

ISSN: 2658-5782

Номер 2

Апрель-Июнь 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Численное исследование скоростного скольжения фаз при прохождении ударной волны малой интенсивности из чистого газа в запылённую среду¹

Тукмаков Д.А.

Институт механики и машиностроения – обособленное структурное подразделение ФИЦ КазНЦ РАН, Казань

В настоящей работе численно моделируется процесс движения прямого скачка уплотнения из чистого газа в запылённую среду. Математическая модель учитывает вязкость, сжимаемость и теплопроводность несущей фазы. Также методика моделирования позволяет описать межфазное силовое взаимодействие, включающее в себя силу Стокса, динамическую силу Архимеда, силу присоединённых масс. Кроме того, межфазное взаимодействие включает теплообмен между несущей и дисперсной фазами. Численное решение реализовано при помощи явного конечно-разностного метода с последующим применением схемы нелинейной коррекции для сеточной функции. В результате численных расчётов выявлено, что с ростом линейного размера частиц газовой взвеси увеличивается скоростное скольжение между несущей и дисперсной фазами. Также численное моделирование показало, что наибольшей величины модуль разности скоростей несущей и дисперсной фаз достигает на переднем крае волны сжатия. Выявленные закономерности могут быть объяснены тем, что частицы дисперсной фазы предполагаются сферической формы. За счёт этого кратное увеличение размера частиц приводит к трёхкратному увеличению их массы, двукратному увеличению площади одной частицы и трёхкратному уменьшению количества частиц. Таким образом, увеличение размера частиц приводит к уменьшению площади межфазного соприкосновения и увеличению инерционности частиц, что, в свою очередь, отражается на межфазном скоростном скольжении.

Ключевые слова: численное моделирование, уравнение Навье–Стокса, газовая взвесь, ударные волны

1. Введение

Процессы, связанные с движением многофазных сред, встречаются как в природе, так и в промышленных технологиях [1–3]. Поэтому одним из актуальных разделов механики жидкости и газа является изучение динамики неоднородных сред, в том числе газовых взвесей капель и твёрдых частиц. Так как во многих случаях экспериментальное исследование таких течений затруднено, существенное значение имеет математическое моделирование [4–13]. В настоящей работе динамика газовой взвеси твёрдых частиц — запылённой среды — описывается на основе двухскоростной двух-

температурной модели, учитывающей межкомпонентный теплообмен, а также межкомпонентное силовое взаимодействие, включающее в себя силу Стокса, динамическую силу Архимеда и силу присоединённых масс [1].

2. Методы исследования

Движение несущей среды описывается одномерной системой уравнений Навье–Стокса для сжимаемого теплопроводного газа с учётом межфазного силового взаимодействия и теплообмена [1, 2]:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_1 u_1^2 + p - \tau) = F + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (2)$$

¹Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 18-48-160017\19, 19-01-00442).

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left([e_1 + p - \tau]u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = \\ = -Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha_2 \left(\frac{\partial(pu_1)}{\partial x} \right), \\ p = (\gamma - 1) \left(e_1 - \frac{\rho(u_1^2)}{2} \right), \\ e_1 = \rho_1 \left(I + \frac{u_1^2}{2} \right), \quad \tau = \frac{4}{3}\mu \frac{\partial u_1}{\partial x}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь p , ρ_1 , u_1 — давление, плотность, скорость несущей среды; F — сила межфазного взаимодействия; α_2 — объемное содержание дисперсной фазы; T_1 , e_1 — температура и полная энергия газа; Q — тепловой поток; μ — вязкость несущей среды; λ — теплопроводность.

Динамика дисперсной фазы описывается уравнением сохранения «средней плотности» — произведение физической плотности материала частиц и объёмного содержания дисперсной фазы, изменяющегося на различных участках физической области вместе с движением твёрдых частиц, уравнениями сохранения импульса и уравнением сохранения энергии, записанными с учётом теплообмена, обмена импульсом с несущей фазой:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 u_2}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\rho_2 u_2)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_2 u_2^2) = -F - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial e_2}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(e_2 u_2) = \text{Nu}_{12} \frac{6\alpha_2}{(2r)^2} \lambda (T_1 - T_2), \quad (6)$$

$$\rho_2 = \alpha_2 \rho_{20}, \quad e_2 = \rho_2 C_{p2} T_2$$

где ρ_2 , T_2 , e_2 , u_2 — средняя плотность, температура, внутренняя энергия, скорость дисперсной фазы; Nu — число Нуссельта; C_{p2} — удельная теплоемкость единицы массы вещества, из которого состоят частицы.

Температура несущей среды находится из уравнения $(\gamma - 1)(e/\rho - 0.5u^2)/R$, где R , γ — газовая постоянная несущей фазы и постоянная адиабаты соответственно. Силовое взаимодействие несущей и дисперсной фаз учитывает силу Стокса, динамическую силу Архимеда и силу присоединённых масс. Математическая модель предполагает монодисперсный состав твёрдой фазы газозвеси: все частицы имеют одинаковый размер и одинаковые физические свойства (плотность и теплоёмкость материала). Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2 = \rho_2 C_{p2} T_2$. В уравнение энергии

для несущей фазы входит коэффициент теплопроводности газа, коэффициент теплообмена α^T на поверхности «частица–несущая среда» и тепловой поток за счет теплообмена между газом и частицей $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = 6\alpha \text{Nu}_{12} \lambda (T_1 - T_2) / (2r)^2$, где n и r — соответственно концентрация и радиус частиц. В настоящей работе межфазное силовое взаимодействие F включает в себя силу Стокса, динамическую силу Архимеда и силу присоединённых масс:

$$\begin{aligned} F = \frac{3\alpha_2}{8r} C_{d2} \rho_1 |u_1 - u_2| (u_1 - u_2) + \\ + \alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right) + \\ + 0.5\alpha_2 \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} - \frac{\partial u_2}{\partial t} - u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Параметры межфазного взаимодействия описаны в работе [2]:

$$C_{d2} = C_{d2}^0 \phi(M_{12}) \varphi(\alpha_2),$$

$$C_{d2}^0 = \frac{24}{\text{Re}_{12}} + \frac{4}{\text{Re}_{12}^{0.5}} + 0.4,$$

$$\phi(M_{12}) = 1 + \exp\left(-\frac{0.427}{M_{12}^{0.63}}\right),$$

$$\varphi(\alpha_2) = (1 - \alpha_2)^{-2.5},$$

$$\text{Re} = \frac{\rho_1 u_1 D}{\mu}, \quad \text{Re}_{12} = \frac{r \rho_1 |u_1 - u_2|}{\mu},$$

$$M_{12} = \frac{|u_1 - u_2|}{c}, \quad \text{Pr}_1 = \gamma c_{p1} \mu (\lambda)^{-1},$$

$$\text{Nu}_{12} = 2 \exp(-M_{12}) + 0.459 \text{Re}_{12}^{0.55} \text{Pr}_1^{0.33},$$

$$0 < M_{12} < 2, \quad 0 < \text{Re} < 2 \cdot 10^5.$$

Здесь D — характерный размер системы; M , Re , Pr — числа Маха, Рейля и Прандтля.

Система уравнений математической модели решалась явным методом Мак-Кормака второго порядка [14] с последующим применением схемы нелинейной коррекции решения [15].

Система уравнений (1)–(6) может быть записана в матричном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial x} = \mathbf{H}, \quad (7)$$

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ e_1 \\ e_2 \end{bmatrix},$$

$$E = \begin{bmatrix} \rho_1 u_1 \\ \rho_2 u_2 \\ \rho_1 u_1^2 + p - \tau \\ \rho_2 u_2^2 \\ (e_1 + p - \tau)u_1 - \lambda \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ e_2 u_2 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -F + \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} \\ F - \alpha_2 \frac{\partial p}{\partial x} \\ -Q - |F|(u_1 - u_2) + \alpha_2 \frac{\partial p u_1}{\partial x} \\ Q \end{bmatrix}.$$

Алгоритм явного конечно-разностного метода Мак-Кормака для нелинейной системы (7) записывается в виде:

$$q_j^* = q_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_{j+1}^n - E_j^n) + \Delta t H_j^n,$$

$$q_j^{n+1} = 0.5(q_j^* + q_j^n) - 0.5 \frac{\Delta t}{\Delta x} (E_j^* - E_{j-1}^*) + 0.5 \Delta t H_j^*.$$

Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы нелинейной коррекции вдоль пространственных направлений x и y по индексам j, k соответственно к компонентам вектора независимых переменных $q = (\rho_1, \rho_2, \rho_1 u_1, \rho_2 u_2, e_1, e_2)$.

Пусть $Z_{j,k}^n$ — произвольная независимая функция на n -ом временном слое в узле (j, k) . Тогда алгоритм коррекции имел бы следующий вид:

$$Z_{j,k}^{n*} = Z_{j,k}^n + \kappa (\delta Z_{j+1/2,k}^n - \delta Z_{j-1/2,k}^n),$$

где $Z_{j,k}^{n*}$ — скорректированная функция; κ — коэффициент коррекции.

Данный алгоритм выполняется в случае, когда

$$(\delta Z_{j-1/2,k}^n \delta Z_{j+1/2,k}^n) < 0$$

или

$$(\delta Z_{j+1/2,k}^n \delta Z_{j+3/2,k}^n) < 0.$$

Здесь используются обозначения

$$\delta Z_{j-1/2,k}^n = Z_j^n - Z_{j-1,k}^n,$$

$$\delta Z_{j+1/2,k}^n = Z_{j+1,k}^n - Z_{j,k}^n,$$

$$\delta Z_{j+3/2,k}^n = Z_{j+2,k}^n - Z_{j+1,k}^n.$$

На границах расчётной области задавались однородные граничные условия первого рода

для скорости и однородные граничные условия второго рода для остальных динамических функций [2, 14–19]:

$$u_1(t, N) = 0, \quad u_2(t, N) = 0,$$

$$\rho_1(t, N) = \rho_1(t, N - 1), \quad \rho_2(t, N) = \rho_2(t, N - 1),$$

$$e_1(t, N) = e_1(t, N - 1), \quad e_2(t, N) = e_2(t, N - 1),$$

$$u_1(t, 1) = 0, \quad u_2(t, 1) = 0,$$

$$\rho_1(t, 1) = \rho_1(t, 2), \quad \rho_2(t, 1) = \rho_2(t, 2),$$

$$e_1(t, 1) = e_1(t, 2), \quad e_2(t, 1) = e_2(t, 2).$$

3. Результаты расчётов

В расчётах предполагалось, что истинная плотность вещества дисперсной фазы $\rho_{20} = 1850 \text{ кг/м}^3$, объёмное содержание дисперсной фазы $\alpha_2 = 0.0005$. Длина рассчитываемого канала $L = 10 \text{ м}$. Начальные давления $p_2 = 107.8 \text{ КПа}$ и $p_1 = 98 \text{ КПа}$. Поверхность разрыва давления располагалась при $x = L/2$.

На рис. 1 представлено схематичное изображение ударной трубы с камерой низкого давления, заполненной газозвесью, и камерой высокого давления, содержащей в себе чистый газ. В работе моделировалось движение прямого скачка уплотнения из чистого газа в запылённую среду.

Численное моделирование показывает, что в процессе движения ударной волны по запылённой среде уменьшение дисперсности частиц газозвеси, расположенной в камере низкого давления, приводит к увеличению давления в волне сжатия и к уменьшению скорости распространения ударной волны (рис. 2). Из расчётов следует, что в газозвеси с более крупным размером частиц наблюдается большая скорость спутного потока газа (рис. 3). В то же время в запылённой среде рост линейного размера частиц приводит к уменьшению скорости дисперсной фазы (рис. 4). Для мелкодисперсных газозвесей скоростное скольжение несущественно (рис. 5). При этом для газозвесей как с крупнодисперсной, так и с мелкодисперсной твёрдой

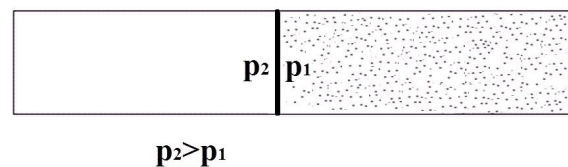


Рис. 1. Схематичное изображение канала с электрически заряженной газозвесью в начальный момент времени

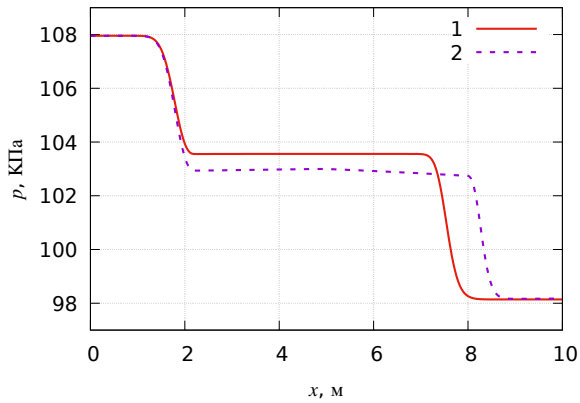


Рис. 2. Пространственное распределения давления при прохождении ударной волны из чистого газа в запылённую среду: кривая 1 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 4$ мкм, кривая 2 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 400$ мкм, $t = 11$ мс

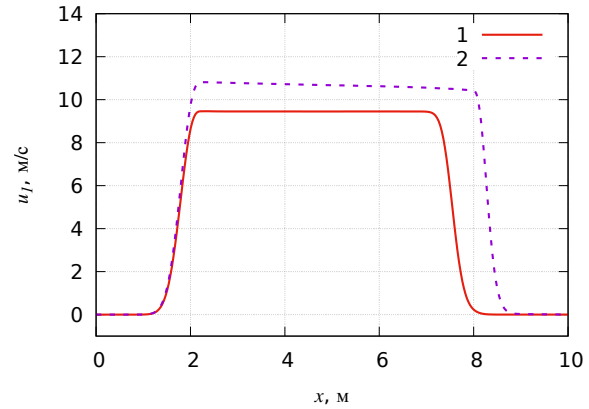


Рис. 3. Пространственное распределения спутного потока: кривая 1 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 4$ мкм, кривая 2 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 400$ мкм, $t = 11$ мс

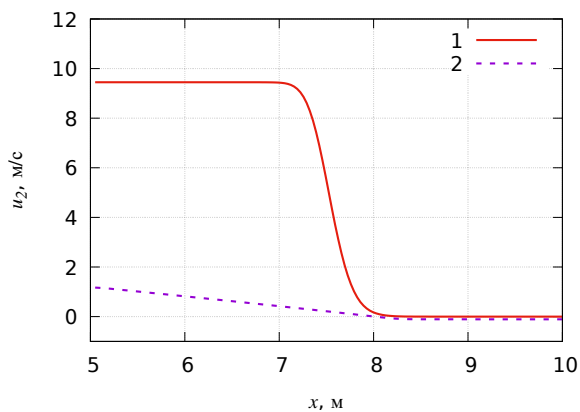


Рис. 4. Пространственное распределения скорости частиц дисперсной фазы: кривая 1 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 4$ мкм, кривая 2 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 400$ мкм, $t = 11$ мс

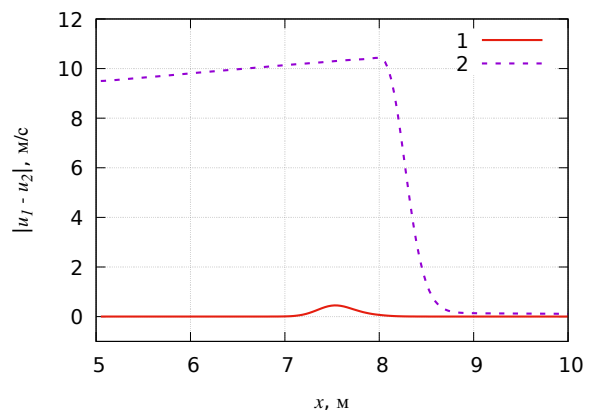


Рис. 5. Пространственное распределение модуля разности скоростей несущей и дисперсной фаз газозвеси: кривая 1 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 4$ мкм, кривая 2 – численное решение для газозвеси с диаметром частиц $d = 400$ мкм, $t = 11$ мс

фазами наибольшее значение модуля разности скоростей несущей и дисперсной фаз наблюдается на переднем крае волны сжатия. В крупнодисперсной газозвеси увеличение модуля разности скоростей твёрдой и газообразной фаз наблюдается от области контакта запылённой среды и чистого газа к переднему краю волны сжатия.

4. Выводы

В процессе движения прямого скачка уплотнения из чистого газа в запылённую среду с ростом размера частиц происходит увеличение скорости движения возмущения и уменьшение давления на переднем крае волны сжатия. Наибольшее значение модуля разности скоростей несущей и дисперсной фаз наблюдается на переднем крае волны сжатия перед невозмущённой двухфазной средой. В настоящей работе применяется математическая модель, предполагающая сферическую форму частиц. При таком предположении уменьшение размера частиц на порядок приводит к уменьшению площади отдельной частицы на два порядка и увеличению количества частиц на три порядка. Из этого следует, что уменьшение размера частиц на порядок приводит к пропорциональному увеличению площади межфазного взаимодействия. Из приведённых численных расчётов следует, что для ударно-волновых течений газозвесей с более крупными частицами скорость течения несущей среды больше, чем в мелкодисперсных газозвесах. Данная закономерность может быть вызвана меньшим взаимодействием несущей и дисперсной фаз в крупнодисперсных запылённых средах. Также в крупнодисперсных газозвесах наблюдается меньшая скорость дисперсной фазы, что может быть вызвано большей инерционностью крупных частиц. Таким образом, в газозвесах, состоящих из более крупных частиц, наблюдается большая интенсивность межфазного скоростного скольжения.

Список литературы

- [1] Нигматулин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. М.: Наука. 1987. 464 с.
- [2] Кутушев А.Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра. 2003. 284 с.
- [3] Федоров А.В., Фомин В.М., Хмель Т.А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск. 2015. 301 с.
- [4] Веревкин А.А., Циркунов Ю.М. Течение дисперсной примеси в сопле Лаваля и рабочей секции двухфазной гиперзвуковой ударной трубы // Прикладная механика и техническая физика. 2008. № 5. С. 102–113.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=19062392>
- [5] Пахомов М.А., Терехов В.И. Влияние испарения капель на структуру течения и теплообмен в ограниченном закрученном газокapельном потоке за его внезапным расширением // Теплофизика и аэромеханика. 2018. № 6. С. 865–875.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=36825464>
- [6] Садин Д.В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 12. С. 2098–2109.
DOI: 10.7868/S0044466916120152
- [7] Губайдуллин А.А., Дудко Д.Н., Урманчеев С.Ф. Технология компьютерного моделирования воздействия воздушных ударных волн на преграды, покрытые пористым слоем // Вычислительные технологии. 2001. Т. 6, № 3. С. 7–20.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=13026371>
- [8] Балапанов Д.М., Урманчеев С.Ф. Роль межфазных взаимодействий при газовой детонации в инертной пористой среде // Письма ЖТФ. 2010. Т. 36, вып. 13. С. 71–80.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=20327258>
- [9] Болотнова Р.Х., Гайнуллина Э.Ф. Исследование демпфирующих свойств водной пены под воздействием сферической ударной волны // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2017. № 2(42). С. 108–121.
DOI: 10.21685/2072-3040-2017-2-9
- [10] Беляев П.Е., Клиначева Н.Л. Влияние экранирующего слоя газозвеси на силовое воздействие ударной волны на жесткую стенку // Вестник ЮРГУ сер. Математика. Механика. Физика. 2016. Т. 8, № 4. С. 49–55.
DOI: 10.14529/mmph160406
- [11] Уткин П.С. Некоторые вычислительные аспекты взаимодействия ударной волны с облаком частиц в рамках двухжидкостной модели // Горение и взрыв. 2017. Т. 10, № 3. С. 53–57.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=30682321>
- [12] You Z., Li B., Wang H., Xie L. Water aerosol formation: Transient process induced by shock waves // Journal of Aerosol Science. 2017. V. 106. Pp. 100–110.
DOI: 10.1016/j.jaerosci.2017.01.010
- [13] Tada Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. V. 93. Pp. 778–787.
DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063
- [14] Fletcher C.A. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Springer-Verlag, Berlin. 1988. 502 p.
- [15] Музафаров И.Ф., Утожников С.В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. № 3. С. 74–83.
<http://mi.mathnet.ru/mm1962>
- [16] Тукмаков А.Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=12510457>
- [17] Тукмаков Д.А. Численное моделирование ударно-волновых течений в газозвеси с неоднородной концентрацией дисперсной фазы // Авиационная техника. 2019. № 1. С. 54–59.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=38027390>
- [18] Tukmakov D.A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. V. 40, No. 6. Pp. 824–827.
DOI: 10.1134/S1995080219060234
- [19] Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, № 3. С. 73–85.
DOI: 10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85



Numerical study of velocity slip of phases during the passage of a shock wave of low intensity from a pure gas to a dusty medium

Tukmakov D.A.

Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Scientific Center of the RAS, Kazan

In this paper, the process of the movement of a direct shock wave from a pure gas into a dusty medium is numerically modeled. The mathematical model took into account the viscosity, compressibility and thermal conductivity of the carrier phase. Also, the modeling technique made it possible to describe the interphase force interaction, which included the Stokes force, the dynamic force of Archimedes, the strength of the attached masses. In addition, interfacial interaction included heat transfer between the carrier and dispersed phases. The numerical solution was carried out using the explicit finite-difference method, with the subsequent application of the nonlinear correction scheme for the grid function. As a result of numerical calculations, it was revealed that with an increase in the linear particle size of the gas suspension, the velocity slip between the carrier and dispersed phases increases. Numerical modeling also showed that the absolute value of the difference between the velocities of the carrier and the dispersed phase reaches the largest value at the leading edge of the compression wave. The revealed regularities can be explained by the fact that the particles of the dispersed phase are assumed to be spherical in shape. Due to this, a multiple increase in particle size leads to a three-fold increase in their mass, a twofold increase in the area of one particle and a three-fold decrease in the number of particles. Thus, an increase in particle size leads to a decrease in the area of interfacial contact and an increase in the inertia of the particles, which in turn affects the interfacial velocity slip.

Keywords: numerical simulation, Navier-Stokes equation, dusty media, shock waves

References

- [1] Nigmatulin R.I. [The dynamics of multiphase media] *Dinamika mnogofaznyh sred. Part 1.* M.: Science. 1987. 446 p. (in Russian)
- [2] Kutushev A.G. [Mathematical modeling of wave processes in aerodispersed and powdery media]. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnykh i poroshkobraznykh sredah.* SPb.: Subsoil. 2003. 284 p. (in Russian)
- [3] Fedorov A.V., Fomin V.M., Khmel T.A. [Wave processes in gas-suspended particles of metals] *Volnovye processy v gazovzvesyah chastic metallov.* 2015. Novosibirsk. 301 p. (in Russian)
- [4] Verevkin A.A., Tsirkunov Yu.M. [Dispersed impurity flow in a Laval nozzle and working section of a two-phase hypersonic shock tube]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika.* [Applied Mechanics and Technical Physics]. 2008. No. 5. Pp. 102–113. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=19062392>
- [5] Pakhomov M.A., Terekhov V.I. [The effect of droplet evaporation on the flow structure and heat and mass transfer in a limited swirling gas-droplet flow due to its sudden expansion] *Teplofizika i aeromekhanika.* [Thermophysics and Aeromechanics]. 2018. No. 6. Pp. 865–875. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=36825464>
- [6] Sadin D.V. [TVD scheme for tough problems of wave dynamics of heterogeneous media of non-hyperbolic non-conservative type] *Zhurnal vychislitel'noy matematiki i matematicheskoy fiziki.* [Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics]. 2016. V. 56, No. 12. Pp. 2098–2109. (in Russian)
DOI: 10.7868/S0044466916120152
- [7] Gubaidullin A.A., Dudko D.N., Urmancheev S.F. [Computer-aided modeling of the effects of air shock waves on porous-layer barriers] *Vychislitel'nye tekhnologii.* [Computational technologies]. 2001. V. 6, No. 3. Pp. 7–20. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=13026371>
- [8] Balapanov D.M., Urmancheev S.F. [The role of interfacial interactions in the course of gas detonation in an inert porous medium] // *PZhTF* [Letters to the journal of technical physics]. 2010. V. 36, No. 13. Pp. 71–80. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=20327258>
- [9] Bolotnova R.Kh., Gainullina E.F. [The study of the damping properties of water foam under the influence of a spherical shock wave] *Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Povolzhskij region. Fiziko-matematicheskie nauki.* [News of higher educational institutions. Volga region. Physics and mathematics]. 2017. No. 2(42). Pp. 108–121. (in Russian)
DOI: 10.21685/2072-3040-2017-2-9

- [10] Belyaev P.E., Klinacheva N.L. [The effect of the screening layer of a gas suspension on the force of a shock wave on a rigid wall] Vestnik YURGU ser. Matematika, Mekhanika, Fizika. [Messenger of South Ural State University Maths. Mechanics. Physics] 2016. V. 8, No. 4. Pp. 49–55. (in Russian)
DOI: [10.14529/mmph160406](https://doi.org/10.14529/mmph160406)
- [11] Utkin P.S. [Some computational aspects of the interaction of a shock wave with a cloud of particles in a two-fluid model] Gorenje i vzryv. [Combustion and Explosion] 2017. V. 10, No. 3. Pp. 53–57. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=30682321>
- [12] You Z., Li B., Wang H., Xie L. Water aerosol formation: Transient process induced by shock waves. Journal of Aerosol Science. 2017. V. 106. Pp. 100–110.
DOI: [10.1016/j.jaerosci.2017.01.010](https://doi.org/10.1016/j.jaerosci.2017.01.010)
- [13] Tada Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas – solid suspension flow by applying electric field. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. V. 93. Pp. 778–787.
DOI: [10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063](https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.09.063)
- [14] Fletcher C.A.. Computation Techniques for Fluid Dynamics. Springer-Verlang. Berlin. 1988. 502 p.
- [15] Muzafarov I.F., Utyuzhnikov S.V. [Application of compact difference schemes to the study of unsteady flows of a compressible gas] Matematicheskoe modelirovanie. [Mathematical modeling] 1993. No. 3. Pp. 74–83. (in Russian)
<http://mi.mathnet.ru/mm1962>
- [16] Tukmakov A.L. [Numerical simulation of acoustic flows in resonant gas oscillations in a closed pipe] Aviacionnaya tekhnika. [Aviation Engineering]. 2006. No. 4. Pp. 33–36. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=12510457>
- [17] Tukmakov D.A. [Numerical modeling of shock-wave flows in a gas suspension with an inhomogeneous concentration of the dispersed phase] Aviacionnaya tekhnika. [Aviation Engineering]. 2019. No. 1. Pp. 54–59. (in Russian)
<https://elibrary.ru/item.asp?id=38027390>
- [18] Tukmakov D.A. Numerical study of polydisperse aerosol dynamics with the drops destruction. Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. V. 40, No. 6. Pp. 824–827.
DOI: [10.1134/S1995080219060234](https://doi.org/10.1134/S1995080219060234)
- [19] Tukmakov D. A. [Numerical modeling of oscillations of an electrically charged heterogeneous medium due to inter-component interaction] Izvestiya vuzov. Prikladnaya nelinejnaya dinamika. [News of Universities. Applied nonlinear dynamics]. 2019. V. 27, No. 3. Pp. 73–85. (in Russian)
DOI: [10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85](https://doi.org/10.18500/0869-6632-2019-27-3-73-85)