

ISSN: 2658–5782

Номер 3–4

2020

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Пляшущие капли на воде

Терентьев А.Г.

Чувашский государственный университет им И.Н. Ульянова, Чебоксары

В работе предлагается теоретическая модель подпрыгивания капли воды на свободной поверхности. Движение капли в воздухе описывается обычными уравнениями, связывающими силы инерции, тяжести и Стокса (сопротивление вязкости). Капля считается сферической с заданным поверхностным натяжением. Численные расчеты проводились по одному и тому же алгоритму, но с разными начальными условиями. Одни условия задаются для распада капли, другие – для отражения капли от свободной поверхности. Показано, что распад капли происходит периодически с уменьшением размера капли и увеличением высоты подъема капли. В промежутке между распадами капли происходит периодическое отражение от свободной поверхности с уменьшением высоты подъема.

Ключевые слова: капля, поверхность, поверхностное натяжение

1. Введение

Исследованию взаимодействия капли со свободной поверхностью воды посвящено большое количество работ [1–4]. Подробная информация представлена в статьях [5, 6]. Численные методы применительно к каплям и кавернам можно найти в [7]. Следует отметить, что достаточно широкий материал, особенно съёмки замедленных движений капли, можно найти в интернете. В частности, Вячеслав Медведь представил интересный кинофильм с замедленным падением капли на воду. Путем сравнения снимков он показал, что после распада капли диаметр новой капли уменьшается вдвое. В промежутке между распадами капли происходит периодическое отражение от свободной поверхности с уменьшением амплитуды. Так повторяется несколько раз, демонстрируя «пляску» капли на воде. Процесс происходит в весьма малом промежутке времени, так что при обычном наблюдении невооруженным глазом это невозможно зафиксировать, только высокочастотной фотокамерой (2000 кадров в секунду и более). Несмотря на многочисленные опытные наблюдения такой «пляски», теоретического объяснения данного яв-

ления не имеется. Скоростные фотоснимки показывают также, что капля при падении с малой высоты на свободную поверхность подпрыгивает, как на батуте, и постепенно успокаивается, хотя и не разрушается. Можно предположить, что свободные поверхности при соприкосновении не сразу разрушаются, а каждая из них продолжают быть независимой, но соприкасающейся поверхностью. Через некоторый промежуток времени в точке касания происходит разрыв поверхности, и жидкость под внутренним давлением капли выливается в основной поток. Однако часть жидкости образует новую каплю диаметром примерно в два раза меньшим, и которая также совершает вертикальное движение. Это повторяется несколько раз, пока размер капли не уменьшится до предельного малого значения и не исчезнет в основной жидкости.

В настоящей работе предлагается теоретическая модель распада капли воды и последующее колебательное движение на свободной поверхности. Задача состоит из двух проблем: 1) распад капли, 2) отражение капли от свободной поверхности. Последующее вертикальное движение капли в поле силы тяжести с учетом поверхностной силы трения воздуха описывается одним и тем же уравнением. Поскольку движение происходит с малой скоростью, то жидкость (вода) и воздух считаются несжимае-

мыми.

2. Начальные условия деформации капли

Пусть капля воды имеет сферическую форму радиуса R , тогда разность внешнего и внутреннего давлений в соответствии с формулой Лапласа $\Delta p = 2\sigma/R$, где σ — поверхностное натяжение. Потенциальная энергия капли $U = 4\pi\sigma R^2$. Будем предполагать, что капля первоначально соприкасается с поверхностью основной жидкости, заполняющей нижнее полупространство. При соприкосновении со свободной поверхностью капля некоторый малый промежуток не реагирует на касание, затем поверхность капли разрушается, и часть жидкости из капли перетекает в основную жидкость; другая часть в виде сферы радиуса $r = R/2$ совершает свободное вертикальное движение в воздухе. Из уравнения Бернулли вычисляется скорость истечения жидкости

$$V_e = 2\sqrt{\sigma/R\rho}, \quad (1)$$

где ρ — плотность воды.

Поскольку масса уменьшенной капли $M_0 = \rho\pi R^3/6$, а масса жидкости, перетекающей из капли, равна $M_e = 7\rho\pi R^3/6$, то сохранение энергии капли выражается равенством

$$U = U_0 + K_0 + K_e,$$

где $U_0 = 4\pi\sigma r^2$, $K_0 = M_0 V_0^2/2$ — потенциальная и кинетическая энергии уменьшенной капли; $K_e = M_e V_e^2/2$ — кинетическая энергия части жидкости, перетекающей в основную жидкость.

Отсюда вычисляется начальная скорость капли:

$$V_0 = -\sqrt{2}V_e. \quad (2)$$

3. Вертикальное движение капли

На каплю радиуса $r = R/2$, кроме силы инерции $F_{in} = -4\pi r^3 \rho y''/3$, действуют сила тяжести $F_g = -4\pi r^3 \rho g/3$ и стоковая сила трения $F_{St} = -6\pi r \mu V(t)$, где μ — динамическая вязкость воздуха. Поэтому движение капли описывается линейным дифференциальным уравнением

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{9\mu}{2\rho r^2} V - g.$$

Решение уравнения с учетом начальных условий ($V(0) = V_0$) определяется стандартными методами. Если обозначить параметр $a = 9\mu/2r^2\rho$, то из (2) следует

$$V(t) = \left(\frac{g}{a} + V_0\right) e^{-at} - \frac{g}{a}. \quad (3)$$

Ордината $y(t) = \int_0^t V(t)dt + r$ или

$$y(t) = \frac{1}{a} \left(\frac{g}{a} + V_0\right) (1 - e^{-at}) + r - \frac{gt}{a}. \quad (4)$$

Из уравнения (3) можно найти момент времени, когда капля достигнет максимальной высоты и скорости $V(T_0) = 0$:

$$T_0 = \frac{1}{a} \ln \left(1 + \frac{aV_0}{g}\right).$$

Максимальная высота подъема капли $h = y(T_0)$.

Момент времени T_1 , когда капля вернется назад и коснется свободной поверхности $y(T_1) = r$, можно вычислить только численно, приняв, например, в качестве начального приближения $t_0 = 2T_0$.

Через определенное время происходит распад капли: 7/8 жидкости со скоростью (1) устремляются вниз, другая 1/8 часть в виде уменьшенной капли с начальной скоростью (2) совершает вертикальное движение. Если обозначить теперь радиус r как R , то все предыдущие формулы будут справедливы и для последующей капли. Так можно проследить весь процесс распада заданной капли. Между распадами капли вновь образованная капля совершает вертикальное затухающее колебание.

4. Затухающее колебание капли

После касания свободной поверхности основной жидкости капля не исчезает, а получает некоторый вертикальный импульс и совершает свободное вертикальное движение. Теперь уже рассматривается капля постоянного радиуса r , и формулы (3), (4) справедливы и в данном случае. Определение начальной скорости представляет очень трудную проблему, связанную с деформацией капли и потерей энергии за счет вязкости. Ясно, что скорость отскока будет меньше скорости падения капли. Здесь для простоты предполагается, что скорость отскока $V_0 = -V(T_1)/2$, что примерно согласуется с экспериментальными наблюдениями. С энергетической точки зрения это означает, что 3/4 кинетической энергии капли до удара переходит в диссипативную энергию, 1/4 часть энергии — в кинетическую энергию после удара.

5. Результаты расчетов

Все расчеты проводились для конкретных значений плотности воды $\rho = 999,1 \text{ кг/м}^3$, плотности воздуха $\rho_a = 1,225 \text{ кг/м}^3$, поверхностного натяжения $\sigma = 0,0728 \text{ Н/м}$, динамической вязкости воздуха $\mu_a = 1,746 \cdot 10^{-4} \text{ Н/м}\cdot\text{с}$, что соответствует температуре 15° .

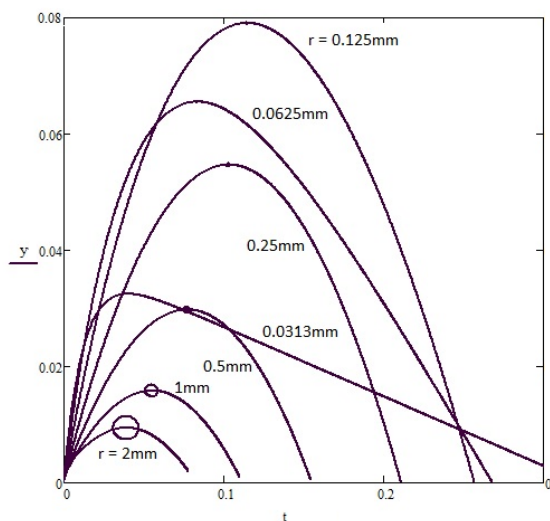


Рис. 1. Кривые зависимости подъема капли различного радиуса. Указанный радиус $r = 2$ мм соответствует первоначальному радиусу $R = 4$ мм до распада капли

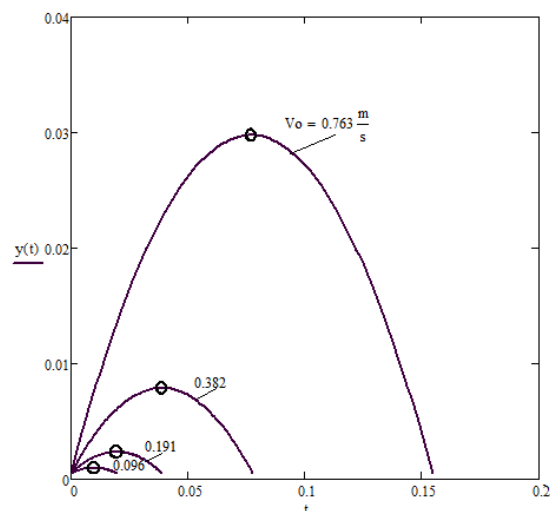


Рис. 2. Зависимость высоты подъема одной и той же капли радиуса $r = 0,25$ мм после распада капли радиуса $r = 0,5$ мм

Результаты расчетов представлены на рис. 1 и 2. На рис. 1 нанесены кривые зависимости подъема капли после распада. Радиус капли показан в миллиметрах, время в секундах. Видно, что с уменьшением капли до $r = 0,125$ мм высота подъема увеличивается. Это связано с тем, что внутреннее давление капли увеличивается и растет начальная скорость. Однако с уменьшением радиуса $r < 0,125$ мм высота подъема капли уменьшается, так как большее влияние оказывает вязкость воздуха. Например, при радиусе $r = 0,0314$ мм, что свойственно каплям в облаках, сила вязкостного трения уравнивается с силой тяжести; капля движется по инерции.

Из рис. 2 видно, что капля между распадами капли радиуса $R = 0,5$ мм и $r = 0,25$ мм совершает затухающее колебание. Аналогичное колебание наблюдается и на других интервалах. Заметим, что результаты расчетов справедливы для малых чисел Рейнольдса и чисел Вебера. Если высота падения капли достаточно большая, то скорость приведения тоже большая, и капля углубляется в жидкость, образуя воронку и брызги. Этот режим достаточно полно рассмотрен в [1].

6. Заключение

1. Разрушение капли на свободной поверхности происходит дискретно с уменьшением радиуса капли, при этом высота подъема капли увеличивается.

2. В промежутке между распадами капли происходит колебательное движение капли.
3. Разрыв поверхности капли при соприкосновении со свободной поверхностью происходит не мгновенно, а через определенный промежуток времени. Эти промежутки, как впрочем, и неупругое отражение от свободной поверхности нуждаются в дополнительном экспериментальном исследовании.

Список литературы

- [1] Архипов В.А., Трофимов В.Ф. Образование вторичных капель при ударном взаимодействии капли с поверхностью жидкости // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 1. С. 55–62. eLIBRARY ID: 15175888
- [2] Чашечкин Ю.Д., Прохоров В.Е. Аэро-гидроакустика удара свободно падающей капли с поверхностью воды // ДАН РФ. 2010. Т. 434, № 1. С. 51–55. eLIBRARY ID: 15215509
- [3] Mahajan L.D. Liquid drops on the same liquid surface // Nature. 1930. V. 126, No. 3185. P. 761–767. DOI: 10.1038/126761c0
- [4] Hobbs P.V., Kezweeny A.J. Splashing of a water drop // Science. 1967. V. 155, No. 3766. P. 1112–1114. DOI: 10.1126/science.155.3766.1112
- [5] Соловьев А.Д. Слияние капель жидкости при соударениях // Физика облаков и искусственных воздействий. Тр. ЦАГИ. 1969. Вып. 89. С. 3–25.
- [6] Ogus H.N., Prosperetti A. Bubble entrainment by the impact of a drop on liquid surface // J. Fluid Mech. 1990. V. 212. P. 143–179. DOI: 10.1017/S0022112090002890
- [7] Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. The Hydrodynamics of Cavitating Flows. Backbone Publishing Company, USA. 2011.



Jumping drops on the surface of the water

Terentiev A.G

Chuvash State University named after I.N. Ulyanov, Cheboksary, Russia

The paper proposes a theoretical model for the bouncing of a water drop on a free surface. The motion of a drop in air is described by the usual equations connecting the forces of inertia, gravity, and Stokes (viscosity resistance). The drop is considered spherical with a given surface tension. Numerical calculations were carried out using the same algorithm, but with different initial conditions. Some conditions are set for the droplet disintegration, others for the droplet reflection from the free surface. It is shown that the disintegration of a drop occurs periodically with a decrease in the drop size and an increase in the drop rise height. In the interval between droplet decays, periodic reflection from the free surface occurs with a decrease in the rise height.

Keywords: drop, surface, surface tension

References

- [1] Arkhipov V.A., Trofimov V.F. Formation of secondary drops during impact interaction of a drop with a liquid surface // *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*. 2005. V. 46, No. 1. Pp. 42–48.
DOI: 10.1007/s10808-005-0006-8
- [2] Chashechkin Y.D., Prokhorov V.E. Aero- and hydroacoustics of the impact for a droplet freely falling onto the water surface // *Doklady Physics*. 2010. V. 55, No. 9. Pp. 460–464.
DOI: 10.1134/S1028335810090090
- [3] Mahajan L.D. Liquid drops on the same liquid surface // *Nature*. 1930. V. 126, No. 3185. P. 761–767.
DOI: 10.1038/126761c0
- [4] Hobbs P.V., Kezweeny A.J. Splashing of a water drop // *Science*. 1967. V. 155, No. 3766. P. 1112–1114.
DOI: 10.1126/science.155.3766.1112
- [5] Soloviev A.D. [Merging of liquid droplets upon collisions] *Fizika oblakov i iskusstvennykh vozdeystvij. Trudy CAGI* [Physics of clouds and artificial influences. Proceedings of CAHI]. 1969. Issue 89. Pp. 3–25.
- [6] Ogus H.N., Prosperetti A. Bubble entrainment by the impact of a drop on liquid surface // *J. Fluid Mech.* 1990. V. 212. P. 143–179.
DOI: 10.1017/S0022112090002890
- [7] Terentiev A.G., Kirschner I.N., Uhlman J.S. *The Hydrodynamics of Cavitating Flows*. Backbone Publishing Company, USA. 2011.