

Волны в жидкости над деформируемой поверхностью

Перегудин С.И.*, Перегудина Э.С.**, Холодова С.Е.***

*СПбГУ, СПб

**СПГУ, СПб

***ИТМО, СПб

Рассмотрим задачу о взаимодействии потока жидкости с дном, состоящим из сыпучего материала. Для объяснения механизма образования волн на поверхности сыпучей среды воспользуемся классической гипотезой, изложенной в монографии Б.А. Шуляка [1].

Волны на поверхности сыпучей среды начали привлекать пристальное внимание исследователей чуть позже, чем волны на воде. Однако в противоположность последним, они пока недостаточно изучены. Причина этого — не только отсутствие большего интереса к ним со стороны исследователей, но и в значительных сложностях их изучения. Достаточно указать, что в основном логически законченный математический аппарат динамики жидкости был сформирован еще классиками гидродинамики, в то время как для сыпучей среды исследователи не имеют его и сейчас. Всякий раз исследователи используют частные приемы и вспомогательные методы, которые позволяют далеко не полностью компенсировать отсутствующую теорию динамики сыпучей среды. Аналогичные трудности встречаются и в экспериментальной практике.

В естественных природных водоемах достаточно редки случаи, когда дно акватории твердо, непроницаемо и недеформируемо. Как правило, дно реки или моря представляет собой смесь, компонентами которой являются песок, ил, глина или гравий. В результате воздействия потока жидкости поверхность дна принимает волнообразную форму. Такого рода песчаные волны можно наблюдать на отмелях рек после схода воды. Подобные, только гораздо более высокие, волны образуются в пустыне в виде дюн и барханов.

Рассмотрим трехслойную среду — два слоя идеальной однородной жидкости, грунт. Нижняя жидкость имеет плотность ρ_1 , верхняя — ρ_2 , $\rho_1 > \rho_2$. На поверхности раздела верхний слой — воздух (свободной поверхности), и на поверхности раздела двух слоев образуются волны. При движении нижнего слоя происходит взаимодействие жидкости с грунтом, в

результате чего частицы донного слоя также приходят в движение.

Расположим ось x вдоль невозмущенной горизонтальной поверхности раздела слоев, ось y направлена вертикально вверх. Толщина верхнего слоя в невозмущенном состоянии — H_2 , нижний слой (в предположении горизонтальности дна) имеет толщину H_0 . Свободная поверхность в текущий момент времени t будет иметь вид $y = H_2 + \eta_2(x, t)$, поверхность раздела $y = \eta_1(x, t)$, поверхность дна $y = -H_0(x, t) = -H_0 + \eta(x, t)$.

Будем считать движение в каждом слое потенциальным:

$$\left(u_j(x, y, t), v_j(x, y, t) \right) = \nabla \varphi_j(x, y, t), \quad j = 1, 2.$$

На свободной поверхности и поверхности раздела выполняются кинематическое и динамическое условия, кроме того, в каждом слое жидкости имеет место интеграл Лагранжа-Коши. На деформируемом дне выполняется кинематическое условие и уравнение неразрывности для деформируемого донного слоя, связывающее расход жидкости через вертикальное сечение донного слоя с формой его поверхности [1-3].

В предположении волн малой амплитуды изначально сформулированная задача допускает аналитическое решение, при этом исследуемый динамический процесс возможен лишь в случаях, когда фазовая скорость волны зависит либо от волнового числа, твердого расхода донного вещества и горизонтальной компоненты скорости, либо — от волнового числа, ускорения свободного падения и плотности каждого слоя, в частности, их градиента, либо — лишь от волнового числа и ускорения свободного падения. Все эти свойства хорошо проявляются в случае бесконечной глубины каждого из слоев.

Список литературы:

- [1] Шуляк Б.А. Физика волн на поверхности сыпучей среды и жидкости. М.: Наука, 1071. 400 с.
- [2] Перегудин С.И. Волновые движения в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. 288 с.
- [3] Холодова С.Е., Перегудин С.И. Моделирование и анализ течений и волн в жидких и сыпучих средах. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2009. 456 с.