

Инвариантные подмодели одноатомного газа на трехмерных подалгебрах с проективным оператором ¹

Никонорова Р.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Рассматривается система уравнений газовой динамики с уравнением состояния одноатомного газа [1]

$$\begin{aligned} D\vec{u} + \rho^{-1}\nabla p &= 0, \\ D\rho + \rho \operatorname{div}\vec{u} &= 0, \\ DS &= 0, \quad S = p\rho^{-\frac{5}{3}}. \end{aligned} \quad (1)$$

где $D = \partial_t + \vec{u} \cdot \nabla$ — оператор полного дифференцирования по времени, $\nabla = (\partial_x, \partial_y, \partial_z)$ — вектор градиента, $\vec{u} = (u, v, w)$ — вектор скорости, ρ — плотность, p — давление, S — функция энтропии. Все зависимые переменные считаются функциями времени t и декартовых координат $\vec{x} = (x, y, z)$

Система (1) допускает группу преобразований с 14-мерной алгеброй Ли. Специфика модели одноатомного газа заключается в том, что алгебра Ли содержит проективный оператор $X_{12} = t^2\partial_t + tx\partial_x + ty\partial_y + tz\partial_z + (x-tu)\partial_u + (y-tv)\partial_v + (z-tw)\partial_w - 3t\rho\partial_\rho - 5tp\partial_p$. Оптимальная система неподобных подалгебр 14-мерной алгебры Ли построена в работе [2]. Из оптимальной системы неподобных подалгебр рассматриваются трехмерные подалгебры, содержащие проективный оператор. Для этих подалгебр вычисляются инварианты базисных операторов.

Если их оказывается достаточно, чтобы выразить через них все искомые функции, то строятся инвариантные подмодели ранга 1, представляющие собой системы обыкновенных дифференциальных уравнений [3]. Построено 9 инвариантных подмоделей. При рассмотрении вырожденных решений для некоторых подмоделей были найдены точные решения, для которых получены траектории движения частиц газа в физическом пространстве.

Список литературы

- [1] Овсянников Л. В. Программа ПОДМОДЕЛИ. Газовая динамика // Прикладная математика и механика. Москва: РАН. 1994. Т. 58, вып. 4. С. 30–55.
- [2] Черевко А. А. Оптимальная система подалгебр для алгебры Ли операторов, допускаемых системой уравнений газовой динамики с уравнением состояния $p = f(S)\rho^{\frac{5}{3}}$. - Новосибирск, 1996. (Препринт/ Институт гидродинамики СО РАН; № 4. 39 с.).
- [3] Никонорова Р.Ф. Подмодели одноатомного газа наименьшего ранга, построенные на основе трехмерных подалгебр симметрии. // Сибирские электронные математические известия. 2018.з Т. 15. С. 1216–1226.

¹Работа поддержана грантом РФФИ (№ 18-29-10071) и частично средствами государственного бюджета по госзаданию (№ 0246-2019-0052)