



ISSN: 2658–5782

Номер 4

Октябрь–Декабрь 2019

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Моделирование взрыва в твердой среде в пакете COMSOL Multiphysics

Белов А.В., Копченев О.В., Скачков А.О., Ушаков Д.Е.

Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, Нижний Новгород

В настоящей работе рассматривается распространение взрывных волн в массиве горной породы, вызванных кратковременной нагрузкой. Такие нагрузки типичны при строительстве туннелей и других раскопок с использованием взрывных работ. Для моделирования методом конечных элементов использовалось кроссплатформенное программное обеспечение COMSOL Multiphysics 5.4. Взрыв воспроизводится в стальном баке, марка стали – EN 1.7220 4CrMo4. Среда в баке имеет свойства гранитной породы (модуль Юнга $E = 50$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 2/7$, плотность $\rho = 2700$ кг/м³). Сфера также является телом, имеющим свойства гранита, задается для уточнения геометрии взрыва и области, где указано построение сетки. Бак имеет следующие размеры: длина – 10.39 м, диаметр – 2.9 м, толщина стенки бака – 0.01 м. Для моделирования взрыва использовался интерфейс «Solid Mechanics», находящийся в ветке «Structural Mechanics», основанный на решении уравнений движения совместно с моделью для твердого материала. Вычисляются результаты, такие как смещение, напряжение и деформация. Сила на единицу объема (F_v) задается давлением в сфере по нормали. Также для данной марки стали был рассчитан предел прочности: по достижению определенного давления в баке (7.26 МПа) симуляция останавливается, а система уведомляет на каком моменте времени произошло разрушение. Используется зависимость от времени исследование («Time Dependent Study»). В качестве единицы времени используются секунды. Задача рассчитывается от 0 секунд (начальный момент времени) до 0.003 секунд (конечный момент времени) с шагом построения 0.00005.

Ключевые слова: взрыв, разрушение

1. Введение

Бурение и взрывные работы — это контролируемое использование взрывчатых веществ и применение других методов, таких как пиротехнические взрывные работы под давлением газа, для разрушения горных пород [1–3]. Чаще всего этот метод применяется в горнодобывающей промышленности, при разработке карьеров и строительстве плотин, туннелей или дорог. Результат взрыва камня часто называют срезом камня [4, 5].

В настоящее время в буровзрывных работах используется много разных видов взрывчатых

веществ с различным составом и эксплуатационными свойствами. Взрывчатые вещества с более высокой скоростью используются для относительно твердых пород, чтобы разрушать породу, в то время, как взрывчатые вещества с низкой скоростью применяются для мягких пород для создания большего давления газа и большего эффекта подъема [6, 7].

До появления машин для бурения, взрывные работы были единственным экономичным способом строительства длинных туннелей через твердые породы, где копание невозможно. Даже сегодня этот метод все еще используется при строительстве туннелей, например, при сооружении туннеля Лёчберг в Швейцарии.

Решение о строительстве туннеля с использованием машины для бурения или метода бурения и взрыва принимается на основе ряда факторов.

Длина туннеля является ключевой проблемой, которую необходимо решить, потому что использование больших машин для бурения горного туннеля имеет высокие капитальные затраты. Это означает, что строительство более коротких туннелей с применением этих машин, как правило, менее экономично и, следовательно, они обычно строятся с помощью буровзрывных работ [1]. Поэтому актуальным остается вопрос о количестве взрывчатки, необходимом для безопасной работы [8].

2. Математическая модель

Моделирование процесса взрыва производится методом конечных элементов в кроссплатформенном программном обеспечении COMSOL Multiphysics 5.4. Для моделирования взрыва используется интерфейс «Solid Mechanics», находящийся в ветке «Structural Mechanics». Интерфейс «Solid Mechanics» основан на решении уравнений движения совместно с моделью для твердого материала. Вычисляются результаты, такие как смещение, напряжение и деформация [9].

Для моделирования общих объемных нагрузок решается уравнение движения [10]:

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \nabla(\mathbf{F} \cdot \mathbf{S})^T + F_v, \quad (1)$$

где ρ — плотность материала в исходном недеформированном состоянии (density), кг/м³; $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ — ускорение; ∇ — тензорный оператор дивергенции, который вычисляется относительно координат на каркасе материала (частные производные по координатам); F_v — сила на единицу объема, заданная пользователем, Н/м³; $(\mathbf{F} \cdot \mathbf{S})^T$ — первый тензор напряжений Пиолы–Кирхгофа [10]. Силы в пространственных направлениях связаны с площадью в исходной (материальной) системе отсчета. Это несимметричный двухточечный тензор, вычисляется из второго тензора напряжений Пиолы–Кирхгофа. Первый тензор напряжений Пиолы–Кирхгофа связывает силы в данной конфигурации с областями в базовой и его иногда называют номинальным напряжением (напряжение в точке, рассчитанное для чистого поперечного сечения). Степень T в первом тензоре напряжений Пиолы–Кирхгофа означает транспонирование.

2.1. Первый тензор напряжений Пиолы–Кирхгофа

В выражении $(\mathbf{F} \cdot \mathbf{S})^T$ уравнения (1) градиент деформации F считается следующим образом:

$$F = \frac{\partial x}{\partial X} = \mathbf{I} + \frac{\partial u}{\partial X}.$$

где \mathbf{I} — тензор тождества (часто записывается как 1); x — пространственная координата, $x = X + u(X, t)$; u — поле смещения; X — исходное местоположение материальной частицы.

Второй тензор напряжений Пиолы–Кирхгофа \mathbf{S} вычисляется по формуле:

$$\mathbf{S} = 2 \frac{\partial W_s}{\partial \mathbf{C}}.$$

Здесь \mathbf{C} — тензор упругости 4-го порядка (тензор деформации Коши–Грина) [10], используется при описании составных свойств гиперэластичных материалов; W_s — плотность энергии упругой деформации, считается следующим образом:

$$W_s = \frac{1}{2} \varepsilon_{el} \cdot (\mathbf{C} \cdot \varepsilon_{el} + 2\sigma_0) = \frac{1}{2} \varepsilon_{el} \cdot (\sigma + \sigma_0),$$

где ε_{el} (упругая деформация) — это разница между полной деформацией ε и всеми неупругими деформациями (ε_{inel}).

Для линейного упругого материала закон Гука связывает тензор напряжений с тензором упругой деформации:

$$\sigma = \sigma_{ex} + \mathbf{C} \cdot \varepsilon_{el} = \sigma_{ex} + \mathbf{C} \cdot (\varepsilon - \varepsilon_{inel}).$$

Также может использоваться дополнительное напряжение (σ_{ex}) с вкладом от начальных (σ_0) и вязкоупругих напряжений.

3. Построение симуляции

3.1. Геометрия задачи

Взрыв моделируется в стальном баке длиной 10.39 м с толщиной стенок 0.01 м и радиусом 1.45 м. Материал бака — сталь марки EN 1.7220 4CrMo4. Геометрия задачи показана на рис. 1 [10].

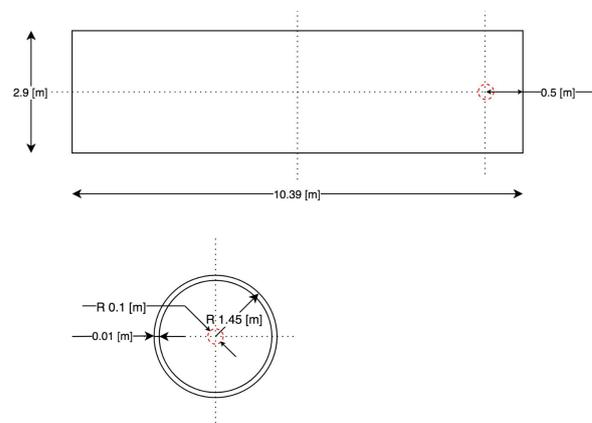


Рис. 1. Геометрия задачи

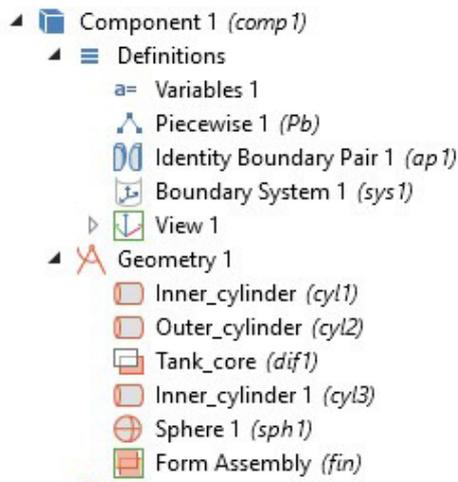


Рис. 2. Компонент в COMSOL

Созданы два цилиндра: внешний («Outer cylinder») и внутренний («Inner cylinder»). Радиус внутреннего цилиндра $R = 1.45$ м, высота $H = 10.39$ м. Радиус цилиндра $R = 2.9$ м. (Это радиус чего? Почему обозначен той же буквой R ?)

Для построения внешнего цилиндра прибавим к радиусу внутреннего цилиндра значение толщины бака $Th = 0.01$ м, к высоте $2 \cdot Th$ и сместим на $-Th$ по оси x . Так как инструмент «Difference» создает из двух цилиндров один, для получения внешнего цилиндра вычтем из него внутренний, используя «Difference», и построим еще один внутренний цилиндр, описанный выше. Добавим сферу радиусом $rad = 0.1$ м. (Я переформулировала этот абзац. Сверься с исходником, может я что-то неправильно поняла)

Чтобы объединить геометрию, необходимо воспользоваться инструментом «From Assembly». Также добавим «Identity Boundary Pair» в «Definitions», чтобы указать границы, которые совпадают, но принадлежат разным частям конструкции. Состав компонента COMSOL показан на рис. 2.

Система характеризуется параметрами, представленными на рис. 3.

3.2. Интерфейс «Solid Mechanics»

Для полей смещения и структурной скорости добавим начальные значения («Initial Values»), в которых будет содержаться вся геометрия: оба цилиндра и сфера.

Далее дополним источником взрыва («Explosion source»), который является Линейным эластичным материалом («Linear Elastic Material»). Этим пунктом будет сфера. Его свойства в данной задаче имеют свойства гранитной породы (модуль

Name	Expression	Value	Description
H	10.39 [m]	10.39 m	Height of tank
R	1.45 [m]	1.45 m	Radius of tank
Th	0.01 [m]	0.01 m	Tank thickness
Q	10 [g]	0.01 kg	Amount of explosive
x1	0.5 [m]	0.5 m	Sphere position (X axis)
y1	0 [m]	0 m	Sphere position (Y axis)
z1	0 [m]	0 m	Sphere position (Z axis)
N	$1.4 \cdot 10^{(6)}$ [N]	1.4E6 N	The strength of the explosion...
Pi	3.14	3.14	Pi number
rad	0.1		Radius of sphere
S	$4 \cdot \text{Pi} \cdot \text{rad}^{(2)}$ [m ²]	0.1256 m ²	Square of sphere
P_norm	$(2 \cdot N) / S \cdot (Q / 1[\text{kg}])^{(2/3)}$	1.0347E6 N/m ²	Normal Pressure
u0	0.0001	1E-4	Scaling coefficient for solver
Sig_t	785 [MPa]	7.85E8 Pa	Yield strength
Sig_v	932 [MPa]	9.32E8 Pa	Tensile strength
P_destr	$(2 \cdot \text{Sig}_t) / \text{sqrt}(3) \cdot \log(2 \cdot R \dots)$	7.2624E6 Pa	Pressure of tank destruction

Рис. 3. Параметры системы

Юнга $E = 50$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 2/7$, плотность $\rho = 2700$ кг/м³).

Область внутри цилиндра («Tank inner model») тоже является Линейным эластичным материалом и имеет свойства гранита.

Внешний цилиндр («Tank core model») представляет собой сталь марки EN 1.7220 34CrMo4, имеющей следующие свойства: модуль Юнга $E = 190$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0.29$, плотность $\rho = 7000$ кг/м³. Также, как и остальные области, является Линейным эластичным материалом.

Границы внешнего цилиндра («Tank core boundary») и сферы («Boundary default») являются свободными узлами («Free»). Это означает, что на границе нет ограничений и нагрузок.

«Continuity» используется для случаев, когда не указано граничное условие домена (например, условие контактного сопротивления), программное обеспечение COMSOL Multiphysics обеспечивает непрерывность переменных поля во внутренних границах. Применяется для геометрии сборки с идентичными парами («Identity Boundary Pair»), описанной выше [10].

3.3. Установка силы на единицу объема в Body Load

Для моделирования общих объемных нагрузок используется инструмент «Body Load» с параметром «Force per unit volume» («Сила на единицу объема») методом конечных элементов [9, 11]. Состав модуля «Solid Mechanics» показан на рис. 4.

Сила на единицу объема (Fv) задается давлением в сфере по нормали:

$$P_{norm} = \frac{2N}{S} \left(\frac{Q}{1[\text{kg}]} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (2)$$

где N — сила воздействия взрыва на твердую среду

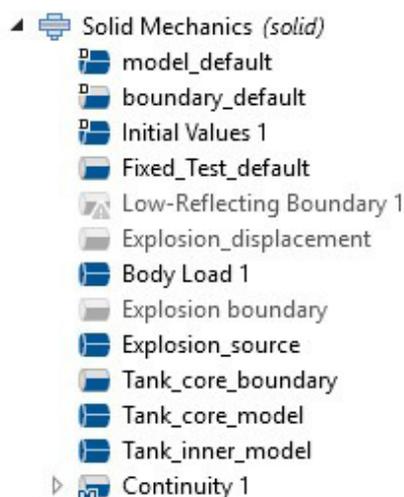


Рис. 4. Состав модуля Solid Mechanics

(выбрана эмпирически); S — площадь сферы; Q — количество взрывчатого вещества.

Для нахождения центра взрыва используются векторы положения путем умножения формулы (2) на $\left(\frac{x_-}{r}\right)$, $\left(\frac{y_-}{r}\right)$, $\left(\frac{z_-}{r}\right)$, где x_- , y_- , z_- — координаты центра сферы; r — радиус-вектор.

3.4. Сетка

Для внешнего и внутреннего цилиндров установлена треугольная сетка конечных элементов («Free Triangular»). Для источника взрыва (сфера) используется четырехгранная сетка («Free Tetrahedral»). Размер сетки всей геометрии имеет предопределенное значение «Extra Fine», что соответствует 32476 узловым элементам, объем сетки равен 69.26 м³. Выделение пристеночной области отсутствует.

3.5. Предел прочности бака

Материал бака — сталь марки EN 1.7220 34CrMo4, предел текучести $\sigma_{g_t} = 785$ МПа, предел прочности $\sigma_{g_v} = 932$ МПа. Расчет давления разрушения бака производится по следующей формуле:

$$P_{destr} = \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \ln \left[\frac{2R}{2R - 2Th} \right]^{\frac{2}{3}} \left(2 - \frac{\sigma_T}{\sigma_B} \right).$$

Согласно расчету при возникновении в баке давления 7.26 МПа произойдет его разрушение и COMSOL прекратит выполнение симуляции, так как будет достигнуто Условие останова («Stop Condition»).

Прежде, чем установить Условие останова, нужно ввести определение максимального значения необходимой переменной (в данном случае —

давления). В «Component → Definition» необходимо установить «Maximum» (вычисляет максимум выражения для выбранных геометрических объектов) и указать поверхность цилиндра.

Поле выражение останова («Stop Expression») будет содержать следующее: $\text{comp1.maxop1}(\text{comp1.solid.mises}) \geq P_{destr}$. Это означает, что если максимальное давление компонента превысит значение P_{destr} , то симуляция прекратит свою работу.

3.6. Параметры решателя

Используется зависимый от времени решатель («Time Dependent Study»). В качестве единицы времени берутся секунды. Задача рассчитывается от 0 секунд (начальный момент времени) до 0.003 секунд (конечный момент времени) с шагом построения 0.00005 секунд.

4. Результаты вычислений

Во внимание принимаются значения давления на дне бака, рядом с источником взрыва, так как эта область больше всего подвержена нагрузке при возникновении взрыва.

4.1. 10 грамм взрывчатого вещества

При использовании 10 г взрывчатого вещества максимальное давление на стенки в центре бака составит $\sim 6.8 \cdot 10^6$ Па (6.8 МПа), а смещение будет равно ~ 1.2 мм (рис. 5).

Так как 10 г взрывчатого вещества не повлекут за собой разрушение, то давление будет распределяться по баку и наиболее высокую нагрузку будет испытывать центр бака (рис. 6).

4.2. 25 грамм взрывчатого вещества

Распределение давления на дне бака при 25 г взрывчатого вещества показано на рис. 7. Максимальное давление составит $\sim 1.26 \cdot 10^7$ Па (12.6 МПа), а смещение будет равно ~ 2.4 мм.

При 25 г взрывчатого вещества разрушение дна бака произойдет в момент времени $t = 0.0002742$ с. Область превышения максимально допустимого значения показана на рис. 8.

4.3. 50 грамм взрывчатого вещества

Максимальное давление при 50 г взрывчатого вещества составит $\sim 2 \cdot 10^7$ Па (20 МПа), а смещение будет равно ~ 4 мм (рис. 9).

Применение 50 г взрывчатого вещества (аналогично 25 г) обеспечат разрушение дна бака. Разрушение произойдет в момент времени $t = 0.000201$ с. Распределение давления на дне бака при 50 г взрывчатого вещества показано на рис. 10.

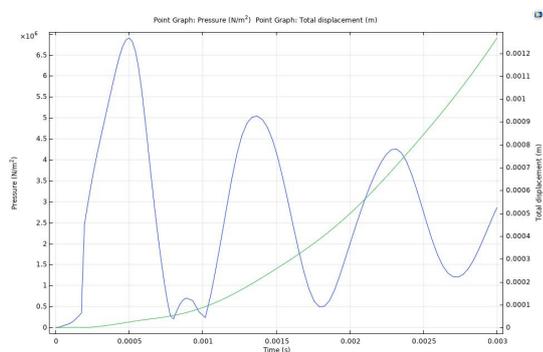


Рис. 5. Графики давления (синяя кривая) и смещения (зеленая) при 10 г взрывчатого вещества

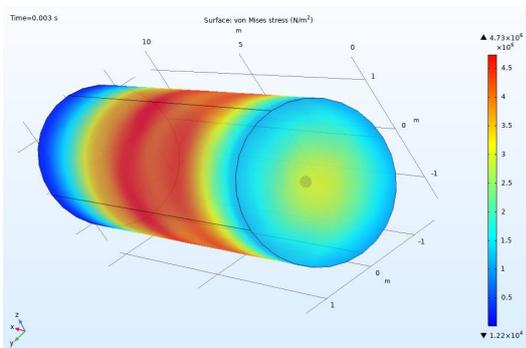


Рис. 6. Давление в точке разрушения при 10 г взрывчатого вещества ($t = 0.003$ с)

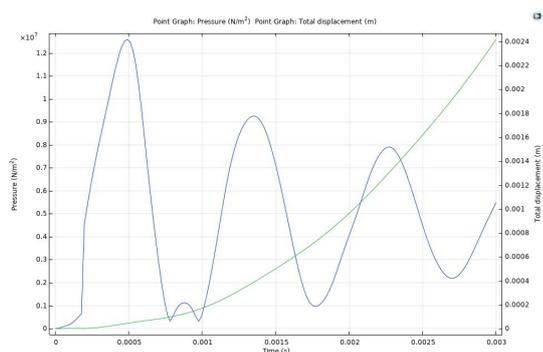


Рис. 7. Графики давления (синяя кривая) и смещения (зеленая) при 25 г взрывчатого вещества

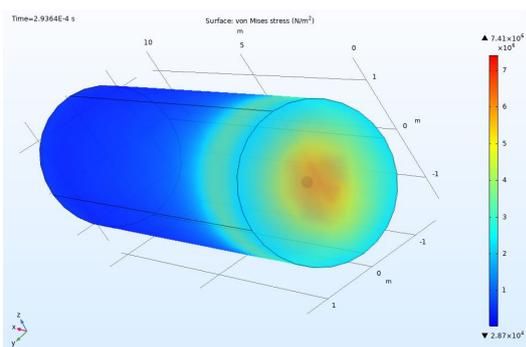


Рис. 8. Давление в точке разрушения при 25 г взрывчатого вещества ($t = 0.00293$ с)

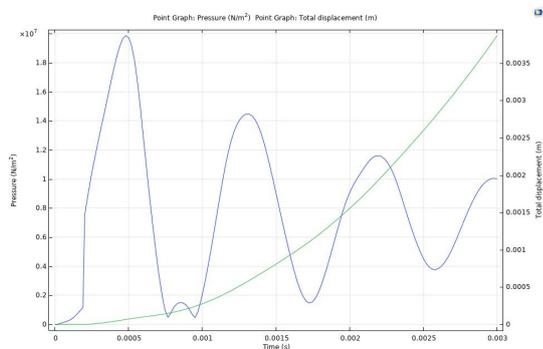


Рис. 9. Графики давления (синяя кривая) и смещения (зеленая) при 50 г взрывчатого вещества

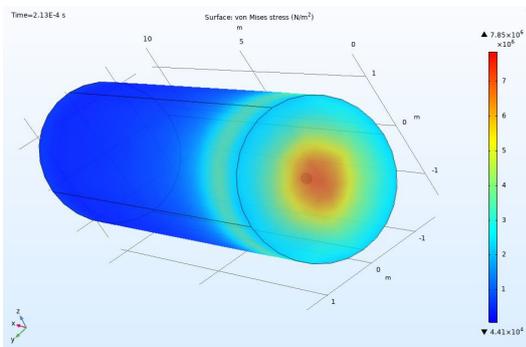


Рис. 10. Давление в точке разрушения при 50 г взрывчатого вещества ($t = 0.000213$ с)

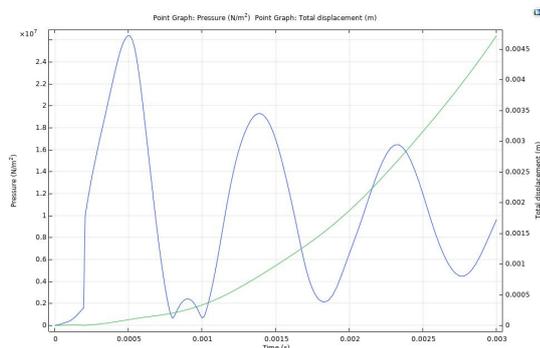


Рис. 11. Графики давления (синяя кривая) и смещения (зеленая) при 75 г взрывчатого вещества

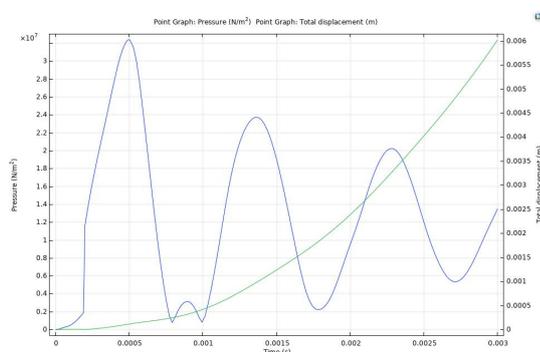


Рис. 13. Графики давления (синяя кривая) и смещения (зеленая) при 100 г взрывчатого вещества

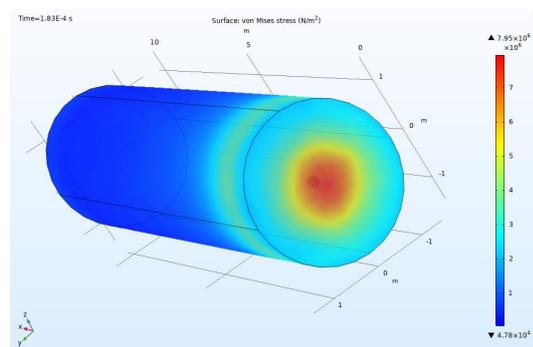


Рис. 12. Давление в точке разрушения при 75 г взрывчатого вещества ($t = 0.000183$ с)

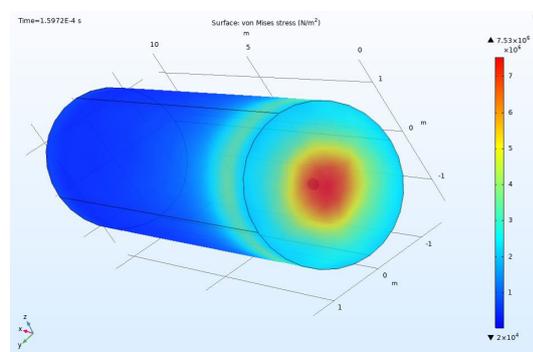


Рис. 14. Давление в точке разрушения при 100 г взрывчатого вещества ($t = 0.00015972$ с)

4.4. 75 грамм взрывчатого вещества

Распределение давления и смещение при 75 г взрывчатого вещества показаны на рис. 11 и 12.

Максимальное давление в точке разрушения достигнет $\sim 2.6 \cdot 10^7$ Па (26 МПа), а смещение будет равно ~ 4.7 мм. Моментом разрушения будет являться момент времени $t = 0.0001722$ с.

4.5. 100 грамм взрывчатого вещества

При увеличении количества взрывчатого вещества до 100 г разрушение дна бака произойдет при $t = 0.00015972$ с. При данном количестве взрывчатого вещества будет достигнуто максимальное давление в точке разрушения равно $\sim 3.2 \cdot 10^7$ Па (32 МПа), смещение составит ~ 6 мм (рис. 13).

На рис. 14 продемонстрировано распределение давления в точке разрушения при 100 г взрывчатого вещества.

Очевидно, что при увеличении количества взрывчатки возрастут смещение и давление, оказываемое на стенки бака, а также будет уменьшаться время с момента начала симуляции до превышения максимально допустимого давления, при

котором происходит разрушение рассматриваемого тела.

5. Заключение

Результатом настоящей работы стала симуляция взрыва в твердой среде (гранит) в стальном баке. Рассчитаны давление в баке и поле смещения, а также давление разрушения, при превышении которого произойдет разрушение бака и остановка симуляции в определенный момент времени. Графическое представление решения COMSOL позволило узнать область деформации бака.

Данная базовая модель взрыва в дальнейшем позволит провести более широкое исследование влияния взрывных волн на тело за счет увеличения количества параметров симуляции, например, температуры.

Список литературы

- [1] Per-Anders Persson, Roger Holmberg, Jaimin Lee. Rock Blasting and Explosives Engineering. CRC Press. 1994. P. 560. DOI: [10.1201/9780203740514](https://doi.org/10.1201/9780203740514)
- [2] Кузнецов В.М., Шацкевич А.Ф. О взаимодействии продуктов детонации со стенками взрывной полости в грунтах и горных породах // Физика горения и взрыва. 1977. № 5.

- С. 733–737.
http://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=154080&ARTICLE_ID=155297
- [3] Станюкович К.П., Баум Ф.А. Физика взрыва // М: Физматлит, 2002. 831 с.
<http://padaread.com/?book=20818&pg=1>
- [4] Вайнштейн Б.И., Кузнецов В.М., Шацкевич Ф.Ф. Относительная эффективность ВВ при взрывах в грунтах // Физика горения и взрыва. 1984. № 5. С. 104–106.
http://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=150981&ARTICLE_ID=151105
- [5] Родионов В.Н. О механизме возбуждения низкочастотных объемных сейсмических волн при подземном взрыве // Прикладная механика и техническая физика. 1981. № 5. С. 153–155.
http://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151737&ARTICLE_ID=151875
- [6] Катаева Л.Ю. Постановка и проведение вычислительного эксперимента по исследованию аэро- и гидродинамических процессов в аварийных ситуациях природного и техногенного характера // М.: Российский государственный открытый технический университет путей сообщения, 2007. С. 218.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=19438277>
- [7] Камалян Р.З., Камалян С.Р. О моделировании сильных возмущений в грунтовом массиве (на примере пористой среды) // European Researcher. 2011. № 5–1(7). Р. 496–498.
http://www.erjournal.ru/journals_n/1309441407.pdf
- [8] Артышев С.Г., Дунин С.З. Ударные волны в дилатирующих и недилатирующих средах // Прикладная механика и техническая физика. 1978. № 4. С. 104–108.
http://sibran.ru/journals/issue.php?ID=153551&ARTICLE_ID=153698
- [9] Ильичева М.Н., Катаева Л.Ю., Масленников Д.А., Лоцилов А.А. Использование современных численных методов для моделирования распространения импульсного воздействия на основе уравнений Эйлера // Материалы XXXI Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы пожарной безопасности». 2019. С. 180–183.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=38074297>
- [10] Structural Mechanics Module User's Guide // COMSOL Inc. 2018. P. 1160.
<https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.sme/StructuralMechanicsModuleUsersGuide.pdf>
- [11] Масленников Д.А., Белоцерковская И.Е., Лоцилов С.А., Катаева Л.Ю. Особенности численного моделирования распространения суммарного теплового потока при лесных пожарах // Нижний Новгород: ООО «Стимул-СТ». 2013. С. 110.
<https://elibrary.ru/item.asp?id=24904735>
- [12] Алабьев Е.Н. Прочностной расчет баллона газового с рабочим давлением до 20 МПа // Отчет. 2015.
<https://tgko.ru/download.php?price&id=130>



Solid-state explosion simulation in COMSOL Multiphysics

Belov A.V., Kopchenov O.V., Skachkov A.O., Ushakov D.E.

Nizhny Novgorod State Technical University n.a. R.E. Alekseev

In this work, the propagation of blast waves in a rock mass caused by a short-term load is considered. Such loads are typical in the construction of tunnels and other excavations using blasting. For modeling by the finite element method, the cross-platform software COMSOL Multiphysics 5.4 was used. The explosion is reproduced in a steel tank whose steel grade is EN 1.7220 4CrMo4. The medium in the tank has the properties of granite rock (Young's modulus $E = 50$ GPa, Poisson's ratio $\nu = 2/7$, Density $\rho = 2700$ kg/m³). The sphere is also a body having the properties of granite. Set to clarify the geometry of the explosion and the area where the mesh is indicated. The tank has dimensions: 10.39 m in length and diameter 2.9 m. The wall thickness of the tank is 0.01 m. To model the explosion, the Solid Mechanics interface was used, located in the Structural Mechanics branch, based on solving equations of motion together with a model for solid material. Results such as displacement, stress, and strain are calculated. The force per unit volume (F_v) is specified by the normal pressure in the sphere. Also, the tensile strength was calculated for this steel grade: upon reaching a certain pressure in the tank (7.26 MPa), the simulation stops, and the system notifies at what point in time the destruction occurred. A Time Dependent Study is used. Seconds are used as a unit of time. The task is calculated from 0 seconds (initial moment of time) to 0.003 seconds (final moment of time) with a construction step of 0.00005.

Keywords: explosion, destruction

References

- [1] Per-Anders Persson, Roger Holmberg, Jaimin Lee. Rock Blasting and Explosives Engineering. CRC Press. 1994. P. 560.
DOI: 10.1201/9780203740514
- [2] Kuznetsov V.M., Shatsukevich A.F. [The interaction of detonation products with the walls of the explosive cavity in soils and rocks] *O vzaimodejstvii produktov detonacii so stenkami vzryvnoj polosti v gruntax i gornyx porodax* // Fizika goreniya i vzryva. 1977. No. 5. P. 733–737 (In Russian). http://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=154080&ARTICLE_ID=155297
- [3] Stanyukovich K.P., Baum F.A. [Explosion Physics] *Fizika vzryva* // M.: Fizmatlit, 2002. 831 p. (In Russian).
<http://padaread.com/?book=20818&pg=1>
- [4] Weinstein B.I., Kuznetsov V.M., Shatsukevich F.F. [The relative effectiveness of explosives in explosions in soils] *Otnositel'naya effektivnost' VV pri vzryvax v gruntax* // Fizika goreniya i vzryva. 1984. No. 5. C. 104–106 (In Russian).
http://www.sibran.ru/journals/issue.php?ID=150981&ARTICLE_ID=151105
- [5] Rodionov V.N. [The excitation mechanism of low-frequency bulk seismic waves during an underground explosion] *O mexanizme vzbuzhdeniya nizkochastotnyx ob'yomnyx seismicheskix voln pri podzemnom vzryve* // Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika. 1981. No. 5. C. 153–155 (In Russian).
http://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151737&ARTICLE_ID=151875
- [6] Kataeva L.Yu. [Setting up and conducting a computational experiment to study aerodynamic and hydrodynamic processes in natural and man-made emergencies] *Postanovka i provedenie vychislitel'nogo eksperimenta po issledovaniyu ae'ro- i gidrodinamicheskix processov v avarignyx situacijax prirodno i texnogennogo xaraktera* // M.: Russian State Open Technical University of Railway Engineering, Moscow, 2007. C. 218. (In Russian).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=19438277>
- [7] Kamalyan R.Z., Kamalyan S.R. [The modeling of strong disturbances in a soil massif (on the example of a porous medium)] *O modelirovanii sil'nyx vozmushhenij v gruntovom massive (na primere poristoj sredy)* // European Researcher. 2011. No. 5–1(7). P. 496–498 (In Russian).
http://www.erjournal.ru/journals_n/1309441407.pdf
- [8] Artyshev S.G., Dunin S.Z. [Shock waves in dilating and non-dilating media] *Udarnye volny v dilatiruyushhix i nedilatiruyushhix sredax* // Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika. 1978. No. 4. C. 104–108 (In Russian).
http://sibran.ru/journals/issue.php?ID=153551&ARTICLE_ID=153698
- [9] Ilicheva M.N., Kataeva L.Yu., Maslennikov D.A., Loshchilov A.A. [The use of modern numerical methods for modeling the propagation of pulsed action based on the Euler equations] *Ispol'zovanie sovremennyx chislennyx metodov dlya modelirovaniya rasprostraneniya impul'snogo vozdejstviya na osnove uravnenij E'jlera* // Materialy XXXI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii «Aktual'nye problemy pozharnoj bezopasnosti». 2019. C. 180–183 (In Russian). <https://elibrary.ru/item.asp?id=38074297>

- [10] Structural Mechanics Module User's Guide // COMSOL Inc. 2018. P. 1160.
<https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.sme/StructuralMechanicsModuleUsersGuide.pdf>
- [11] Maslennikov D.A., Belotserkovskaya I.E., Loshchilov S.A., Kataeva L.Yu. [Features of numerical simulation of the distribution of the total heat flux during forest fires] *Osobennosti chislennogo modelirovaniya rasprostraneniya summarnogo teplovogo potoka pri lesnyx pozharax* // Nizhnij Novgorod: OOO «Stimul-ST» 2013. C. 110 (In Russian).
<https://elibrary.ru/item.asp?id=24904735>
- [12] Alabyev E.N. [Strength analysis of a gas cylinder with a working pressure of up to 20 MPa] *Prochnostnoj raschet ballona gazovogo s rabochim davleniem do 20 MPa* // Otchet. 2015 (In Russian).
<https://tgko.ru/download.php?price&id=130>