Russia

**Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

*** Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

The work is devoted to the peculiarities of free-convective flow of liquids with viscosity temperature anomaly (the presence of extremes on the viscosity curve). Examples of such liquids are polymer solutions, metal melts, well-purified liquid sulfur, and other fluids. The mechanism of the anomalous viscosity behavior of such liquids (in the case of polymers) can be explained by polymerization and depolymerization reactions. At a certain temperature interval, the molecules of a substance interlock, forming long chains and, as a result, increasing the viscosity, then when the upper limit polymerization temperature is reached, the reaction begins that is reverse to the polymerization, which proceeds according to the chain mechanism and results in the sequential cleavage of molecules from the chain and leads to a decrease in viscosity. The features of behavior of such environments are currently not well understood and require increased attention to experimental and theoretical studies, especially now, mainly due to the intensive development of computer technologies and numerical modeling. Based on computational experiments on the process of free convection of a liquid with a Gaussian dependence of viscosity on temperature, the possibility of the existence of isolated regimes of convection of a liquid in a square cell heated from the side is shown. It was assumed that the viscosity function has one extremum and is unambiguously described by two parameters: the ratio of the highest to the lowest viscosity at a given temperature range and the degree of fullness of a given temperature range. As a mathematical model, a system of equations was used in the Oberbeck–Boussinesq approximation. For the numerical solution of the system of equations, the control volume method with the SIMPLE procedure is modified and implemented.

Keywords: free convection, heat transfer, heat and mass transfer, thermo-viscous fluid, viscous barrier, hydrodynamic barrier, anomalous viscosity

References

- [1] Moiseev K.V., Volkova E.V., Urmancheev S.F. Effect of Convection on Polymerase Chain Reaction in a Closed Cell // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 172–175.
DOI: 10.1016/j.piutam.2013.04.022
- [2] Ilyasov A.M., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. [Numerical simulation of thermoconvection in a liquid for the case when viscosity is a quadratic function of temperature] // *Sibiskij Zhurnal Industrialnoj Matematiki [Siberian Journal of Industrial Mathematics]*. 2005. V. 8, No. 4(24). P. 51–59 (in Russian).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=9484545>
- [3] Moiseeva E.F., Malyshev V.L. Moiseev K.V., Urmancheev S.F. [Influence of the method of heat supply on the character of the flow during Rayleigh-Benard convection] // *Vestnik UGATU [Bulletin of USATU]*. 2011. T. 15, No. 4(44). P. 154–158 (in Russian).
<http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/821>
- [4] Kuleshov V.S., Moiseev K.V. [Numerical simulation of convective flows of anomalously thermoviscous fluid] // *Vestnik UGATU [Bulletin of USATU]*. 2016. T. 20, No. 2(72). P. 74–80 (in Russian).
<http://journal.ugatu.ac.ru/index.php/Vestnik/article/view/375>
- [5] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. [Periodic structures during convection of an abnormally thermoviscous fluid] // *Vestnik Bashkirskogo universiteta [Bulletin of Bashkir University]*. 2017. T. 22, No. 2. P. 297–302 (in Russian).
<http://bulletin-bsu.com/archive/2017/2/2/>
- [6] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mikhaylenko K.I., Urmancheev S.F. [Features of convective flows of anomalously thermoviscous fluid] // *Matematicheskoe modelirovanie [Mathematical modeling]*. 2017. T. 29, No. 5. P. 16–26 (in Russian).
DOI: 10.1134/S2070048218040087

- [7] Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Bakhtizin R.N, Urmancheev S.F., Kuleshov V.S., Alferov A.V [Mathematical models of thermogravitational convection of an inhomogeneous fluid] // Neftegazovoe delo [Oil and gas business]. 2017. T. 15, No. 2. P. 165–170 (in Russian).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=29931683>
- [8] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mikhaylenko K.I., Urmancheev S.F. Convective Flows of Anomalous Thermoviscous Fluid // Mathematical Models and Computer Simulations. 2018. V. 10(4). P. 529–537.
DOI: [10.1134/S2070048218040087](https://doi.org/10.1134/S2070048218040087)
- [9] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F [Isolated flow regimes during convection of an abnormally thermoviscous fluid in a flat cell] // Prikladnaya matematika mexanika [Applied mathematics and mechanics]. 2019. T. 83, No. 3. P. 460–470 (in Russian).
DOI: [10.1134/S0032823519030093](https://doi.org/10.1134/S0032823519030093)
- [10] Gershuni G., Zhukhovitskii E. Convective Stability of Incompressible Fluids. IPST CAT: Israel Program for Scientific Translations, 1976. 336 p.
- [11] Frenkel Ya.I. [Kinetic theory of liquids] Kineticheskayz teoriya zhidkosti. Leningrad:Science, 1975. 592 p. (in Russian).
- [12] Patankar S. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Electro Skills Series: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p.