



ISSN: 2658–5782

Номер 1

2021

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





## Численное исследование зависимости скорости волны фильтрационного горения газа от параметров процесса

Садриддинов П.Б.

Таджикский национальный университет, Душанбе

В работе рассмотрено численное исследование зависимости скорости распространения фронта фильтрационного горения газа от других физико-химических параметров, а именно от скорости вдува газа, диаметра частиц пористой среды. Численные расчеты производятся для трех составов водородо-воздушных смесей (65%  $H_2$ +воздух, 55%  $H_2$ +воздух, 33%  $H_2$ +воздух). Также для численного исследования конструируется разностная схема. С помощью этой схемы создан комплекс программ на языке Delphi 7. Полученная программа дает возможность тщательно исследовать вышеуказанные зависимости. Представленные результаты показывают хорошее согласования с известными экспериментальными данными, а также позволяют получить новые выводы о структуре волны фильтрационного горения газов.

**Ключевые слова:** уравнения, анализ, температура, фильтрация, скорость, численный метод, водород, диаметр частиц, химическая реакция, дифференциальные уравнения

Настоящая работа посвящена численному исследованию зависимости скорости волны фильтрационного горения газов от других физико-химических параметров. Фильтрационное горение газов (ФГГ) рассматривается в инертной пористой среде, представленной в виде трубы достаточно большой длины, заполненной зернистым материалом. С правого конца трубы подается газовая смесь, которая продвигается к левому концу. На этом конце происходит поджог газа, и через некоторое время фронт горения начинает распространяться к правому концу. В зависимости от процентного соотношения водорода в воздушной смеси, скорости его вдува, свойств материала и т.д. фронт горения может распространяться вправо, остановиться или уноситься потоком к левому концу трубы. Изучение закономерностей этого процесса открывает возможности проектирования новых техно-

логий в различных областях химической промышленности. Для теоретического описания процесса ФГГ используется математическая модель Лаевского Ю.М. и Бабкина В.С. [1], в которой состояние рассматриваемого объекта в точке с координатой  $x$  в момент времени  $t$  характеризуется тремя функциями: температурами газа  $T_1$ , пористой среды  $T_2$  и относительной концентрации  $n$  недостающего компонента газа. Процесс распространения волн ФГГ изучается по оси  $x$ , движущейся поступательно с постоянной скоростью  $u$  вдоль неподвижной оси  $\xi(x = \xi - ut)$ . В экспериментах было обнаружено, что волна ФГГ в подвижной системе координат  $x$  довольно быстро стабилизируется. Для изучения установившегося состояния волны Бабкиным В.С. и другими впервые предложена следующая математическая модель:

$$\left\{ \begin{array}{l} -\rho_2 c_2 u \frac{dT_2}{dx} = \\ = \frac{d}{dx} \left( \alpha_2 \lambda_2 \frac{dT_2}{dx} \right) + \alpha_c S_c (T_1 - T_2), \\ \rho_1 c_p (v_1 - u) \frac{dT_1}{dx} = \\ = \frac{d}{dx} \left( \alpha_1 \lambda_1 \frac{dT_1}{dx} \right) - \alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_1 Q \eta_0 J, \\ \rho_1 (v_1 - u) \frac{dn}{dx} = \frac{d}{dx} \left( \rho_1 D \frac{dn}{dx} \right) - \rho_1 J, \\ J = nk_0 \exp(E/RT_1), \\ \rho_1 (v_1 - u) = \text{const}, \quad \rho_1 T_1 = \text{const}, \end{array} \right. \quad (1)$$

где

$$\alpha_c = \frac{Nu \lambda_1}{d_{eff}}; \quad Nu = 0,395 Re^{0,64} \frac{1}{Pr}; \quad Re = \frac{|v_{10}| d_{eff} \rho_1^0}{\mu_1}; \\ Pr = \frac{c_p \mu_1}{\lambda_1}; \quad d_{eff} = \frac{2\alpha_1 d}{3\alpha_2}; \quad S_c = \frac{6\alpha_2}{d};$$

$T_1, T_2$  — температуры газа и пористой среды;  $n$  — относительная массовая концентрация недостающего компонента;  $v_1$  — скорость газа в порах;  $\rho_1, c_p$  — приведенная плотность и теплоемкость смеси газов при постоянном давлении;  $\rho_2, c_2$  — те же величины для пористой среды;  $\lambda_1$  — коэффициент теплопроводности смеси газов;  $\lambda_2$  — эффективный коэффициент теплопроводности пористой среды;  $\alpha_1, \alpha_2$  — объемные содержания газа и пористой среды;  $\alpha_c$  — поверхностный коэффициент межфазного теплообмена;  $S_c$  — удельная поверхность пористой среды;  $\alpha_0$  — объемный коэффициент теплоотдачи в окружающее пространство;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $J$  — скорость химической реакции;  $k_0$  — предэкспонент;  $E$  — энергия активации;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $\mu_1, \eta_0, d$  — постоянные физико-химические и геометрические параметры газа и пористой среды.

Причем на искомые функции накладываются следующие ограничения:

$$\begin{array}{l} x = -\infty: \quad T_1 = T_2 = T_0, \quad n = 1, \\ x = +\infty: \quad \frac{dT_1}{dx} = \frac{dT_2}{dx} = 0, \quad \frac{dn}{dx} = 0. \end{array} \quad (2)$$

Первое и второе уравнения системы (1) описывают перенос тепла в пористой среде и газовой смеси, третье и четвертое характеризуют перенос масс недостающего компонента газа и газовой смеси в целом и пятое — уравнение состояние газа.

Система стационарных уравнений на основе решения математической модели фильтрационного горения газов, состоящая из одномерных уравнений сохранения энергии газа и пористой среды,

сохранения массы недостающего компонента смеси газов, сохранения полного количества вещества в потоке и уравнения идеального газа, была создана и исследована рядом авторов [2–4].

Из (1) с граничными условиями (2) получим следующую систему для изучения структуры стационарных волн фильтрационного горения газов в движущейся с постоянной скоростью  $U$  системе координат и на бесконечном интервале времени:

$$\begin{array}{l} -\rho_2 c_2 U \frac{dT_2}{dx} = \\ = \alpha_2 \lambda_2 \frac{d^2 T_2}{dx^2} + \alpha_c S_c (T_1 - T_2) - \alpha_{0,e} (T_2 - T_0), \\ \rho_1 c_p (v_1 - U) \frac{dT_1}{dx} = \\ = -\alpha_c S_c (T_1 - T_2) + \rho_1 Q \eta_0 nk_0 \exp(-E/RT_1), \\ \rho_1 (v_1 - U) \frac{dn}{dx} = -\rho_1 nk_0 \exp(-E/RT_1), \\ \rho_1 (v_1 - U) = \rho_{10} (v_{10} - U), \quad \rho_1 T_1 = \rho_{10} T_0. \end{array} \quad (3)$$

Граничные условия задачи:

$$\begin{array}{l} x = -\infty: \quad T_1 = T_0, \quad T_2 = T_0, \quad n = 1, \\ x = +\infty: \quad \frac{dT_1}{dx} = 0, \quad \frac{dT_2}{dx} = 0, \quad n = 0. \end{array} \quad (4)$$

Численно задача решается методом Рунге–Кутты четвертого порядка точности. Для убедительности правильного использования этого метода численно решается система из трех дифференциальных уравнений с тремя неизвестными функциями, допускающая аналитическое решение, подобная системе (3). Все расчетные значения скоростей вычислены при следующих теплофизических характеристиках:  $\rho_1^0 = 0.6$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2^0 = 3000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\alpha_1 = 0.5$ ,  $c_p = 10^3$  Дж/(кг·К),  $c_2 = 660$  Дж/(кг·К),  $T_0 = 300$  К,  $\lambda_1 = 0.084$  Вт/(м·К),  $\lambda_2 = 4$  Вт/(м·К),  $E = 126 \cdot 10^3$  кг·м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>·моль),  $Q = 15.13 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>,  $k_0 = 5 \cdot 10^{10}$  с<sup>-1</sup>,  $d = 10^{-3}$  м,  $\eta_0 = 0.077$ ,  $R = 8.314$  кг·м<sup>2</sup>/(с<sup>2</sup>·моль·К).

Для этого предварительно приведем уравнения к безразмерному виду:

$$\theta_1 = \frac{T_1 - T_0}{T_e - T_0}, \quad \theta_2 = \frac{T_2 - T_0}{T_e - T_0}, \quad x = \frac{\xi}{L}, \quad n = \frac{\eta}{\eta_0},$$

получим

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\theta_1}{dx} = a_1 (\theta_1 - \theta_2) + a_2 \exp\left(\frac{a_6}{\theta_1 + a_7}\right), \\ \frac{d\theta_2}{dx} = \frac{1}{a_3} \frac{d^2 \theta_2}{dx^2} + a_4 (\theta_1 - \theta_2), \\ \frac{dx}{dx} = a_5 n \exp\left(\frac{a_6}{\theta_1 + a_7}\right), \end{array} \right. \quad (5)$$

где

$$a_1 = -\frac{L\alpha_c S_c}{\alpha_1 c_p \rho_{10}(v_{10} - u)}, \quad a_2 = \frac{\eta_0 Q L k}{(T_e - T_0)(c_p(v_{10} - u))},$$

$$a_3 = -\frac{u \rho_2 c_2 L}{\alpha_2 \lambda_2}, \quad a_4 = -\frac{\alpha_c S_c L^2}{\alpha_2 \lambda_2},$$

$$a_5 = -\frac{L k_0}{v_{10} - u}, \quad a_6 = -\frac{E}{T_e - T_0}, \quad a_7 = \frac{T_0}{T_e - T_0}.$$

Здесь  $L$  — характерный размер.

Систему (5) разрешим относительно старших производных:

$$\begin{cases} \frac{dn}{dx} = a_5 n \exp\left(\frac{a_6}{\theta_1 + a_7}\right), \\ \frac{d\theta_1}{dx} = a_1(\theta_1 - \theta_2) + a_2 n \exp\left(\frac{a_6}{\theta_1 + a_7}\right), \\ \frac{d\theta_2}{dx} = \theta_2, \\ \frac{dx}{d\theta_2} = \frac{1}{a_3} \theta_2 - \frac{a_4}{a_3}(\theta_1 - \theta_2). \end{cases} \quad (6)$$

При решении задачи (6) с помощью метода Рунге–Кутты с погрешностью не более четвертого порядка малости ( $h^4$ ) оказалось, что разность между расчетными и аналитическими решениями на каждом шаге интегрирования интеграла энергии не превышает  $10^{-4}$ , что подтверждает высокую точность метода.

Стационарная скорость  $U$  подбирается таким образом, чтобы решение задачи (3) выходило из одной особой точки ( $T_1 = T_0, T_2 = T_0$ ) и входило в другую  $\frac{dT_1}{dx} = 0, \frac{dT_2}{dx} = 0, n = 0$ .

Для детального численного анализа влияния параметров системы «пористая среда – газ» на характеристики волны ФГГ и получения достаточного представления о ее стационарной структуре рассматривался широкий диапазон входящих в систему параметров.

На рис. 1 показана зависимость скорости распространения фронта ФГГ  $u$  от скорости вдува газа  $v_{10}$  для различного процентного содержания водорода в смеси. Обычно в научной литературе по фильтрационному горению газов приводится зависимость скорости волны ФГГ от скорости вдува газа  $u(v_{10})$  при разных значениях параметров системы [5, 6].

Поэтому для изучения влияния содержания водорода в смеси на изменения  $u(v_{10})$  были рассмотрены три варианта процентного содержания водорода в смеси: 65 %, 55 %, 23 %. Из представленных графиков зависимости  $u = u(v_{10})$  видно, что по мере уменьшения содержания водорода в смеси скорость распространения волны фильтрационного горения газа навстречу потоку увеличивается, что подтверждается расположением кривых

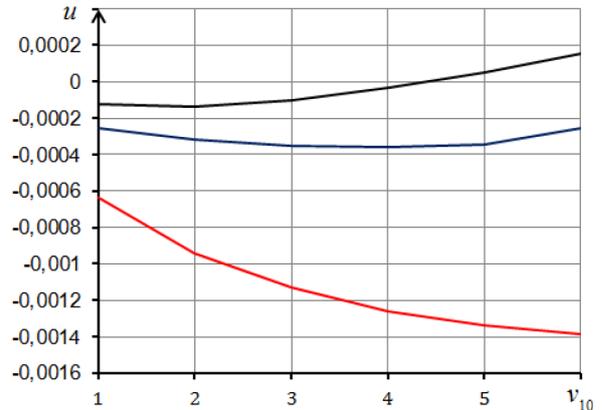


Рис. 1. Зависимость скорости распространения фронта ФГГ  $u$  от скорости вдува газа  $v_{10}$ : 1 – (23%  $H_2$ ), 2 – (55%  $H_2$ ), 3 – (65%  $H_2$ )

зависимости  $u = u(v_{10})$  на рис. 1. Следует отметить, что кривые 2 и 3 показывают наличие максимумов при  $u = -0.00036748$  м/с,  $v_{10} = 3$  м/с и  $u = -0.0001368$  м/с,  $v_{10} = 2$  м/с, что соответствует экспериментальным результатам [5].

На рис. 2 приводятся расчетные кривые зависимости скорости волны от диаметра частиц пористой среды при различных значениях скорости вдува. При каждом фиксированном значении скорости вдува кривые возрастают с увеличением диаметра частиц пористой среды. Например, согласно кривой 1 при  $v_{10} = 1$  м/с и  $d = 1$  мм скорость волны  $u = -0.0001368$  м/с, а при  $d = 6$  мм —  $u = -1.50E - 05$ . В этом случае по характеру возрастания кривой можно ожидать, что при некотором диаметре частиц скорость волны будет равна нулю, то есть реализуется стоячая волна горения.

Из графиков зависимости на рис. 2 получаем подтверждение известных результатов экспериментальных данных [5].

Также были рассчитаны зависимости скорости вдува газа от изменения диаметра частиц (рис. 3). С увеличением скорости вдува кривые располагаются все выше и выше, и стоячая волна горения реализуется при относительно малых диаметрах частиц. Например, согласно кривой 2  $v_{10} = 3$  м/с,  $u = 0$  при  $d \approx 1.5$  мм.

Из рис. 2 и 3 видно, что при некоторых комбинациях скорости вдува и диаметра частиц существует стоячая волна горения ( $u = 0$ ). Представлялось интересным проверить возможность моделирования этого процесса. Оказалось, что полученные в настоящей работе численные решения подтверждают результаты экспериментов. Выполненные расчеты показали, что в случае 55%  $H_2$

Таблица 1. Характеристики режимов

Режим	$S_s$ , м/с	Механизм распространения ФГГ	Ссылки
РНС	$0-10^{-4}$	Теплопроводность каркаса, межфазный теплообмен	[8]
РВС	0.1–10	Дисперсионная теплопроводность и диффузия при постоянном давлении	[9]
ЗС	100–300	Дисперсионная теплопроводность и диффузия при значительных градиентах давления	[10, 11]
НСД	500–100	Специфические детонационные механизмы в масштабах пор	

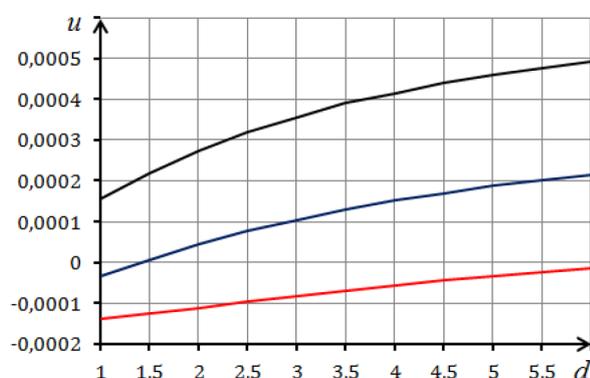


Рис. 2. Зависимость скорости волны  $u$  от диаметра частиц твердой фазы  $d$  (мм) при скоростях вдува газа: 1 – ( $v_{10} = 1$ ), 2 – ( $v_{10} = 3$ ), 3 – ( $v_{10} = 5$ )

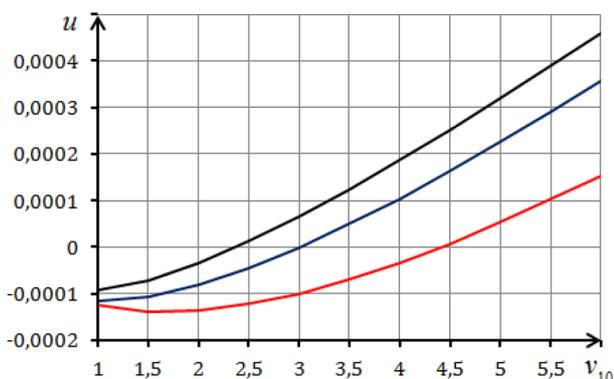


Рис. 3. Зависимость скорости волны  $u$  от скорости вдува газа  $v_{10}$  при разном диаметре частиц: 1 –  $d = 1$  мм, 2 –  $d = 3$  мм, 3 –  $d = 5$  мм

скорость волны равна нулю при диаметре частиц 3,5 мм и скорости вдува 6,0 м/с, а с увеличением диаметра частиц до 6 мм скорость вдува падает до 2,5 м/с. Графики показывают, что по мере уменьшения процентного содержания водорода в смеси кривые зависимости скорости волны на рис. 2 и 3 располагаются все ниже и ниже относительно оси абсцисс. В случае 23 % содержания водорода в смеси все найденные нами скорости волны ФГГ отрицательны, то есть волны распространяются против направления потока газа, что подтверждается экспериментами [5].

Согласно классификации режимов фильтрационного горения газов, настоящая статья посвящена режиму низких скоростей; в литературе распространена классификация режимов ФГГ, основанная на скорости распространения горения относительно пористой среды. Бабкин В.С., например, выделяет режим низких скоростей (РНС), режим высоких скоростей (РВС), режим звуковых скоростей (ЗС) и низкоскоростной детонации (НСД) [7]. Характеристики режимов приведены в табл. 1.

Выполненная работа позволит в дальнейшем получать новые решения с помощью рассмотренной модели расчета для расширенного диапазона исходных данных задачи фильтрационного горения газов.

## Список литературы

- [1] Лаевский Ю.М., Бабкин В.С. В кн.: Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 108–145.
- [2] Кабилов М.М., Садриддинов П.Б., Халимов И.Х. Численное определение структуры и характеристики стационарной волны фильтрационного горения газов // Известия Академии наук Республики Таджикистан. 2011. № 1(142). С. 47–54. eLIBRARY ID: 20202023
- [3] Садриддинов П.Б. Определение скорости фронта фильтрационного горения газов // Вестник Таджикского национального университета. 2015. №1/4(168). С. 17–20. eLIBRARY ID: 24352108

- [4] Киселев О.В., Матрос Ю.Ш., Чумакова Н.А. В кн.: Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука, 1988. С. 145–203.
- [5] Какуткина Н.А., Коржавин А.А., Мбарова М. Особенности фильтрационного горения водородо-, пропано- и метано-воздушных смесей в инертных пористых средах // Физика горения и взрыва. 2006. Т. 42, № 4. С. 8–20.  
eLIBRARY ID: 16542241
- [6] Кабилов М.М., Садриддинов П.Б., Гулбоев Б.Дж., Холов О.А. Математическая модель фильтрационного горения газов при подобию распределения температуры и концентрации // Доклады Академии наук Республики Таджикистан. 2017. Т. 60, № 9. С. 402–409.  
eLIBRARY ID: 32239931
- [7] Babkin V.S. Filtration combustion of gases/ Present state of affairs and prospects // Pure and Appl. Chem. 1993. Vol. 65. P. 335–344.  
DOI: 10.1351/pac199365020335
- [8] Бабкин В.С. Дробышев В.И. Лаевский Ю.М., Потытняков С.И. Фильтрационное горение газов // Физика горения и взрыва. 1983. Т. 19, № 2. С. 17–26.  
[https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151138&ARTICLE\\_ID=151174](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151138&ARTICLE_ID=151174)
- [9] Бабкин В.С. Бунев В.А., Коржавин А.А., Клименко А.С., Зубков В.И., Григорьев В.М. Горение газа в сосуде с высокопористой инертной средой // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 5. С. 17–22.  
[https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=150426&ARTICLE\\_ID=150923](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=150426&ARTICLE_ID=150923)
- [10] Лямин Г.А., Пинаев А.В. О режиме быстрого дозвукового горения газов в инертной пористой среде с плавным подъемом давления в волне // Физика горения и взрыва. 1987. Т. 23, № 4. С. 27–30.  
eLIBRARY ID: 30492084
- [11] Пинаев А.В., Лямин Г.А. Основные закономерности дозвукового и детонационного горения газов в инертных пористых средах // Физика горения и взрыва. 1989. Т. 25, № 4. С. 75–85.  
eLIBRARY ID: 30549898



## Numerical study of the dependence of the wave velocity of filtration gas combustion on the process parameters

Sadriddinov P.B.

Tajik National university, Dushanbe, Tajikistan

When solving problems in the field of filtration combustion of gases, numerical methods are often used to analyze the wave structure depending on changes in the hydrogen content in the mixture and other physical and chemical parameters. This work analyzes the stationary structure of the wave of filtration combustion of incompressible gas in the low-speed mode when the parameters of the gas flow and the porous medium change, as well as when the hydrogen content in the mixture changes. The problem is solved by the numerical Runge-Kutta method of the fourth order of accuracy, tested on a system of differential equations. Reduced to a dimensionless form, the system of equations is written in vector format. Programming is performed in Delphi 7. The results presented show agreement with the known experimental data and also allow us to obtain new conclusions about the structure of the filtration combustion wave of gases.

**Keywords:** equations, analysis, temperature, filtration, velocity, numerical method, hydrogen, particle diameter, chemical reaction, differential equations

### References

- [1] Laevskij Yu.M., Babkin V.S. In book: Propagation of heat waves in heterogeneous media. Novosibirsk: Nauka, 1988. Pp. 108–145. (in Russian)
- [2] Kabilov M.M., Sadriddinov P.B., Halimov I.H. Numerical determination of the structure and characteristics of stationary waves filtration combustion of gases. News of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. 2011. No. 1(142). Pp. 47–54. (in Russian)  
eLIBRARY ID: 20202023
- [3] Sadriddinov P.B. [Determination of the speed of the front of filtration combustion of gases]. Bulletin of the Tajik national university. 2015. No. 1/4(168). Pp. 17–20. (in Russian)  
eLIBRARY ID: 24352108
- [4] Kiselev O.V., Matros Yu.Sh., Chumakova N.A. In book: Propagation of heat waves in heterogeneous media. Novosibirsk: Nauka, 1988. Pp. 145–203. (in Russian)
- [5] Kakutkina N.A., Korzhavin A.A., Mbarawa M. Filtration combustion of hydrogen-air, propane-air, and methane-air mixtures in inert porous media. Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2006. V. 42, No. 4. Pp. 372–385.  
DOI: 10.1007/s10573-006-0065-z
- [6] Kabilov M.M., Sadriddinov P.B., Gulboev B.J., Kholov O.A. Mathematical model filtration combustion of gases in the similarity of the distribution of temperature and concentration. Reports of the Academy of Sciences of the Republic of Tajikistan. 2017. V. 60, No. 9. Pp. 402–409. (in Russian)  
eLIBRARY ID: 32239931
- [7] Babkin V.S. Filtration combustion of gases/ Present state of affairs and prospects. Pure and Appl. Chem. 1993. V. 65. P. 335–344.  
DOI: 10.1351/pac199365020335
- [8] Babkin V.S., Drobyshevich V.I., Laevskij Yu.M., Potytnyakov S.I. [Filtration combustion of gases] *Fizika gorenija i vzryva* [Physics of Combustion and Explosion]. 1983. V. 19, No. 2. Pp. 17–26. (in Russian)  
[https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151138&ARTICLE\\_ID=151174](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=151138&ARTICLE_ID=151174)
- [9] Babkin V.S., Bunev V.A., Korzhavin A.A., Klimenko A.S., Zubkov B.I., Grigoriev V.M. [Combustion of gas in a vessel with a highly porous inert medium]. *Fizika gorenija i vzryva* [Physics of Combustion and Explosion]. 1985. V. 21, No. 5. Pp. 17–22. (in Russian)  
[https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=150426&ARTICLE\\_ID=150923](https://sibran.ru/journals/issue.php?ID=150426&ARTICLE_ID=150923)
- [10] Lyamin G.A., Pinaev A.V. [A regime of subsonic gas combustion in an inert porous medium with smooth pressure rise in the wave]. *Fizika gorenija i vzryva* [Physics of Combustion and Explosion]. 1987. V. 23, No 4. Pp. 27–30. (in Russian)  
eLIBRARY ID: 30492084
- [11] Pinaev A.V., Lyamin G.A. [Basic laws of subsonic and detonation combustion of gases in inert porous media]. *Fizika gorenija i vzryva* [Physics of Combustion and Explosion]. 1989. V. 25, No. 4. Pp. 75–85. (in Russian)  
eLIBRARY ID: 30549898