



ISSN: 2658–5782

Номер 2

2021

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





## Численный анализ акустического рассеяния от слоя звукопроницаемых сфер<sup>1</sup>

Насибуллаева Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Изучение явления рассеяния звуковых волн на неоднородностях малых размеров, отличающихся плотностью и (или) сжимаемостью от основной среды, является одной из важнейших задач акустики, поскольку на данном явлении основываются многие практические применения акустических волн, таких как гидролокация, зондирование атмосферы и океана, создание позиционируемого 3D звука и т.д. В настоящей работе исследуется акустическое рассеяние от слоя, состоящего из множества звукопроницаемых сфер, в трехмерном пространстве при воздействии монополюсного источника излучения. Данный частный случай имеет место, когда область, содержащая множество малых неоднородностей, условно является двумерной (одной из трех размерностей можно пренебречь). Задача решена численно с помощью обобщенной методики расчета, основанной на быстром методе мультиполей, которая позволяет достичь высокой точности получаемых результатов при минимальных затратах машинного времени. Тестирование результатов настоящей работы, полученных для капель воды в воздухе, в пределах небольшой погрешности показало хорошее согласование с аналогичными результатами других исследователей в случае жестких звуконепрозрачных сфер. Показано, что изменение наименьшего расстояния между сферами существенно меняет картину как качественно, так и количественно, поскольку взаимодействие между сферами сильно зависит от плотности расположения сфер в конфигурации. При построении диаграмм распределения нормированного давления на расстоянии от рассеивающего слоя было обнаружено, что слой играет роль двумерной дифракционной решетки, имеющей различную степень прохождения акустических волн, которая зависит от соотношений физических параметров внешней и внутренней сред.

**Ключевые слова:** акустическое рассеяние, рассеивающий слой, звукопроницаемая сфер, метод разложения по мультиполям, монополюсный источник излучения, диаграмма распределения давления

### 1. Введение

При изучении явления рассеяния звуковых волн в трехмерном пространстве на неоднородностях малых размеров, отличающихся плотностью и (или) сжимаемостью от основной среды, возникает ряд подзадач, углубленное исследование которых позволяет получить более полную картину для общей задачи. Одной из таких подзадач является определение давления на некотором расстоянии от рассеивающего слоя, состоящего из малых звукопроницаемых сфер (волна проходит через поверхность), при внешнем воздействии. Подоб-

ные подзадачи могут возникать, например, в гидролокации [1], при зондировании атмосферы или океана [1–3] или при создании позиционируемого 3D звука [4], когда область, содержащая множество исследуемых неоднородностей, условно является двумерной (одной из трех размерностей данной области можно пренебречь).

В настоящей работе исследуется акустическое рассеяние от слоя простой конфигурации, содержащего множество звукопроницаемых сфер, в трехмерном пространстве при воздействии сферической волны от монополюсного источника излучения. Основной целью является построение и анализ диаграмм распределения давления на расстоянии от рассеивающего слоя при различных соотношениях физических параметров внешней и внутренней сред, а также плотности расположения сфер в кон-

<sup>1</sup>Работа поддержана средствами государственного задания № 0246-2019-0052.

фигурации.

Задача решается в рамках вычислительного эксперимента с помощью обобщенной численной техники разложения по мультиполям, изначально разработанной для случая звуконепроницаемых сфер (волна не проходит через поверхность) с произвольным комплексным сопротивлением в работе [5]. Обобщение данной техники для случая звукопроницаемых сфер в частном случае, когда центры сфер лежат на одной оси, представлено в работах [6, 7]. Выбор данной методики разложения по мультиполям обусловлен тем, что она позволяет достичь высокой точности получаемых результатов при минимальных затратах процессорного времени.

Отметим, что для исследований в настоящей работе была выбрана конфигурация, предложенная в работе [5], поскольку она, в отличие от численных исследований других авторов, содержит более трех сфер. Это позволяет провести верификацию представленной численной модели на примере системы, состоящей из большого числа сферических частиц. В дальнейшем на основе данной модели будут исследованы более сложные структуры для звукопроницаемых сфер, так как задача в общем случае не ограничена конфигурациями простой формы.

## 2. Постановка задачи и основные уравнения

В общем случае задача рассеяния звука от  $N$  звукопроницаемых сфер различных радиусов  $a_v$  ( $v = 1, \dots, N$ ) с центрами в координатах  $\mathbf{r}'_v$  сводится к решению уравнения Гельмгольца [8] для комплексного потенциала  $\psi(\mathbf{r})$  в точке вне сфер, имеющей в декартовой системе координат радиус-вектор  $\mathbf{r}$ , с волновым числом  $k_0$

$$\nabla^2 \psi + k_0^2 \psi = 0 \quad (1)$$

и граничными условиями, выражающими равенства потенциала и нормальных составляющих скорости частиц на поверхности  $v$ -ой сферы  $S_v = \{\mathbf{r} : |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_v| = a_v\}$ :

$$\left(\psi(\mathbf{r}) - \psi_{\text{int}}^{(v)}\right)\Big|_{S_v} = 0, \quad (2)$$

$$\left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial \psi_{\text{int}}^{(v)}}{\partial r}\right)\Big|_{S_v} = 0, \quad v = 1, \dots, N, \quad (3)$$

где  $\psi_{\text{int}}^{(v)}$  — комплексный потенциал внутри  $v$ -й сферы, который также удовлетворяет уравнению Гельмгольца, но с волновым числом  $k_v$  для внутренней среды:

$$\nabla^2 \psi_{\text{int}}^{(v)} + k_v^2 \psi_{\text{int}}^{(v)} = 0.$$

В формуле (3)  $\rho_0$  — плотность внешней среды;  $\rho_v$  — плотность среды внутри  $v$ -й сферы.

Потенциал внешнего поля представляется в следующей форме:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{\text{in}}(\mathbf{r}) + \psi_{\text{scat}}(\mathbf{r}), \quad (4)$$

где  $\psi_{\text{in}}(\mathbf{r})$  — потенциал падающего поля;  $\psi_{\text{scat}}(\mathbf{r})$  — потенциал поля рассеяния, который удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда, соответствующему затухающим на бесконечности волнам [9]:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial \psi_{\text{scat}}}{\partial r} - ik_0 \psi_{\text{scat}} \right) = 0.$$

Потенциал поля рассеяния в соответствии с методом разложения по мультиполям [5] в системах отсчета, связанных с центрами сфер ( $\mathbf{r} - \mathbf{r}'_v = \mathbf{r}_v = (r_v, \theta_v, \varphi_v)$ ,  $v = 1, \dots, N$ ), представляется в виде

$$\psi_{\text{scat}}(\mathbf{r}) = \sum_{v=1}^N \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n A_n^{(v)m} S_n^m(\mathbf{r}_v), \quad (5)$$

где  $A_n^{(v)m}$  — неизвестные коэффициенты разложения по мультиполям;  $S_n^m(\mathbf{r}_v) = h_n(k_0 r_v) Y_n^m(\theta_v, \varphi_v)$  — мультиполь порядка  $n$  и степени  $m$ ;  $h_n(z)$  — сферические функции Ханкеля 1-го типа [10];  $Y_n^m(\theta, \varphi)$  — ортогональные сферические гармоники; а потенциал падающего поля —

$$\psi_{\text{in}}(\mathbf{r}) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n C_{\text{in},n}^m(\mathbf{r}'_v) R_n^m(\mathbf{r}_v), \quad (6)$$

где  $C_{\text{in},n}^m(\mathbf{r}'_v)$  — коэффициенты разложения падающего поля около  $\mathbf{r} = \mathbf{r}'_v$ ;  $R_n^m(\mathbf{r}_v) = j_n(k_0 r_v) \times Y_n^m(\theta_v, \varphi_v)$  — регулярные фундаментальные решения уравнения Гельмгольца в сферических координатах, связанные с  $v$ -й сферой;  $j_n(z)$  — сферические функции Бесселя 1-го типа [10].

Окончательно задача сводится к решению системы линейных уравнений относительно неизвестных коэффициентов  $A_l^{(v)s}$ , которую обычно представляют в матричном виде. Для случая звукопроницаемых сфер имеем

$$\mathbf{L}\mathbf{A} = \mathbf{D}, \quad (7)$$

где

$$\mathbf{A} = \{A_u\}, \quad \mathbf{D} = \{D_t\}, \quad \mathbf{L} = \{L_{ut}\},$$

$$A_u = A_l^{(v)s};$$

$$D_t = -B_n^{(w)m} C_{\text{in},n}^m(\mathbf{r}'_w);$$

$$L_{ut} = L_{\tilde{u}\tilde{t}}^{(wv)} = \begin{cases} B_n^{(w)m} (S|R)_{ln}^{sm}(\mathbf{r}'_{vw}) & \text{для } v \neq w, \\ \delta_{\tilde{u}\tilde{t}} & \text{для } v = w; \end{cases}$$

$$B_n^{(w)m} = \frac{j_n(k_0 a_w) j_n'(k_w a_w) - \kappa_w j_n'(k_0 a_w) j_n(k_w a_w)}{h_n(k_0 a_w) j_n'(k_w a_w) - \kappa_w h_n'(k_0 a_w) j_n(k_w a_w)},$$

$$u = (v-1)(n_{tr}+1)^2 + (l+1)^2 - (l-s),$$

$$l = 0, 1, \dots, n_{tr}, \quad s = -l, \dots, l;$$

$$t = (w-1)(n_{tr}+1)^2 + (n+1)^2 - (n-m),$$

$$n = 0, 1, \dots, n_{tr}, \quad m = -n, \dots, n;$$

$$\tilde{u} = (l+1)^2 - (l-s); \quad \tilde{t} = (n+1)^2 - (n-m);$$

$$v, w = 1, \dots, N.$$

Здесь  $(S|R)_{ln}^{sm}(\mathbf{r}'_{vw})$  — коэффициенты перехода при повторном разложении, которые зависят от относительного положения  $v$ -й и  $w$ -й сфер  $\mathbf{r}'_{vw}$  [5];  $B_n^{(w)m}$  и  $\kappa_w = \frac{k_0 \rho_w}{k_w \rho_0}$  — введенные параметры;  $\delta_{\tilde{u}\tilde{t}}$  — символ Кронекера;  $n_{tr}$  — число членов по  $n$  при усечении рядов в разложениях (5) и (6). Отметим, что в настоящей работе при определении числа  $n_{tr}$  использовался подход [11], при котором усечение рядов основывается на сравнении двух последовательных значений суммы искомого ряда  $\Sigma$  (при  $n_i = n_{tr}$  и  $n_{i+1} = n_{tr} + 1$ ): как только их относительная погрешность  $\delta = |(\Sigma_{n_i} - \Sigma_{n_{i+1}}) / \Sigma_{n_i}| \cdot 100\%$  становится меньше некоторого фиксированного значения  $\delta_{fix}$ , дальнейший расчет суммы ряда прекращается и принимается значение  $n_{tr} = n_i$ .

Рассмотрим рассеивающий слой, состоящий из  $N = 1 \times N_y \times N_z$  звукопроницаемых сфер одного радиуса  $a$ , равномерно распределенных в плоскости  $Oyz$  с наименьшим расстоянием между центрами соседних сфер  $\delta_y l = \delta_z l = \delta l$  (конфигурация в случае  $N_y = N_z = 11$  представлена на рис. 1). Монополярный источник излучения  $M_S$  расположен на оси  $Ox$  на расстоянии  $d$  от плоскости  $x = 0$ , содержащей центры сфер, то есть в точке  $M_S = (-d, 0, 0)$ , а точка расчета для тестовой задачи  $M_C$  — на этой же оси, симметрично относительно данной плоскости, то есть в точке  $M_C = (d, 0, 0)$ .

### 3. Численные результаты

При численной реализации техники разложения по мультиполям был разработан программный код на языке программирования Fortran 90 (GCC) в среде MSYS2 (MinGW-w64) с подключением библиотеки LAPACK [12]. Для вычисления специальных сферических функций были адаптированы программные коды [13] для специальных цилиндрических функций, написанные на языке Fortran 77.

Верификация расчетов настоящей работы проводилась путем сравнения с конфигурацией, представленной на рис. 1, для случая звукопроницаемых жестких сфер, которые были рассмотре-

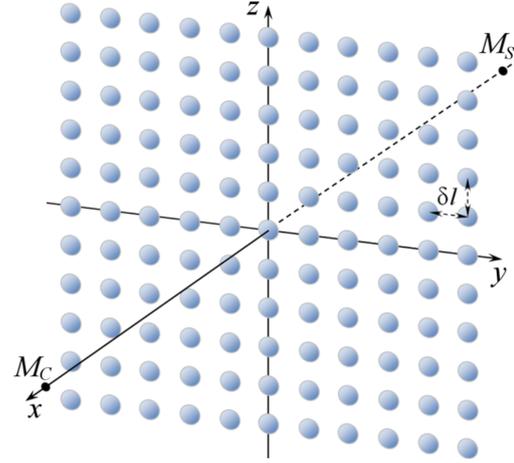


Рис. 1. Рассеивающий слой из 121 равномерно распределенных в плоскости  $Oyz$  сфер одного радиуса  $a$ ;  $\delta l$  — наименьшее расстояние между центрами сфер;  $M_S$  — монополярный источник излучения;  $M_C$  — точка расчета для тестовой задачи

ны в работе [5]. Для того чтобы данное сравнение было возможным в рамках поставленной в настоящей работе задачи, необходимо внутреннюю и внешнюю среды выбрать таким образом, чтобы отношения упругостей вещества сферы ( $\chi_v = \rho_v c_v^2$ ) и внешней среды ( $\chi_0 = \rho_0 c_0^2$ ) и плотностей внутренней и внешней сред были большими [8], то есть  $\chi_v / \chi_0 \gg 1$  и  $\rho_v / \rho_0 \gg 1$ . Тогда в качестве внешней среды может быть выбрана среда с физическими свойствами воздуха ( $\rho_0 = 1.205 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 343.1 \text{ м/с}$ ), а внутренней — воды ( $\rho_v = 998 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_v = 1484 \text{ м/с}$ ). В соответствии с работой [5] зададим следующие параметры: число сфер в конфигурации  $N = 1 \times 11 \times 11 = 121$ , наименьшее расстояние между центрами соседних сфер  $\delta l = 5a$ , радиус сферы  $a = 1$ , расстояние  $d = 10a$ , то есть монополярный источник излучения  $M_S$  расположен в точке  $(-10a, 0, 0)$ , а точка расчета  $M_C$  — в точке  $(10a, 0, 0)$ . При  $n_{tr} = 5$  для волновых радиусов  $k_0 a = 1, 3$  и  $5$  рассчитывалась функция

$$\text{STF} = 20 \lg \left| \frac{\Psi|_{M_C}}{\Psi_{in}|_{M_C}} \right|.$$

Относительные погрешности между расчетными значениями настоящей работы для капель воды в воздухе и численными значениями, полученными в работе [5] для жестких звукопроницаемых сфер, для  $k_0 a = 1$  равны  $0.19\%$ ; для  $k_0 a = 3$  —  $0.92\%$  и для  $k_0 a = 5$  —  $4.64\%$ . Увеличение погрешности с ростом волнового радиуса  $k_0 a$  обусловлено тем, что, чем выше  $k_0 a$ , тем необходимо большее число членов  $n_{tr}$  при усечении рядов в разложении, при

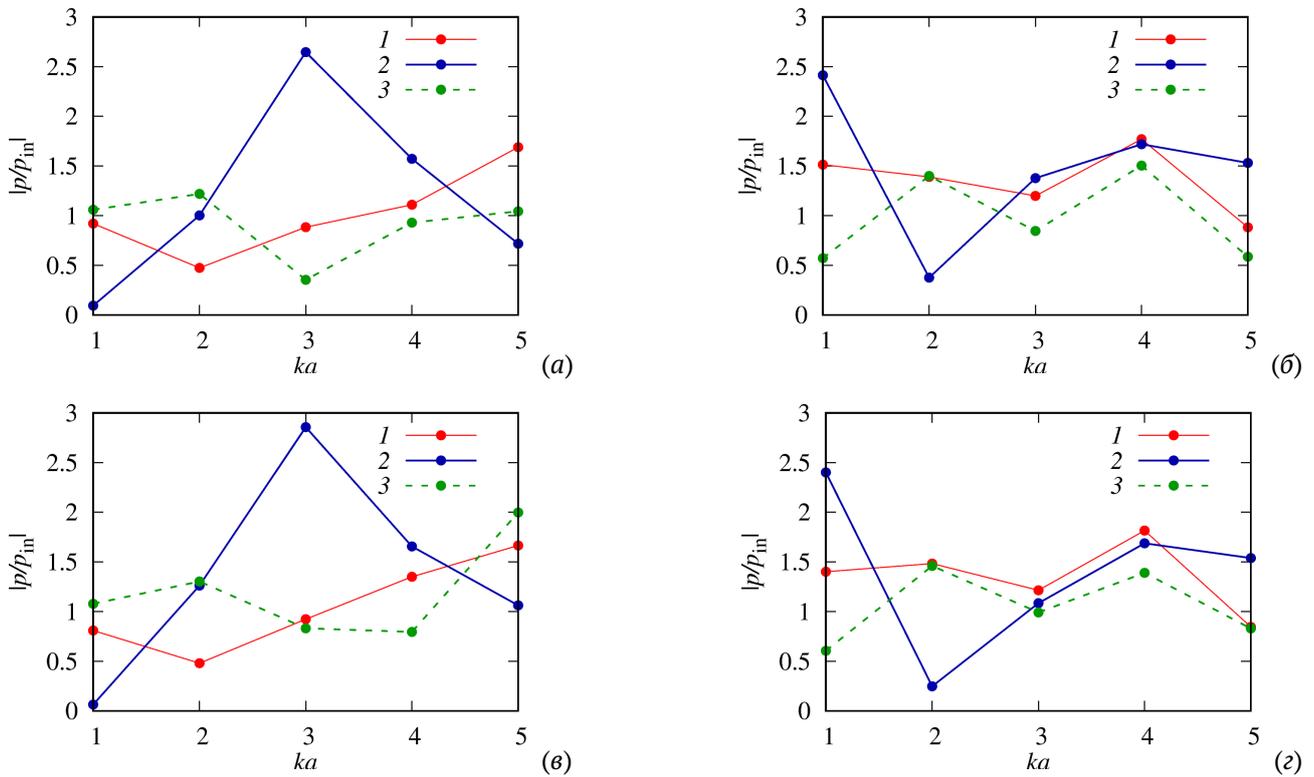


Рис. 2. Значение нормированного давления  $|p/p_{in}|$  в точке  $M_C = (10a, 0, 0)$  в зависимости от волнового числа  $k_0a = 1, 2, 3, 4, 5$  при  $n_{tr} = 8$  для различных конфигураций системы:  $N = 1 \times 11 \times 11$ ,  $\delta l = 3a$  (а);  $N = 1 \times 11 \times 11$ ,  $\delta l = 5a$  (б);  $N = 1 \times 9 \times 9$ ,  $\delta l = 3a$  (в);  $N = 1 \times 9 \times 9$ ,  $\delta l = 5a$  (г) и различных физических параметров внешней и внутренней сред: 1 – капля воды в воздухе; 2 – воздушный пузырек в воде; 3 – капля дихлорэтана в воде

котором достигается устойчивое решение, а, следовательно, тем больше отклонение конечного результата от случая малых жестких сфер. Таким образом, результаты настоящей работы, полученные для капель воды в воздухе, в пределах небольшой погрешности хорошо согласуются с аналогичными результатами для малых жестких сфер.

На рис. 2 представлены результаты расчетов нормированного давления  $|p/p_{in}|$  в точке  $M_C = (10a, 0, 0)$  для конфигурации, представленной на рис. 1, и значений волновых радиусов  $k_0a = 1, 2, 3, 4$  и 5, а также для различных физических параметров внешней и внутренней сред, а именно: для капель воды в воздухе, воздушных пузырьков в воде и капель дихлорэтана ( $\rho_v = 1252.6 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_v = 1034 \text{ м/с}$ ) в воде. Рассмотрены случаи, когда конфигурации отличаются числом сфер  $N = 121$  и  $N = 81$  (см. рис. 2 (а), (б) и рис. 2 (в), (г) соответственно) и наименьшим расстоянием между центрами сфер  $\delta l = 3a$  и  $\delta l = 5a$  (см. рис. 2 (а), (в) и рис. 2 (б), (г) соответственно).

Отметим, что связь между акустическим давлением  $p$  и потенциалом  $\psi$  определяется

следующим соотношением

$$p = \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\omega \rho \psi,$$

поэтому значения  $p$  и  $p_{in}$  выражаются через соответствующие потенциалы с точностью до постоянной величины  $i\omega\rho$ .

Сравнение данных, представленных на рис. 2 (а) и (в), так же, как и на рис. 2 (б) и (г), показало, что уменьшение числа сфер по периметру в конфигурации несущественно влияет на значение расчетной функции в точке  $M_C$  как качественно, так и количественно: модуль разности между соответствующими величинами не превышает значения 0.24. А сравнение рис. 2 (а) и (б) (аналогично, рис. 2 (в) и (г)) дает, что при изменении наименьшего расстояния между сферами картина в расчетной точке существенно меняется как качественно, так и количественно, поскольку взаимодействие между сферами зависит от плотности расположения сфер в конфигурации.

На рис. 3–5 представлены диаграммы распределения нормированного давления  $|p/p_{in}|$  на рас-

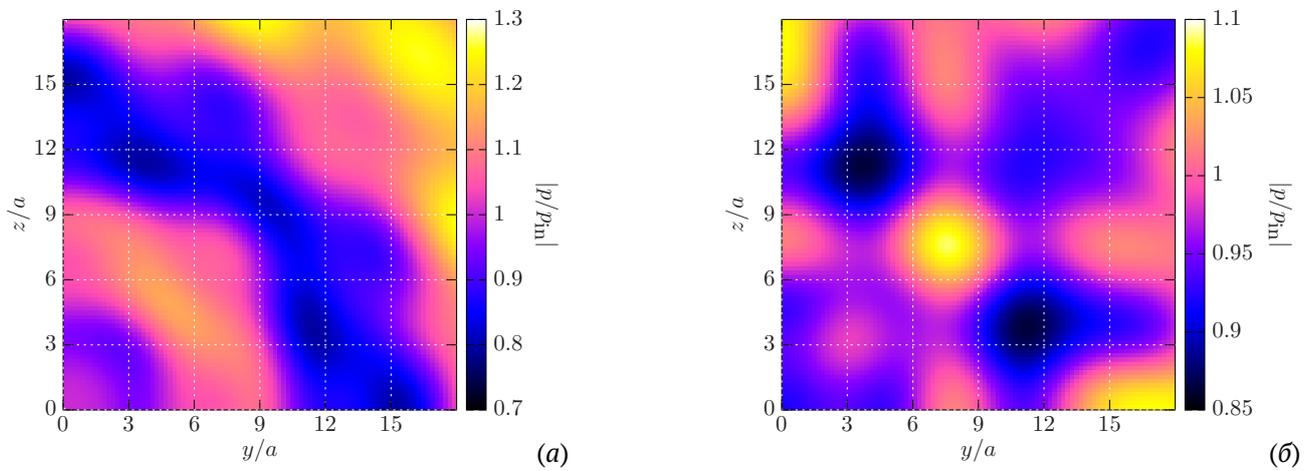


Рис. 3. Диаграммы распределения нормированного давления  $|p/p_{in}|$  для случая капля воды в воздухе при  $\delta l = 3a$  и  $k_0 a = 1$  в I четверти в плоскостях  $x = -10a$  (а) и  $x = 10a$  (б)

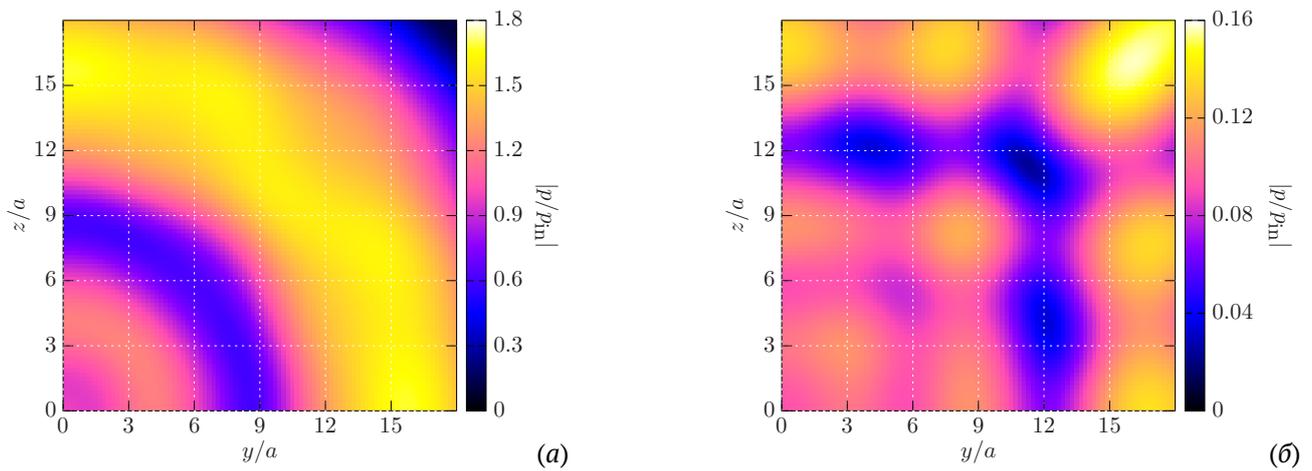


Рис. 4. Диаграммы распределения нормированного давления  $|p/p_{in}|$  для случая воздушных пузырьков в воде при  $\delta l = 3a$  и  $k_0 a = 1$  в I четверти в плоскостях  $x = -10a$  (а) и  $x = 10a$  (б)

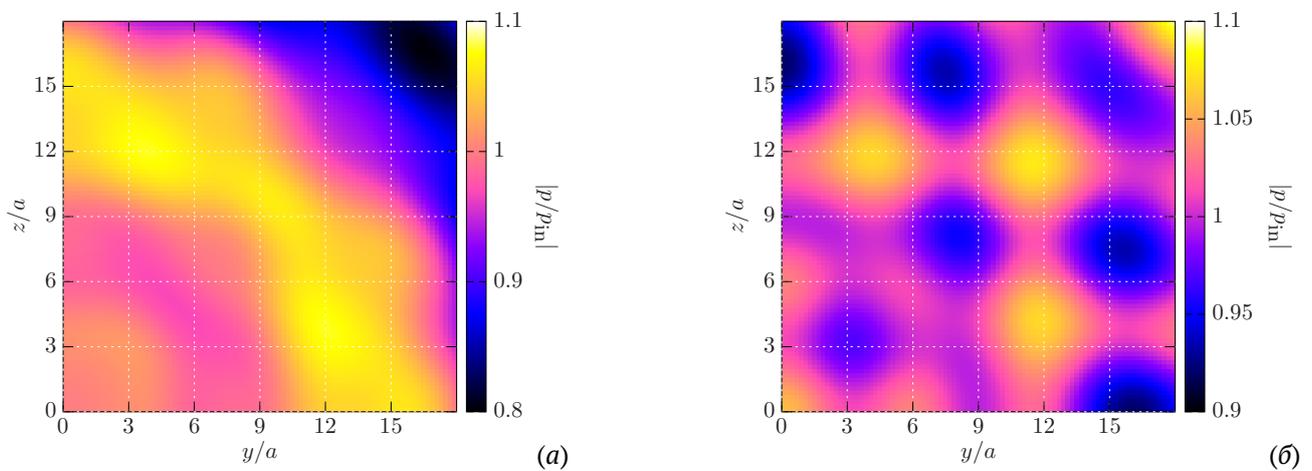


Рис. 5. Диаграммы распределения нормированного давления  $|p/p_{in}|$  для случая капля дихлорэтана в воде при  $\delta l = 3a$  и  $k_0 a = 1$  в I четверти в плоскостях  $x = -10a$  (а) и  $x = 10a$  (б)

стоянии от рассеивающего слоя: в плоскости, содержащей монополюсный источник излучения  $M_S$ , где на распределение давления в основном влияют волны, рассеянные системой сфер в обратном к падающей сферической волне направлении, и в симметричной ей (относительно рассеивающего слоя) плоскости, где на распределение давления влияют волны, прошедшие сквозь данный слой. Рассмотрена конфигурация, представленная на рис. 1, при следующих параметрах:  $N = 1 \times 11 \times 11$ ,  $\delta l = 3a$ ,  $k_0 a = 1$ . Приведены диаграммы для внешних и внутренних сред, соответствующие каплям воды в воздухе (рис. 3), воздушным пузырькам в воде (рис. 4) и каплям дихлорэтана в воде (рис. 5). Поскольку система симметрична относительно осей  $Ox$  и  $Oy$ , то расчеты проведены только в I четверти. Число расчетных точек плоскости:  $91 \times 91$ .

Представленные диаграммы показывают следующее:

- если физические параметры внешней и внутренней сред удовлетворяют соотношениям  $\chi_v/\chi_0 \gg 1$  и  $\rho_v/\rho_0 \gg 1$  (случай капель воды в воздухе), то большая часть волн отражается от рассеивающего слоя (давление в плоскости  $x = -10a$  отклоняется от начального на  $\pm 30\%$ ), в то время, как меньшая часть волн проходит через него (отклонение давления от начального в плоскости за слоем не превышает  $15\%$ );
- если выполняются соотношения  $\chi_v/\chi_0 \ll 1$  и  $\rho_v/\rho_0 \ll 1$  (случай воздушных пузырьков в воде), то основная часть волн отражается (отклонение давления от начального доходит до  $80\%$ , а за слоем нормированное давление  $|p/p_{in}|$  падает до значений  $0.16$  и ниже);
- если физические параметры внешней и внутренней сред сопоставимы друг с другом —  $\chi_v/\chi_0 \approx 1$  и  $\rho_v/\rho_0 \approx 1$  (для капель дихлорэтана в воде имеем  $\chi_v/\chi_0 \approx 0.6$  и  $\rho_v/\rho_0 \approx 1.3$ ), то часть волн отражается от слоя, а часть проходит через него (отклонение давления от начального составляет  $\approx 10\%$  с обеих сторон от рассеивающего слоя).

В табл. 1 для диаграмм, представленных на рис. 3–5, приведено число членов  $n_{tr}$  при усечении рядов, полученное с помощью подхода [11] при  $\delta_{fix} = 1\%$  для всех расчетных точек плоскости. Для рассмотренных случаев при построении диаграмм достаточно брать  $n_{tr} = 3$  кроме диаграммы на рис. 4 (б), для которой необходимая точность для всех точек плоскости достигается при  $n_{tr} = 5$ . В данной таблице приведены также значения наибольшей  $\delta_{max}$  и наименьшей  $\delta_{min}$  относительных

Таблица 1. Число членов при усечении рядов  $n_{tr}$ , наибольшая  $\delta_{max}$  и наименьшая  $\delta_{min}$  относительные погрешности для диаграмм, представленных на рис. 3–5

рис.	$n_{tr}$	$\delta_{max}, \%$	$\delta_{min}, \%$
3 (а)	3	$6.25 \cdot 10^{-2}$	$9 \cdot 10^{-6}$
3 (б)	3	0.27	$1.09 \cdot 10^{-5}$
4 (а)	3	0.66	$1.05 \cdot 10^{-5}$
4 (б)	5	$9.73 \cdot 10^{-2}$	$3.98 \cdot 10^{-5}$
5 (а)	3	$4.76 \cdot 10^{-3}$	$2.97 \cdot 10^{-8}$
5 (б)	3	$1.35 \cdot 10^{-2}$	$6.16 \cdot 10^{-8}$

погрешностей. Видно, что погрешность меньше в случае капель дихлорэтана в воде, то есть, когда физические параметры внутренней и внешней сред сопоставимы друг с другом. Большая погрешность возникает при расчете в плоскости за слоем капель воды в воздухе, а также в плоскости перед слоем воздушных пузырьков в воде.

#### 4. Заключение

В настоящей работе проведено исследование акустического рассеяния от слоя звукопроницаемых сфер при воздействии монополюсного источника излучения. Проведена верификация компьютерной модели с численными данными, полученными другими исследователями для случая слоя жестких звуконепроницаемых сфер, которая показала хорошее качественное и количественное согласование (относительная погрешность не превышает  $4.64\%$  для волновых чисел  $k_0 a \leq 5$ ).

Построенные диаграммы распределения нормированного давления на расстоянии от рассеивающего слоя для различных значений физических параметров (плотность и скорость звука) внешней и внутренней сред показали, что слой играет роль двумерной дифракционной решетки, имеющей различную степень прохождения через слой волн, которая зависит от соотношений физических параметров внешней и внутренней сред. При построении данных диаграмм определено значение числа усечения рядов  $n_{tr}$ , обеспечивающее необходимую точность расчета.

Отметим, что диаграммы, построенные с помощью рассмотренного подхода к изучению акустического излучения от множества сфер, в отличие от подходов, основанных на осредненных уравнениях, позволяют наглядно продемонстрировать полную картину распределения давления вне системы сфер, в том числе для определения зон повышения и понижения давления.

В дальнейшем планируется проведение

исследований акустического рассеяния для различных конфигураций системы в более широком диапазоне изменения физических и геометрических параметров.

### Список литературы

- [1] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. 280 с.
- [2] Сташкевич А.П. Акустика моря. Ленинград: Судостроение, 1966. 356 с.
- [3] Каллистратова М.А. Радиоакустическое зондирование атмосферы. Москва: Наука, 1985. 197 с.
- [4] Технология создания позиционируемого 3D звука.  
<https://www.ixbt.com/multimedia/3dsound-tech.html>  
(accessed: 22.12.2021).
- [5] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // J. Acoust. Soc. Am. 2002. Vol. 112, No. 6. P. 2688–2701.  
DOI: 10.1121/1.1517253
- [6] Насибуллаева Э.Ш. Численное моделирование акустического рассеяния от коаксиальных звукопроницаемых сфер // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 2. С. 115–124.  
DOI: 10.21662/mfs2019.2.016
- [7] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер при внешнем воздействии // Вестник УГАТУ. 2021. Т. 25, № 2(92). С. 93–101.  
eLIBRARY ID: 46340658
- [8] Гринченко В.Т., Вовк И.В., Мацыпура В.Т. Основы акустики. Киев: Наукова думка, 2009. 867 с.
- [9] Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 1981. 512 с.
- [10] Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1974. 832 с.
- [11] Duda R.O., Martens W.L. Range dependence of the response of a spherical head model // J. Acoust. Soc. Am. 1998. Vol. 104. P. 3048–3058.  
DOI: 10.1121/1.423886
- [12] LAPACK – Linear Algebra PACKage.  
<https://www.netlib.org/lapack/> (accessed: 22.12.2021).
- [13] Zhang S., Jin J. Computation of special functions. New York: Wiley–Interscience, 1996. 717 p.



## Numerical analysis of acoustic scattering from a layer of sound-permeable spheres

Nasibullaeva E.Sh.

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

The study of the phenomenon of sound waves scattering by small inhomogeneities, that differ in density and (or) compressibility from the main medium, is one of the important acoustics problems. This is due to the fact that many practical acoustic waves applications are based on this phenomenon, such as hydrolocation, the atmosphere and ocean sounding, creating positionable 3D sound, etc. In the present work, acoustic scattering from a layer consisting of many sound-permeable spheres in 3D space under the monopole radiation source action is investigated. This particular case takes place when a region containing many small inhomogeneities is conventionally two-dimensional (one of three dimensions can be neglected). The problem is solved numerically using a generalized numerical technique based on the fast multipole method, which allows achieving high accuracy of the results with minimal computer time. Verifying the results of the present work, obtained for water droplets in air, within a small error, showed good agreement with similar results of other researchers for soundproof spheres. It is found that a change in the smallest distance between the spheres significantly changes the calculated function values both qualitatively and quantitatively, since the interaction between the spheres highly depends on the density of the sphere arrangement in the configuration. Normalized pressure distribution diagrams, plotted at a distance from the scattering layer, showed that the layer is a two-dimensional diffraction grating analog, which has a different degree of acoustic wave penetration that depends on the ratio of the physical parameters of the external and internal media.

**Keywords:** acoustic scattering, scattering layer, sound-permeable spheres, multipole expansion method, monopole radiation source, pressure distribution diagram

### References

- [1] Ishimaru A. Wave Propagation Scattering in Random Media, 1st Edition. New York: Academic Press, 1978. 272 p.
- [2] Stashkevich A.P. [Acoustics of the sea] *Akustika morya*. Leningrad: Sudostroenie, 1966. 356 p. (in Russian).
- [3] Kallistratova M.A. [Radio-acoustic sounding of the atmosphere] *Radioakusticheskoe zondirovanie atmosfery*. Moscow: Nauka, 1985. 197 p. (in Russian).
- [4] Technology for creating positioned 3D sound. <https://www.ixbt.com/multimedia/3dsound-tech.html> (accessed: 22.12.2021).
- [5] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. Vol. 112, No. 6. P. 2688–2701. DOI: 10.1121/1.1517253
- [6] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical simulation of acoustic scattering from coaxial sound-penetrable spheres]. *Mnogofaznye sistemy* [Multiphase Systems]. 2019. V. 14, No. 2. Pp. 115–124 (in Russian). DOI: 10.21662/mfs2019.2.016
- [7] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical analysis of acoustic scattering from sound-permeable spheres under external influence]. *Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University)* [Vestnik UGATU]. 2021. V. 25, No. 2(92). Pp. 93–101 (in Russian). eLIBRARY ID: 46340658
- [8] Grinchenko V.T., Vovk I.V., Macypura V.T. [Osnovy akustiki] *Basics of acoustics*. Kiev: Naukova Dumka, 2009. 867 p. (in Russian).
- [9] Vladimirov V.S. Equations of Mathematical Physics. New York: Marcel Dekker, Inc. 1971. 426 p.
- [10] Korn G.A., Korn Th.M. Mathematical Handbook for Scientists and Engineers. McGraw Hill Book Company, 1968. 943 p.
- [11] Duda R.O., Martens W.L. Range dependence of the response of a spherical head model // *J. Acoust. Soc. Am.* 1998. Vol. 104. P. 3048–3058. DOI: 10.1121/1.423886
- [12] LAPACK – Linear Algebra PACKage. <https://www.netlib.org/lapack/> (accessed: 22.12.2021).
- [13] Zhang S., Jin J. Computation of special functions. New York: Wiley–Interscience, 1996. 717 p.