

Определение длины и радиуса концевой цилиндрического груза, сосредоточенного на конце стержня¹

Аитбаева А.А.*

*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова, Уфа

В настоящей работе рассматриваются свободные изгибные колебания однородного стержня. Левый конец стержня заделан, а на правом конце сосредоточен цилиндрический груз массой m_1 и моментом инерции I_1 . Размеры цилиндрического груза – длина h и радиус r_2 считаются неизвестными, в качестве известных акустических данных используются собственные частоты колебания стержня. Цель работы: определить размеры концевой цилиндрического груза на конце стержня по собственным частотам его колебаний.

Поставленная задача сводится к следующей спектральной задаче [1]:

$$y^{(4)} = \lambda^4 y, \\ y(0) = 0, y'(0) = 0;$$

$$y'''(1) - a_1 \lambda^4 y(1) = 0, y''(1) - a_2 \lambda^4 y'(1) = 0,$$

где $a_1 = m/(\rho FL)$, $a_2 = I_1/(\rho FL^3)$, где ρ , F , L – плотность материала, площадь поперечного сечения, длина стержня соответственно, m – масса груза.

В ходе решения задачи найдены неизвестные параметры a_1 , a_2 . С помощью известных формул определения массы и момента инерции толстостенного цилиндра, а также, зная коэффициенты a_1 и a_2 , были получены формулы нахождения длины h и радиуса r_2 груза: $h = a_1^2 r_1^2 \rho L / (2a_2 \rho L^2 - 2r_1^2 a_1 \rho_1)$, $r_1 = ((2a_2 L^2 - r_1^2 a_1) / a_1)^{1/2}$,

где ρ_1 – плотность материала груза, r_1 – радиус стержня (внутренний радиус цилиндрического груза).

Наиболее близкими к задаче работами являются [2] – [4]. Эти работы посвящены задачам идентификации вида и параметров закрепления стержней и балок. Здесь же разобран частный случай условия закрепления стержня с грузом на конце, а именно цилиндрической формы, который еще не рассматривался.

Список литературы:

- [1] Колатц Л. Задачи на собственные значения (с техническими приложениями). М.: Наука, 1968. 504 с.
- [2] Ахтямов А.М. Теория идентификации краевых условий и ее приложения. М.: Физматлит, 2009. 272 с.
- [3] Ахтямов А.М., Урманчеев С.Ф. Определение параметров твердого тела, прикрепленного к одному из концов балки, по собственным частотам колебаний // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. XI, No 4. С. 19–24.
- [4] Akhtyamov A.M., Mouftakhov A.V. Identification of boundary conditions using natural frequencies // Inverse Problems in Science and Engineering. 2004. Vol. 12, No. 4. P. 393–408.
- [5] Аитбаева А.А. Математическое моделирование и идентификация вида и параметров закрепления конца стержня по собственным частотам его колебаний: дисс. ... канд. физ.-мат. наук: 05.13.18. Уфим. гос. авиац. университет, Уфа, 2018. 95 с.

¹ Работа выполнена при поддержке гранта Республики Башкортостан молодым ученым 2020 года №20ГР