

О корректности начально-граничной задачи для неоднородного уравнения колебания балки

Фадеева О.В.

СамГТУ, Самара

В данной работе изучен вопрос о корректности одной начально-граничной задачи для консольной балки.

Для уравнения, описывающего вынужденные изгибные поперечные колебания однородной балки при отсутствии вращательного движения при изгибе:

$$U_{tt} + a^2 U_{xxxx} = F(x, t), \quad 0 < x < l, \quad 0 < t < T,$$

была поставлена начально-граничная задача, характеризующая колебания балки, один конец которой свободен, а другой заделан.

Можно отметить, что во многих учебниках ([1]) определены собственные частоты и виды собственных колебаний для рассмотренного уравнения с различными краевыми условиями, но начально-граничные задачи не исследованы. В данной работе решение поставленной начально-граничной задачи построено в явном виде как сумма ортогонального ряда по системе собственных функций, а так же приведены доказательства теорем единственности, существования и устойчивости построенного решения.

Решение поставленной задачи проведено методами спектрального анализа. Найдены собственные значения полученной спектральной задачи и составлена соответствующая система собственных функций. Было доказано, что в пространстве L_2 рассмотренная система функций обладает свойствами ортогональности и полноты. Единственность решения поставленной задачи доказана двумя способами. Первый

способ основан на применении интеграла энергии, а второй – на полноте системы собственных функций. Решение данной начально-граничной задачи построено в явном виде и представлено как сумма ряда по системе собственных функций соответствующей одномерной спектральной задачи. Найдены оценки коэффициентов этого ряда и системы собственных функций, на основании которых установлены достаточные условия на начальные функции, выполнение которых обеспечивает равномерную сходимость построенного ряда в классе регулярных решений уравнения колебаний балки. Так приведено доказательство теоремы существования решения поставленной начально-граничной задачи. Опираясь на полученное решение данной задачи, установлена устойчивость ее решения в зависимости от начальных данных

Список литературы:

- [1] [1] Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966, 724 с.
- [2] [2] Сабитов К.Б. Колебания балки с заделанными концами // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2015. Т.19. №2 (39), С.311-324.
- [3] [3] Сабитов К.Б. К теории начально-граничных задач для уравнения стержней и балок // Дифференциальные уравнения. 2017. Т.53. №1, С. 89-100