

## Применение неструктурированной сетки Вороного для численного решения задач фильтрации<sup>1</sup>

Киреев Т.Ф.<sup>\*,</sup> Булгакова Г.Т.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Уфимский государственный авиационный технический университет, Уфа

<sup>\*\*</sup>Уфимский научно-технический центр, Уфа

Неструктурированные сетки имеют ряд преимуществ перед структурированными сетками: они позволяют лучше описать неоднородности пласта, сократить эффект ориентации сетки и в некоторых случаях увеличить скорость вычислений за счет уменьшения общего количества ячеек. Сложные граничные условия, геометрия горизонтальных скважин и скважин, вскрытых в трещине, точнее описываются такими сетками.

Для численного решения задач фильтрации в большинстве случаев применяется метод конечных объемов. Используемые при этом методы аппроксимации конвективных и диффузионных слагаемых можно разделить на двухточечные и многоточечные.

Аппроксимация двухточечными методами монотонна, но согласована только для ортогональных и  $k$ -ортогональных сеток [1, 2]. Например, для РЕВИ сетки, построенной на основе диаграммы Вороного, такая дискретизация будет согласована при решении задач в изотропных областях, и не согласована при решении задач в анизотропных областях. Сетки, состоящие из треугольников или тетраэдров, в общем случае не обладают свойством ортогональности, поэтому двухточечная аппроксимация для них будет не согласована даже в изотропных областях.

Многоточечные методы аппроксимации позволяют получить согласованную дискретизацию для произвольных неструктурированных сеток в анизотропных областях, но требуют больших вычислительных затрат по сравнению с двухточечными методами. К недостаткам большинства многоточечных методов можно так же отнести их немотонность [3], а к недостаткам двухточечных методов – высокий эффект ориентации сетки.

Стоит отметить, что дискретизация многофазных или нелинейных задач фильтрации, как правило, не согласована на

любых сетках, даже для многоточечных методов аппроксимации [1]. К счастью, условие согласованности не является необходимым для сходимости численного метода. Например, известно, что двухточечная аппроксимация на неравномерной прямоугольной блочно-центрированной сетке не согласована, но, тем не менее, численное решение сходится [4].

В отличие от сеток, основанных на триангуляции, сетка Вороного состоит из выпуклых многоугольников или многогранников. Такая форма ячеек, по сравнению с треугольной или тетраэдральной формой, снижает эффект ориентации при использовании двухточечной аппроксимации потока. Поэтому сетку Вороного в комбинации с двухточечной аппроксимацией потока можно считать оптимальной с точки зрения соотношения точности и вычислительных затрат.

В данной работе рассмотрена задача двухфазной фильтрации в пористой среде. Проведено сравнение прямоугольной сетки и сетки Вороного. Полученные кривые дебитов нефти на сетке Вороного оказались точнее дебитов, полученных на прямоугольной сетке с таким же количеством ячеек. Показано, что сетка Вороного позволяет получить более реалистичный фронт движения воды за счет снижения эффекта ориентации сетки.

### Список литературы:

- [1] Nacul E. C., Aziz K. Use of irregular grid in reservoir simulation. SPE Annual Technical Conference and Exhibition. 1991.
- [2] Wu X. H., Parashkevov R. R. Effect of grid deviation on flow solutions. SPE Reservoir Simulation Symposium. 2005.
- [3] Nikitin K., Terekhov K., Vassilevski Y. A monotone nonlinear finite volume method for diffusion equations and multiphase flows // Computational Geosciences. 2013. Vol. 18. P. 311-324.
- [4] Forsyth P. A., Sammon P. H. Quadratic convergence for cell-centered grids // Applied Numerical Mathematics. 1988. Vol. 4. P. 377-394.

<sup>1</sup> При финансовой поддержке ООО «Уфимский научно-технический центр» и РФФИ (проект 17-41-020226 p\_a)