

ISSN: 2658–5782

Номер 3–4

2022

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Моделирование сопряженного теплообмена термовязкой жидкости в цилиндрическом канале¹

Моисеев К.В.^{*,**}, Ямлихина И.Н.^{*}

^{*}Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

^{**}Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

В работе рассматривается течение термовязкой жидкости в цилиндрическом канале для различных типов функций вязкости при совместном решении задачи сопряженного теплообмена канала с окружающим материалом. Рассмотрена модель цилиндрического канала с протекающей внутри термовязкой жидкостью с заданными скоростью и вязкостью. Методология процесса заключается в использовании системы модельных уравнений, описывающих динамику процессов течения термовязкой жидкости, основанной на законах сохранения энергии фаз, уравнении неразрывности, уравнении сохранения количества движения в форме Навье–Стокса с учетом сопряженного теплообмена и уравнении теплообмена для твердого тела. Численная реализация модельных представлений осуществлена с применением цифрового пакета Comsol Multiphysics. Получены профили скорости и температуры в поперечном сечении канала. Показано влияние функции вязкости на профиль течения, а также на количественные характеристики потока и теплообмена. Проведен анализ зависимости характера профилей скорости и температуры от вязкости жидкости и типа зависимости вязкости от температуры. Результатом проделанной работы являются найденные особенности и закономерности, возникающие в процессе сопряженного теплообмена термовязкой жидкости в цилиндрическом канале при сравнении линейной и экспоненциальной зависимостей вязкости от температуры. Проведен анализ полученных зависимостей вязкости и температуры в профиле потока, значения максимальной скорости потока. Показано, что вязкое трение вызывает локальное повышение температуры вблизи стенок трубы с последующим увеличением скорости жидкости из-за уменьшения вязкости. Полученные результаты являются базовыми для дальнейшего развития данной темы и будут использованы для решения новых задач в области моделирования потока термовязкой жидкости и сопряженного теплообмена.

Ключевые слова: термовязкая жидкость, теплообмен, цилиндрический канал, профили скорости, профили температуры

1. Введение

Течение термовязких жидкостей в каналах играет важную роль, так как каналы являются основными узлами в теплообменном оборудовании. При течении вязкой жидкости отдельные ее слои взаимодействуют друг на друга с силами, касательными к слоям. Это явление называют внутренним трением

или вязкостью. Вследствие симметрии поперечного сечения ясно, что в канале частицы текущей жидкости, равноудаленные от оси, имеют одинаковую скорость. Наибольшей скоростью обладают частицы, движущиеся вдоль оси канала. При наличии теплообмена термовязкой жидкости со стенками канала вязкость жидкости становится неоднородной, что сказывается на течении и теплообмене. Таким образом, возникает определенный интерес к исследованию зависимости качественных и количественных характеристик потоков термовязких жидкостей в каналах.

Изучению этого явления посвящено большое

¹Работа выполнена в рамках государственного задания № 0246-2019-0052

количество работ [1–4], однако потенциал для более глубокого изучения до сих пор неисчерпаем.

2. Постановка задачи

Рассмотрим течение термовязкой жидкости в цилиндрическом канале, схема представлена на рис. 1. Канал окружен теплопроводным материалом, имеющим конечные размеры и форму параллелепипеда $1 \text{ м} \times 0,1 \text{ м} \times 0,1 \text{ м}$.

Термовязкая жидкость поступает в канал, расположенный вдоль оси блока. Течение термовязкой жидкости направлено вдоль оси канала и обусловлено заданным перепадом давления.

Модель строится на основе фундаментальной системы дифференциальных уравнений гидродинамики, включающей уравнение неразрывности, уравнение сохранения количества движения в форме Навье–Стокса, уравнение сохранения энергии, записанное относительно температуры в канале, и уравнение теплопроводности материала, окружающем канал:

$$\begin{aligned} \nabla \vec{v} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + \vec{v}(\nabla \vec{v}) &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\nabla p}{\rho}(\mu(T)\nabla \vec{v}), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + \vec{v}\nabla T &= \chi_0 \Delta T, \\ \frac{\partial T}{\partial t} &= \chi_m \nabla T, \end{aligned}$$

где \vec{v} — скорость жидкости; t — время; $\mu(T)$ — функция зависимости динамической вязкости от температуры; p — избыточное давление; ρ — плотность жидкости; T — температура жидкости; χ_0 — коэффициент температуропроводности жидкости; χ_m — коэффициент температуропроводности окружающего материала.

В начальный момент времени будем считать, что температура канала и окружающего материала T_1 , жидкость поступает в канал с температурой $T_2 > T_1$. Жидкость в канале находится в покое.

На стенках канала будем задавать условия прилипания $\vec{v} = 0$. На входе в цилиндрический канал задана фиксированная скорость жидкости $v = v_0$. На выходе из канала считается, что избыточное давление отсутствует $p = 0$.

Рассматриваются жидкости с двумя типами зависимости вязкости от температуры. Функции вязкости определены на одном температурном интервале (T_1, T_2) с одной областью значений (μ_1, μ_2) .

Линейно возрастающая и убывающая зависимости вязкости жидкости от температуры представляются в следующем виде (графики функций

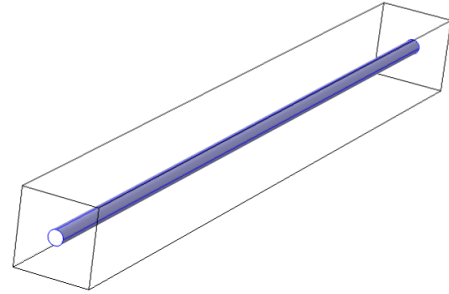


Рис. 1. Эскиз блока течения жидкости

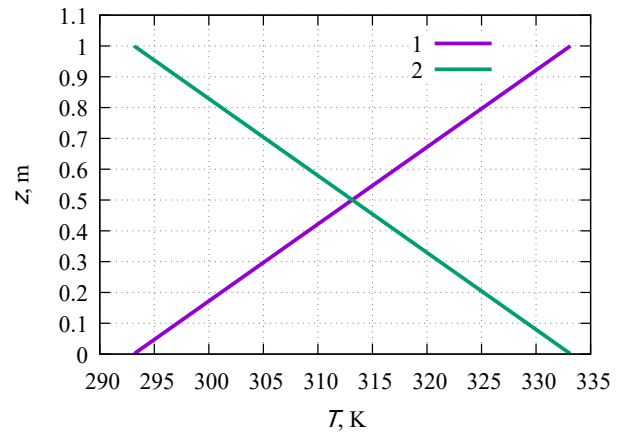


Рис. 2. Графики линейно возрастающей (1) и убывающей (2) зависимостей вязкости жидкости от температуры

приведены на рис. 2):

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_1 + \Delta\mu \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}, \\ \mu &= \mu_1 - \Delta\mu \frac{T - T_1}{T_2 - T_1}, \end{aligned}$$

где $\Delta\mu = \mu_2 - \mu_1$.

Экспоненциально возрастающая и убывающая зависимости вязкости жидкости от температуры представлены на рис. 3 и имеют вид:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_1 e^{(\log(\Delta\mu) \frac{T - T_1}{T_2 - T_1})}, \\ \mu &= \mu_2 e^{(-\log(\Delta\mu) \frac{T - T_1}{T_2 - T_1})}, \end{aligned}$$

где $\Delta\mu = \mu_2 / \mu_1$.

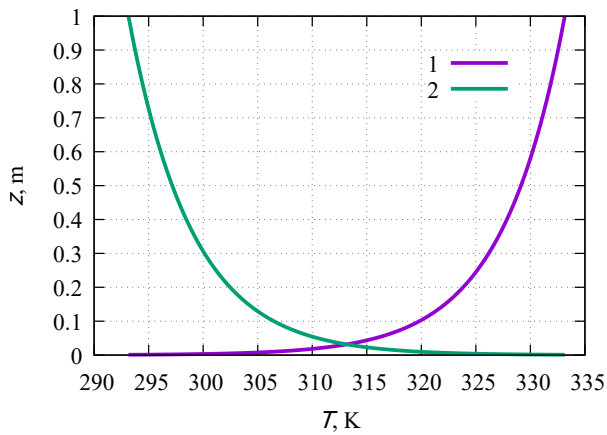


Рис. 3. Графики экспоненциально возрастающей (1) и убывающей (2) зависимостей вязкости жидкости от температуры

3. Практическая часть

Задача решалась численно с помощью пакета Comsol Multiphysics при следующих диапазонах вязкости $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$. Втекающая в канал жидкость имеет следующие свойства: $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $\mu_1 = 0,001 \text{ Па}\cdot\text{с}$, $v_0 = 0,01 \text{ м/с}$, $T_1 = 333,15 \text{ К}$, $\chi_m = 6,8 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$. Вмещающий канал представляет собой твердое тело с параметрами $T_2 = 293,15 \text{ К}$, $\chi_m = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$. Расчеты для всех типов зависимостей вязкости от температуры проводились на одном промежутке времени — 10 часов.

На рис. 4 приведены профили температуры для линейно возрастающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. При $\Delta\mu = 1$ профиль температуры имеет

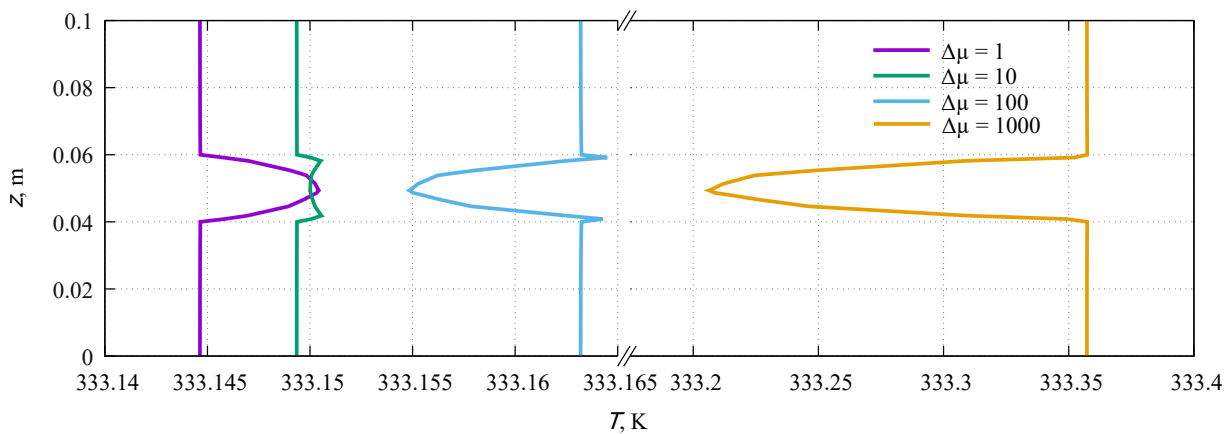


Рис. 4. Профили температуры для возрастающей линейной функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

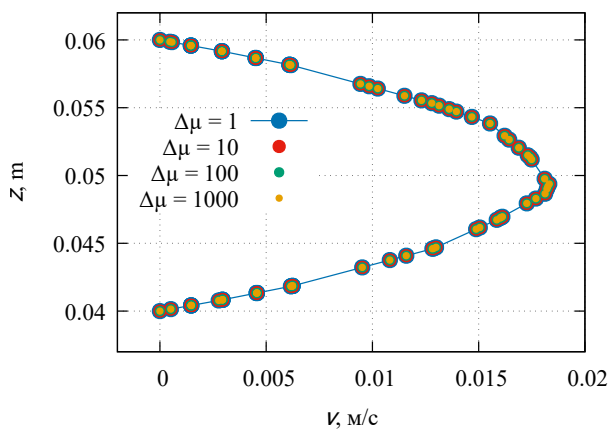


Рис. 5. Профили скорости для возрастающей линейной функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

параболический вид, что соответствует профилю течения. Для $\Delta\mu = 10$ профиль температуры принимает вид «заячьих ушей», а для $\Delta\mu = 100, 1000$ профили имеют обратно параболический вид, что свидетельствует о том, что на заданном временном интервале не удалось добиться развитого течения и, как следствие, установившегося теплообмена.

На рис. 5 приведены профили скорости для линейно возрастающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Профили имеют идентичный параболический тип и практически одинаковое значение максимальной скорости потока, что свидетельствует о том, что теплообмен осуществляется за счет режима теплопроводности.

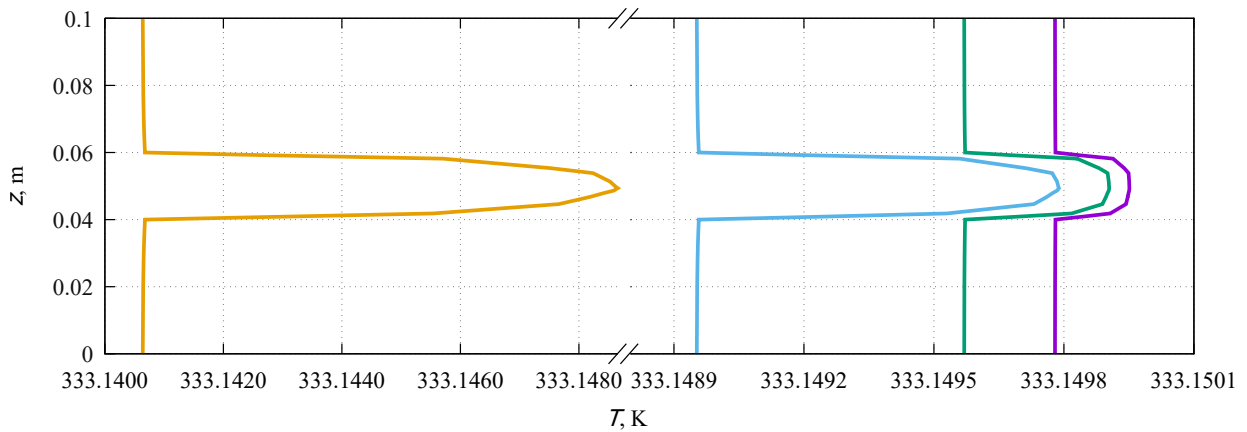


Рис. 6. Профили температуры для убывающей линейной функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

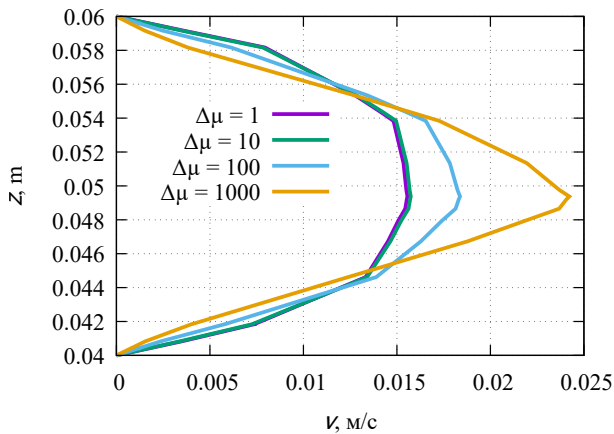


Рис. 7. Профили скорости для убывающей линейной функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

На рис. 6 приведены профили температуры для линейно убывающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Профили имеют идентичный параболический вид.

На рис. 7 приведены профили скорости для линейно убывающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Величина скорости возрастает с увеличением $\Delta\mu$. Видно, что профили устремляются к оси канала с увеличением $\Delta\mu$, что свидетельствует о преобладании конвективного теплообмена.

На рис. 8 приведены профили температуры для экспоненциально возрастающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. При $\Delta\mu$ профиль температуры имеет параболический вид, что соответствует профилю течения. Для $\Delta\mu = 10$ профиль температуры принимает

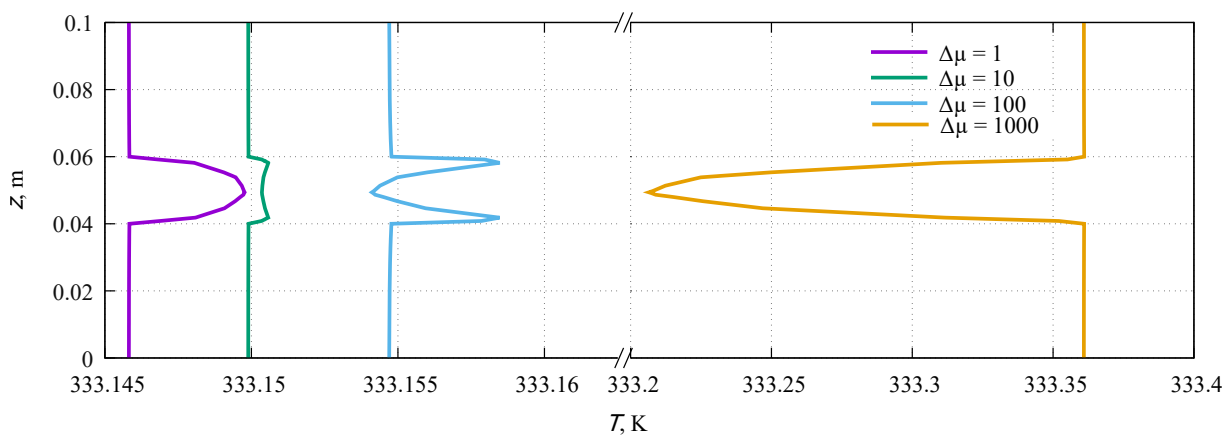


Рис. 8. Профили температуры для экспоненциально возрастающей функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

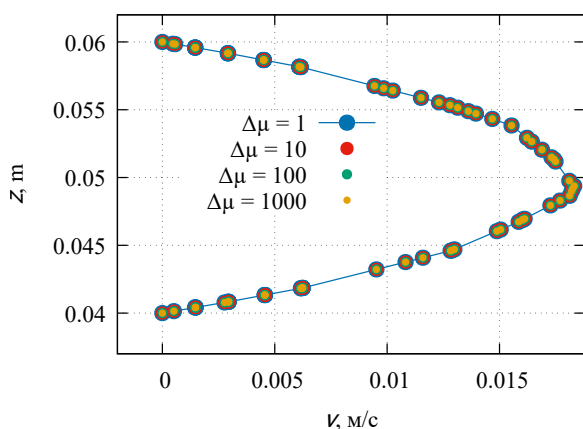


Рис. 9. Профили скорости для экспоненциально возрастающей функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

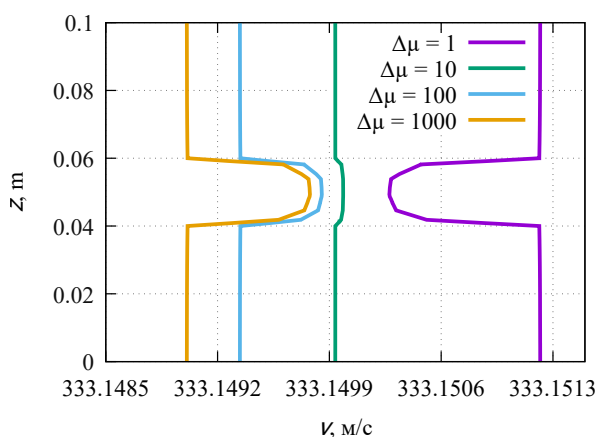


Рис. 10. Профили скорости для экспоненциально убывающей функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

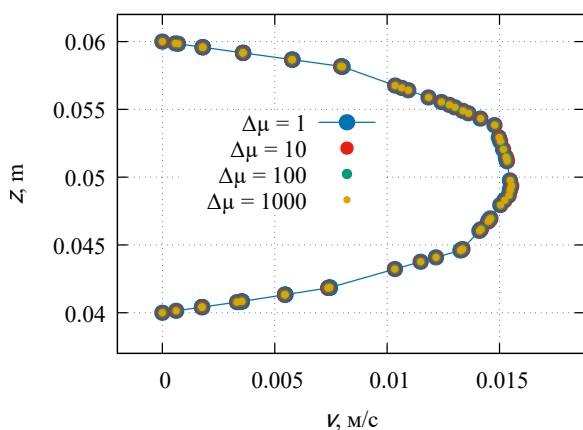


Рис. 11. Профили скорости для экспоненциально убывающей функции в центральном вертикальном сечении при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$

вид «заячьих ушей», а для $\Delta\mu = 100, 1000$ профили имеют обратно параболический вид, что свидетельствует о том, что на заданном временном интервале не удалось добиться развитого теплового течения.

На рис. 9 приведены профили скорости для экспоненциально возрастающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Профили имеют идентичный параболический тип и практически одинаковое значение максимальной скорости потока, как и в случае линейно возрастающей функции.

На рис. 10 приведены профили температуры для экспоненциально убывающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Прогрев потока не достигается при $\Delta\mu = 1$. Для $\Delta\mu = 10, 100, 1000$ профили температуры имеют параболический вид, что соответствует профилю течения.

На рис. 11 приведены профили скорости для экспоненциально убывающей функции при $\Delta\mu = 1, 10, 100, 1000$ в центральном вертикальном сечении. Профили скорости имеют идентичный параболический вид.

4. Результаты

Проведено моделирование теплообмена термовязкой жидкости в цилиндрическом канале при втекании в канал горячей термовязкой жидкости для различных типов функций вязкости совместно с решением задачи сопряженного теплообмена канала с окружающим материалом.

Получены профили скорости и температуры вдоль оси канала, а также в центральном поперечном сечении канала. Показано влияние функции вязкости на профиль течения, а также количественные характеристики потока и теплообмена.

Для линейно и экспоненциально убывающих зависимостей вязкости от температуры характерен теплообмен, обусловленный теплопроводностью.

Для линейно и экспоненциально убывающих функций выявлено изменение профиля скорости при различных $\Delta\mu$, что свидетельствует о преобладании конвективного теплообмена.

Профили скорости для линейно и экспоненциально возрастающих зависимостей вязкости от температуры имеют идентичный вид и одинаковые точки максимума в канале.

Список литературы

- [1] Moiseev K.V., Volkova E.V., Urmancheev S.F. Effect of Convection on Polymerase Chain Reaction in a Closed Cell // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. P. 172–175.
DOI: [10.1016/j.piutam.2013.04.022](https://doi.org/10.1016/j.piutam.2013.04.022)
- [2] Ильясов А.М., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Численное моделирование термоконвекции жидкости с квадратичной зависимостью вязкости от температуры // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2005. Т. VIII, № 4(24). С. 51–59.
eLIBRARY ID: [9484545](https://elibrary.ru/9484545)
- [3] Моисеева Е.Ф., Малышев В.Л., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Влияние способа подвода тепла на характер течения при конвекции Рэлея–Бенара // *Вестник УГАТУ*. 2011. Т. 15, № 4(44). С. 154–158.
eLIBRARY ID: [18861709](https://elibrary.ru/18861709)
- [4] Кулешов В.С., Моисеев К.В. Численное моделирование конвективных течений аномально термовязкой жидкости // *Вестник УГАТУ*. 2016. Т. 20, № 2(72). С. 74–80.
eLIBRARY ID: [26605547](https://elibrary.ru/26605547)
- [5] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Периодические структуры при конвекции аномально термовязкой жидкости // *Вестник БашГУ*. 2017. Т. 22, № 2. С. 297–302.
eLIBRARY ID: [29729319](https://elibrary.ru/29729319)
- [6] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Хизбуллина С.Ф., Михайленко К.И., Урманчев С.Ф. Особенности конвективных течений аномально термовязкой жидкости // *Математическое моделирование*. 2017. Т. 29, № 5. С. 16–26.
eLIBRARY ID: [29255015](https://elibrary.ru/29255015)
- [7] Моисеев К.В., Хизбуллина С.Ф., Бахтизин Р.Н., Урманчев С.Ф., Кулешов В.С., Алфёров А.В. Математические модели термогравитационной конвекции неоднородной жидкости // *Нефтегазовое дело*. 2017. Т. 15, № 2. С. 165–170.
eLIBRARY ID: [29931683](https://elibrary.ru/29931683)
- [8] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mikhaylenko K.I., Urmancheev S.F. Convective Flows of Anomalous Thermoviscous Fluid // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2018. V. 10(4). P. 529–537.
DOI: [10.1134/S2070048218040087](https://doi.org/10.1134/S2070048218040087)
- [9] Кулешов В.С., Моисеев К.В., Урманчев С.Ф. Изолированные режимы течений при конвекции аномально термовязкой жидкости в плоской ячейке // *Прикладная математика и механика* 2019. Т. 83, № 3. С. 460–470.
DOI: [10.1134/S0032823519030093](https://doi.org/10.1134/S0032823519030093)
- [10] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Isolated Convection Modes for the Anomalous Thermoviscous Liquid in a Plane Cell // *Fluid Dynamics* 2019. Vol. 54. Pp. 983–990.
DOI: [10.1134/S0015462819070097](https://doi.org/10.1134/S0015462819070097)
- [11] Кулешов В.С., Моисеев К.В. Конвекция термовязкой жидкости в ячейке, подогреваемой сбоку // *Многофазные системы*. 2019. Т. 14, № 1. С. 67–72.
DOI: [10.21662/mfs2019.1.010](https://doi.org/10.21662/mfs2019.1.010)
- [12] Moiseev K.V., Kuleshov V.S., Bakhtizin R.N. Free convective of a linear heterogeneous liquid in a square cavity at side heating // *SOCAR Proceedings*. 2020. No. 4. Pp. 108–116.
eLIBRARY ID: [44743960](https://elibrary.ru/44743960)
- [13] Moiseev K.V., Popenov A.I., Bakhtizin R.N. Express method for the testing of tribotechnical properties of lubricants // *SOCAR Proceedings*. 2021. No. 24. Pp. 65–69.
DOI: [10.15405/epsbs\(2357-1330\).2021.9.2](https://doi.org/10.15405/epsbs(2357-1330).2021.9.2)
- [14] Garafutdinov R.R., Chemeris D.A., Sakhabutdinova A.R., Moiseev K.V., Urmancheev S.F., Mikhaylenko C.I., Privalov L.Y., Chemeris A.V. Convective polymerase chain reaction in standard microtubes // *Analytical Biochemistry*. 2022. Vol. 641. 14565.
DOI: [10.1016/j.ab.2022.114565](https://doi.org/10.1016/j.ab.2022.114565)
- [15] Лихачев Е.Р. Зависимость вязкости воды от температуры и давления // *Журнал технической физики*. 2003. Т. 73, № 4. С. 135–136.
eLIBRARY ID: [20336293](https://elibrary.ru/20336293)
- [16] Кулешов В.С. Численное исследование свободной конвекции жидкости в термовязких средах с немонотонной зависимостью вязкости Гауссовского типа: дис. канд. физ.-мат. наук: 01.02.05: защищена 22.11.2018 / Кулешов Василий Сергеевич. Уфа, 2018. 130 с. Ph.D. thesis. 2018.
- [17] Урманчев С.Ф., Киреев В.Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // *Доклады академии наук*. 2004. Т. 396, № 2. С. 204–207.
eLIBRARY ID: [17352428](https://elibrary.ru/17352428)
- [18] Фогельсон Р.Л., Лихачев Е.Р. Температурная зависимость вязкости // *журнал технической физики*. 2001. Т. 71, № 8. С. 128–131.
eLIBRARY ID: [14713851](https://elibrary.ru/14713851)
- [19] Costa A., Macedonio G. Viscous heating in fluids with temperature-dependent viscosity: implications for magma flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. V. 540. С. 21–38.
eLIBRARY ID: [14713851](https://elibrary.ru/14713851)
- [20] Sherman F.S. *Viscous Flow*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. McGraw-Hill, 1990. 746 p.



Thermoviscous liquid conjugate heat exchange simulation in cylindrical channel

Moiseev K.V.^{***}, Iamlikhina I.N.^{*}

^{*}Mavlyutov Institute of Mechanics of UFRC RAS, Ufa, Russia

^{**}Ufa State Petroleum Technological University, Ufa, Russia

The article is concerned with the flow of a thermoviscous fluid in a cylindrical channel for various types of viscosity functions in the joint solution of the problem of conjugate heat exchange between the channel and the surrounding material. A model of a cylindrical channel with a thermoviscous liquid flowing inside at a given velocity and viscosity is considered. The methodology of the process consists in applying a system of model equations that describes the dynamics of thermoviscous fluid flow processes based on the laws of phase energy conservation, the continuity equation, the Navier-Stokes momentum conservation equation taking into account conjugate heat transfer and the heat transfer equation for a solid. Numerical implementation of model representations was carried out using the Comsol Multiphysics digital package. Velocity and temperature profiles were obtained in the cross section of the channel. The influence of the viscosity function on the flow profile is shown, as well as the quantitative characteristics of the flow and heat transfer. An analysis was made of the dependence of the nature of the velocity and temperature profiles on the viscosity of the liquid and the type of dependence of viscosity on temperature. The result of the work done is the found features and regularities that arise in the process of conjugate heat transfer of a thermoviscous liquid in a cylindrical channel when comparing the linear and exponential dependences of viscosity on temperature. The analysis of the obtained dependences of viscosity and temperature in the flow profile, the value of the maximum flow rate was carried out. It is shown that viscous friction causes a local increase in temperature near the pipe walls, followed by an increase in fluid velocity due to a decrease in viscosity. The results obtained are basic for the further development of this topic and will be used to solve new problems in the field of modeling the thermoviscous fluid flow and conjugate heat transfer.

Keywords: thermoviscous fluid, heat exchange, cylindrical channel, velocity profile, temperature profile

References

- [1] Moiseev K.V., Volkova E.V., Urmancheev S.F. Effect of Convection on Polymerase Chain Reaction in a Closed Cell // *Procedia IUTAM*. 2013. V. 8. Pp. 172–175.
DOI: 10.1016/j.piutam.2013.04.022
- [2] Ilyasov A.M., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Numerical simulation of thermoconvection of a liquid with a quadratic dependence of viscosity on temperature // *Siberian Journal of Industrial Mathematics*. 2005. V. VIII, № 4(24). Pp. 51–59.
eLIBRARY ID: 9484545
- [3] Moiseeva E.F., Malyshev V.L., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Influence of the method of heat supply on the nature of the flow during Rayleigh-Benard convection // *Vestnik UGATU*. 2011. V. 15, № 4(44). Pp. 154–158.
eLIBRARY ID: 18861709
- [4] Kuleshov V.S., Moiseev K.V. Numerical simulation of convective flows of an anomalously thermoviscous liquid // *Vestnik UGATU*. 2016. V. 20, № 2(72). Pp. 74–80.
eLIBRARY ID: 26605547
- [5] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Periodic structures during convection of an anomalously thermoviscous liquid // *Vestnik BSU*. 2017. V. 22, № 2. Pp. 297–302.
eLIBRARY ID: 29729319
- [6] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mihailenko K.I., Urmancheev S.F. Peculiarities of convective flows of an anomalously thermoviscous liquid // *Mathematical modeling*. 2017. V. 29, № 5. Pp. 16–26.
eLIBRARY ID: 29255015
- [7] Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Bahtizin R.N., Urmancheev S.F., Kuleshov V.S., Alferov A.V. Mathematical models of thermogravitational convection of an inhomogeneous fluid // *Oil and gas business*. 2017. V. 15, № 2. Pp. 165–170.
eLIBRARY ID: 29931683
- [8] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Khizbullina S.F., Mikhaylenko K.I., Urmancheev S.F. Convective Flows of Anomalous Thermoviscous Fluid // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2018. V. 10(4). Pp. 529–537.
DOI: 10.1134/S2070048218040087

- [9] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Isolated flow regimes during convection of an anomalously thermoviscous fluid in a flat cell // *Applied Mathematics and Mechanics*. 2019. V. 83, № 3. Pp. 460–470.
DOI: [10.1134/S0032823519030093](https://doi.org/10.1134/S0032823519030093)
- [10] Kuleshov V.S., Moiseev K.V., Urmancheev S.F. Isolated Convection Modes for the Anomalous Thermoviscous Liquid in a Plane Cell // *Fluid Dynamics*. 2019. Vol. 54. Pp. 983–990.
DOI: [10.1134/S0015462819070097](https://doi.org/10.1134/S0015462819070097)
- [11] Kuleshov V.S., Moiseev K.V. Convection of a thermoviscous liquid in a cell heated from the side // *Multiphase systems*. 2019. V. 14, № 1. Pp. 67–72.
DOI: [10.21662/mfs2019.1.010](https://doi.org/10.21662/mfs2019.1.010)
- [12] Moiseev K.V., Kuleshov V.S., Bakhtizin R.N. Free convective of a linear heterogeneous liquid in a square cavity at side heating // *SOCAR Proceedings*. 2020. No. 4. Pp. 108–116.
eLIBRARY ID: [44743960](https://elibrary.ru/44743960)
- [13] Moiseev K.V., Popenov A.I., Bakhtizin R.N. Express method for the testing of tribotechnical properties of lubricants // *SOCAR Proceedings*. 2021. No. 24. Pp. 65–69.
DOI: [10.15405/epsbs\(2357-1330\).2021.9.2](https://doi.org/10.15405/epsbs(2357-1330).2021.9.2)
- [14] Garafutdinov R.R., Chemeris D.A., Sakhabutdinova A.R., Moiseev K.V., Urmancheev S.F., Mikhaylenko C.I., Privalov L. Y., Chemeris A.V. Convective polymerase chain reaction in standard microtubes // *Analytical Biochemistry*. 2022. Vol. 641. 114565.
DOI: [10.1016/j.ab.2022.114565](https://doi.org/10.1016/j.ab.2022.114565)
- [15] Likhachev E.R. Dependence of water viscosity on temperature and pressure // *Journal of Technical Physics*. 2003. V. 73, № 4. Pp. 135–136.
eLIBRARY ID: [20336293](https://elibrary.ru/20336293)
- [16] Kuleshov V.S. Numerical study of free convection of a liquid in thermoviscid media with nonmonotonic dependence of viscosity of Gaussian type: dis. of the cand. of phys.-math. sciences: 01.02.05: defended 22.11.2018 / Kuleshov Vasily Sergeevich. Ufa, 2018. 130 p. Ph.D. thesis. 2018.
- [17] Urmancheev S.F., Kireev V.N. Steady flow of a fluid with an anomalous temperature dependence of viscosity // *Doklady Physics*. 2004. V. 396, № 2. Pp. 204–207.
eLIBRARY ID: [17352428](https://elibrary.ru/17352428)
- [18] Fogel'son R.L., Likhachev E.R. Temperature dependence of viscosity // *Technical Physics*. 2001. V. 71, № 8. Pp. 128–131.
eLIBRARY ID: [14713851](https://elibrary.ru/14713851)
- [19] Costa A., Macedonio G. Viscous heating in fluids with temperature-dependent viscosity: implications for magma flows // *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. V. 540. Pp. 21–38.
eLIBRARY ID: [14713851](https://elibrary.ru/14713851)
- [20] Sherman F.S. *Viscous Flow*. McGraw-Hill series in mechanical engineering. McGraw-Hill, 1990. 746 p.