

ISSN: 2658–5782

Номер 3–4

2022

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Численный анализ акустического рассеяния от слоя капель при внешнем воздействии¹

Насибуллаева Э.Ш.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Исследование акустического рассеяния от препятствий малых размеров имеет важное значение как для изучения фундаментальной природы данного явления, так и с практической точки зрения, поскольку на явлении рассеяния основываются многие применения акустических волн. В рамках задачи акустического рассеяния от множества звукопроницаемых сфер, произвольных образом расположенных в пространстве, при внешнем воздействии, исследуется рассеяние от слоя капель. Основная цель: определение параметров, при которых система является чувствительной к изменению радиуса капель. Частный случай слоя сфер малых размеров возможен когда область, содержащая множество малых неоднородностей, условно является двумерной (одной из трех размерностей можно пренебречь). Задача решается численно с помощью обобщенной методики расчета, основанной на быстром методе мультиполей, которая позволяет достичь высокой точности получаемых результатов при минимальных затратах процессорного времени. Серия вычислительных экспериментов проведена для различных соотношений физических параметров капли и окружающей среды (плотности и скорости звука) для разного числа сфер и плотности их расположения в конфигурации. Показано, что система наиболее чувствительна к изменению радиуса капель в случае, когда упругость вещества внутри капли меньше, чем у внешней среды, а при увеличении числа сфер в плотных конфигурациях, — когда упругость вещества внутри капли много больше, чем у внешней среды. Получено, что чувствительность к изменению исходных данных падает с увеличением расстояния между центрами сфер, то есть с уменьшением плотности расположения сфер в конфигурации.

Ключевые слова: акустическое рассеяние, система капель, монополюсный источник излучения, среднее квадратичное отклонение, отклик системы

1. Введение

Исследование акустического рассеяния от препятствий малых размеров имеет важное значение как для изучения фундаментальной природы данного явления, так и с практической точки зрения, поскольку на явлении рассеяния основываются многие применения акустических волн, такие как гидролокация [1], зондирование атмосферы и океана [1–3], создание позиционируемого 3D звука [4] и т.п. Одной из актуальных подзадач является определение давления на некотором расстоянии от рассеивающего слоя, состоящего из малых

звукопроницаемых (волна проходит через поверхность) сфер (капель), при внешнем воздействии. Подобные подзадачи могут возникать в случаях, когда область, содержащая множество исследуемых неоднородностей, условно является двумерной (одной из трех размерностей данной области можно пренебречь).

В работе [5] исследовалось акустическое рассеяние от слоя простой конфигурации, содержащего множество звукопроницаемых сфер, в трехмерном пространстве при воздействии сферической волны от монополюсного источника излучения с целью проведения анализа распределения давления на расстоянии от рассеивающего слоя при различных соотношениях физических параметров внешней и внутренней сред, а также плотности расположения сфер в конфигурации. В настоящей работе изуча-

¹Работа поддержана средствами государственного задания № 0246-2019-0052

ется акустическое рассеяние от слоя капель с целью оценки чувствительности отклика системы на изменение исходных данных, а именно, радиуса каплей a , при различных соотношениях физических параметров капли и окружающей среды (плотность ρ и скорость звука c) для разного числа сфер и плотности их расположения в конфигурации.

2. Постановка задачи и методика расчета

Задача рассеяния звука от N звукопроницаемых сфер различных радиусов a_v ($v = 1, \dots, N$) с центрами в координатах \mathbf{r}'_v в общем случае сводится к решению уравнения Гельмгольца для комплексного потенциала $\psi(\mathbf{r})$ в точке вне сфер, имеющей в декартовой системе координат радиус-вектор \mathbf{r} , с волновым числом k_0 [6]

$$\nabla^2 \psi + k_0^2 \psi = 0$$

и граничными условиями, выражающими равенство потенциала и нормальных составляющих скорости частиц на поверхности v -ой сферы $S_v = \{\mathbf{r} : |\mathbf{r} - \mathbf{r}'_v| = a_v\}$:

$$\left(\psi(\mathbf{r}) - \psi_{\text{int}}^{(v)} \right) \Big|_{S_v} = 0,$$

$$\left(\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{1}{\rho_v} \frac{\partial \psi_{\text{int}}^{(v)}}{\partial r} \right) \Big|_{S_v} = 0, \quad v = 1, \dots, N,$$

где $\psi_{\text{int}}^{(v)}$ — комплексный потенциал внутри v -й сферы, который также удовлетворяет уравнению Гельмгольца, но с волновым числом k_v для внутренней среды:

$$\nabla^2 \psi_{\text{int}}^{(v)} + k_v^2 \psi_{\text{int}}^{(v)} = 0;$$

ρ_0 — плотность внешней среды; ρ_v — плотность среды внутри v -й сферы.

Потенциал внешнего поля представляется в виде суммы потенциалов падающего поля $\psi_{\text{in}}(\mathbf{r})$ и поля рассеяния $\psi_{\text{scat}}(\mathbf{r})$:

$$\psi(\mathbf{r}) = \psi_{\text{in}}(\mathbf{r}) + \psi_{\text{scat}}(\mathbf{r}),$$

где $\psi_{\text{scat}}(\mathbf{r})$ удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда, соответствующему затухающим на бесконечности волнам [7]:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left(\frac{\partial \psi_{\text{scat}}}{\partial r} - ik_0 \psi_{\text{scat}} \right) = 0.$$

Задача решается численно с помощью обобщенной техники разложения по мультиполям [8], разработанной изначально для случая звукопроницаемых сфер (волна не проходит через поверхность) с произвольным акустическим импедансом. Обобщение данной техники для случая звукопроницаемых сфер в частном случае, когда центры сфер лежат на одной оси, представлено в работах [9, 10], а оптимизация общего алгоритма для сфер, произвольным образом расположенных в трехмерном пространстве, приведена в работе [11]. Выбор данной методики разложения по мультиполям обусловлен тем, что она позволяет достичь высокой точности получаемых результатов при минимальных затратах процессорного времени.

Система уравнений в матричном виде, к которой сводится решение данной задачи, в настоящей работе не приводится, поскольку она представлена в предыдущих работах автора [5, 12].

Рассмотрим слой, состоящий из $N = N_i \times N_i$ ($N_i = 3, 5$ или 7) сферических каплей радиуса a , изначально равномерно распределенных в плоскости Oyz , перпендикулярной к оси Ox , которая проходит через источник монополярного излучения M_s и расчетную точку M_c — точку, симметричную источнику излучения относительно заданного слоя (см. рис. 1). Наименьшее расстояние между центрами соседних сфер обозначим через δl .

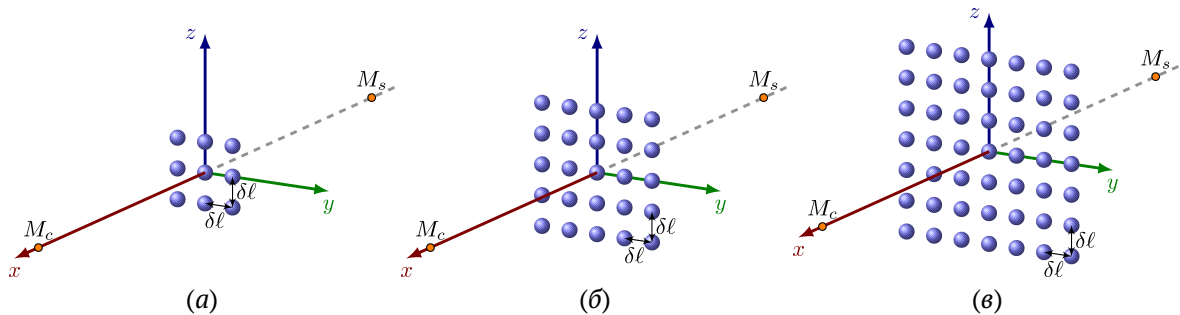


Рис. 1. Схема слоя, состоящего из $N = 3 \times 3$ (а), $N = 5 \times 5$ (б), $N = 7 \times 7$ (в) равномерно распределенных сферических каплей. M_s — монополярный источник излучения; M_c — расчетная точка

3. Численный анализ

При численной реализации техники разложения по мультиполям был разработан программный код на языке программирования Fortran 90 (GCC) в среде MSYS2 (MinGW-w64) с подключением библиотеки LAPACK [13]. Численный анализ проведен в рамках вычислительного эксперимента, в котором изучалось влияние исходного фактора (радиуса сфер) на значение искомой функции (модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ в расчетной точке M_c). Для этого радиусы капель a_i ($i = 1, \dots, N$) задавались случайным образом в пределах заданного отклонения Δ от первоначального (невозмущенного) значения a , то есть $a_i = a \pm \Delta$. Так, например, при отклонении в 5 % величина Δ определяется как $\Delta = 0.05a$, а в 10 % — $\Delta = 0.1a$. При численной реализации в программном коде случайное отклонение капель задавалось следующим образом

$$a_i = a + 2\Delta(\delta - 0.5),$$

где δ — случайная величина, определяемая в диапазоне от 0 и 1 встроенной подпрограммой Fortran 90 *random_number*(δ). Отметим, что для инициализации генератора случайных чисел необходимо предварительно запустить подпрограмму *random_seed*.

Поскольку связь между акустическим давлением p и потенциалом ψ определяется следующим соотношением

$$p = \rho \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\omega \rho \psi,$$

то значения p и p_{in} выражаются через соответствующие потенциалы с точностью до постоянной величины $i\omega\rho$.

На рис. 2–10 представлены изменения модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ в расчетной точке M_c в зависимости от волнового радиуса k_0a при невозмущенных радиусах сфер a и при случайном отклонении радиусов всех капель от значения a в пределах 5 и 10 % для конфигураций, содержащих $N = N_i \times N_i$ ($N_i = 3, 5, 7$) сфер, и различных значений минимального расстояния между центрами соседних сфер $\delta l = 3a, 5a, 10a$. Рассмотрены физические параметры сред, соответствующие каплям воды ($\rho = 998 \text{ кг/м}^3$, $c = 1485 \text{ м/с}$) в воздухе ($\rho = 1.205 \text{ кг/м}^3$, $c = 343.1 \text{ м/с}$), каплям воды в дихлорэтане ($\rho = 1252.6 \text{ кг/м}^3$, $c = 1034 \text{ м/с}$) и каплям дихлорэтана в воде.

Из представленных рисунков видно, что при одних параметрах система чувствительна к изменению начальных данных, а при других — начальное отклонение не приводит к существенным изменениям. Поэтому для оценки чувствительности

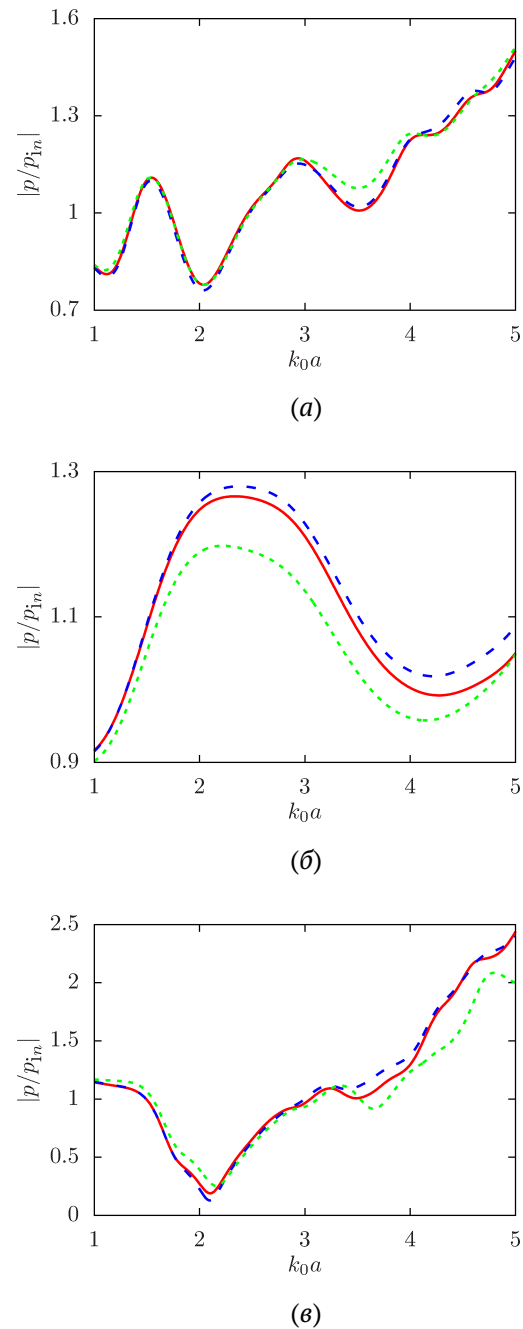
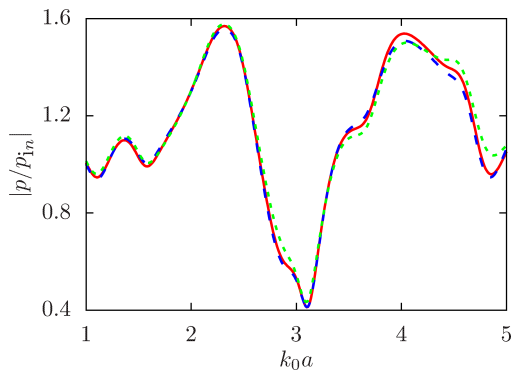
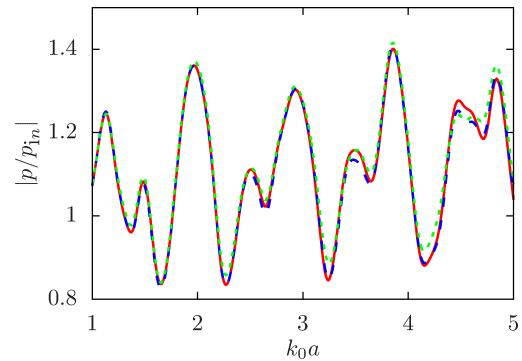


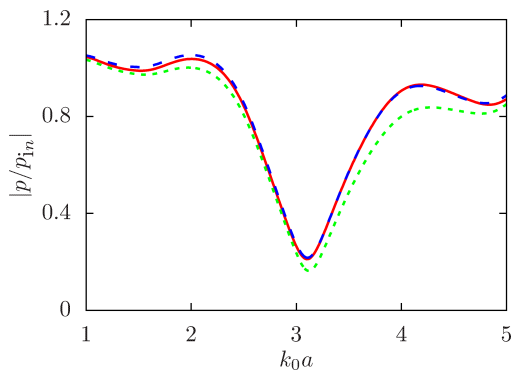
Рис. 2. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 3 \times 3$ и $\delta l = 3a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии — невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$



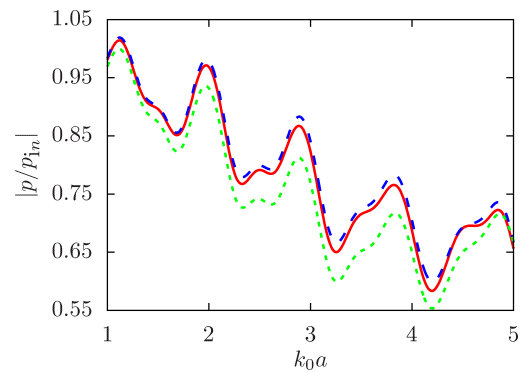
(a)



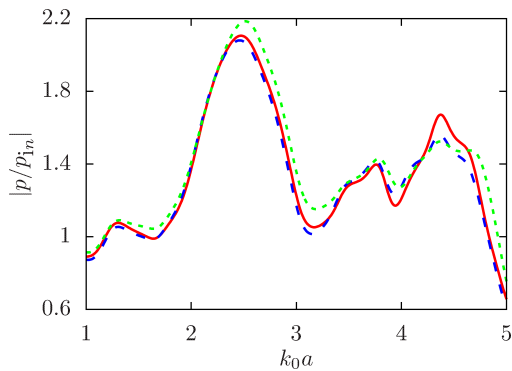
(a)



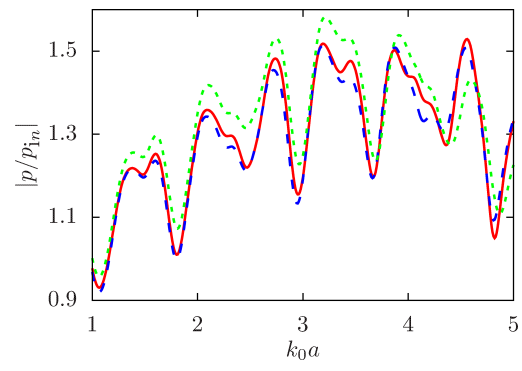
(б)



(б)



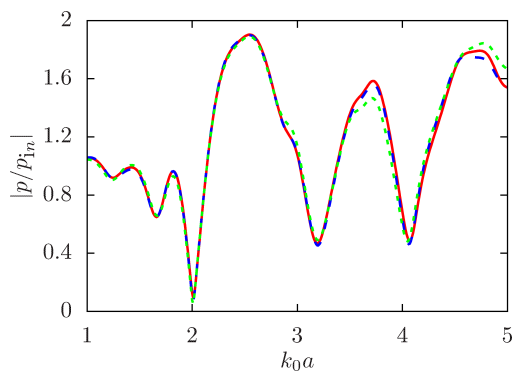
(в)



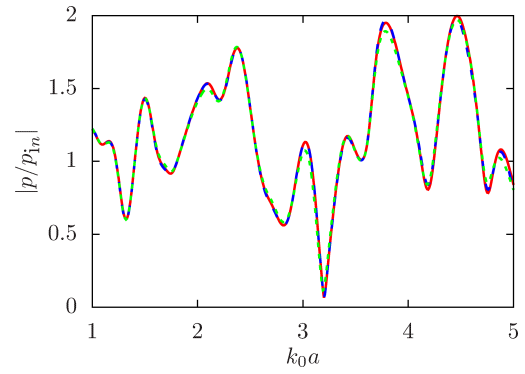
(в)

Рис. 3. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 3 \times 3$ и $\delta l = 5a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии — невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$

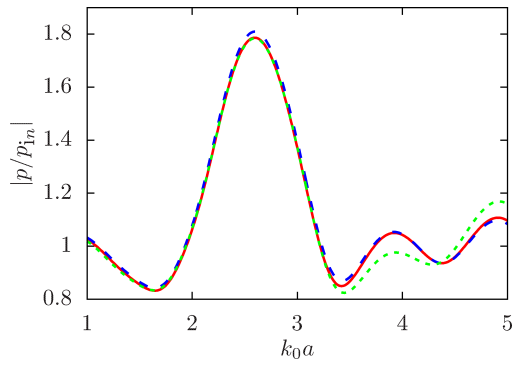
Рис. 4. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 3 \times 3$ и $\delta l = 10a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии — невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$



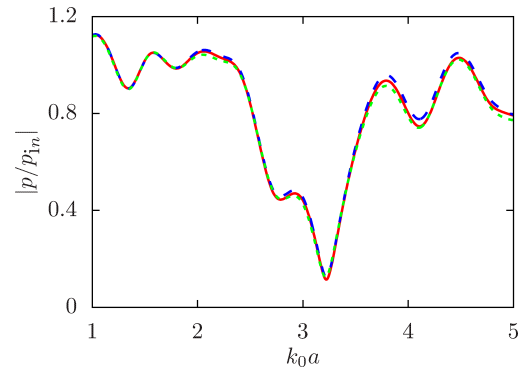
(a)



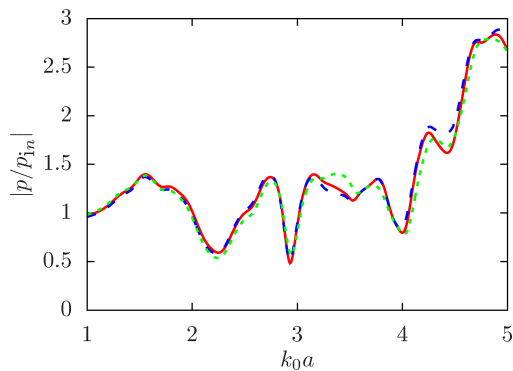
(a)



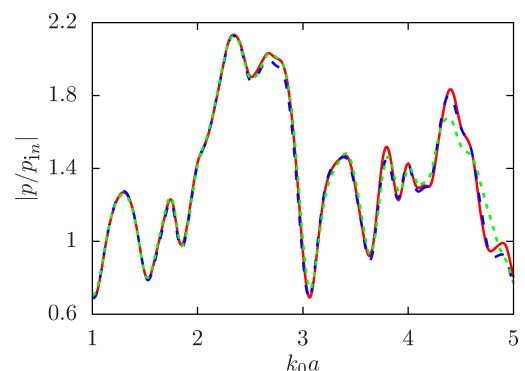
(б)



(б)



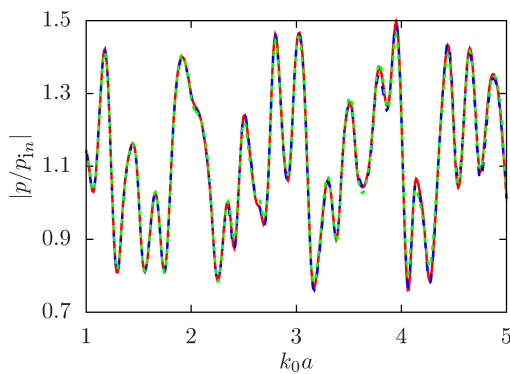
(в)



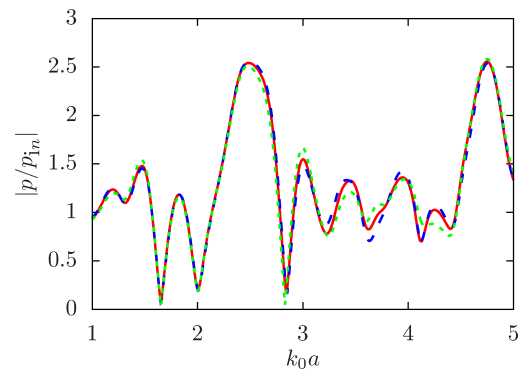
(в)

Рис. 5. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 5 \times 5$ и $\delta l = 3a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии – невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$

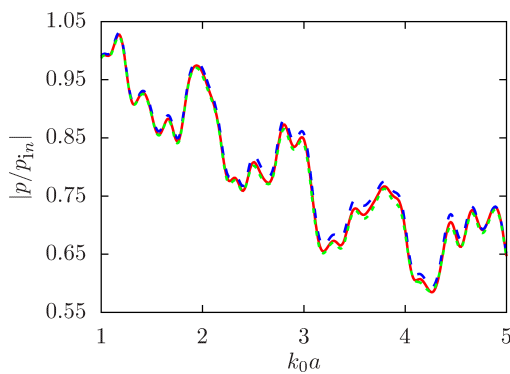
Рис. 6. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 5 \times 5$ и $\delta l = 5a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии – невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$



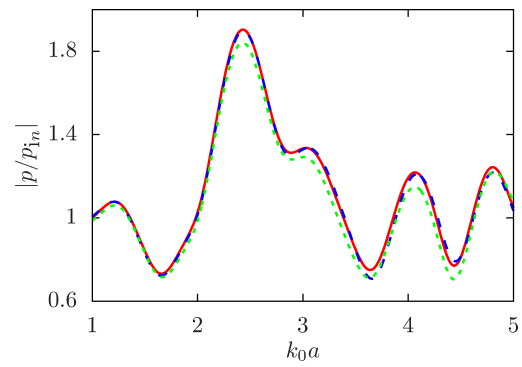
(a)



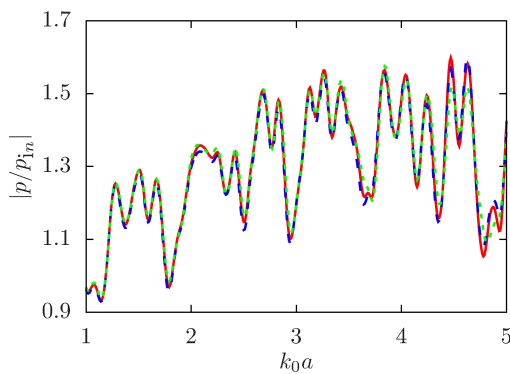
(a)



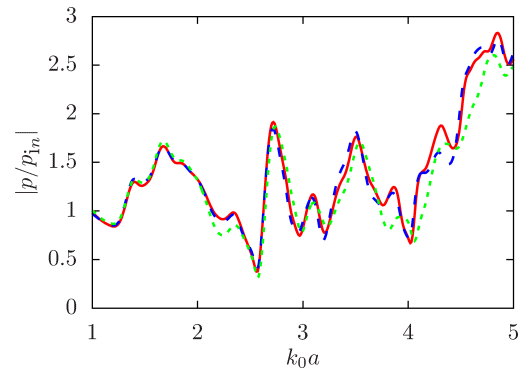
(б)



(б)



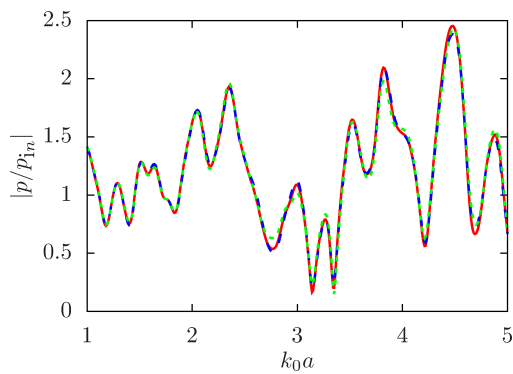
(в)



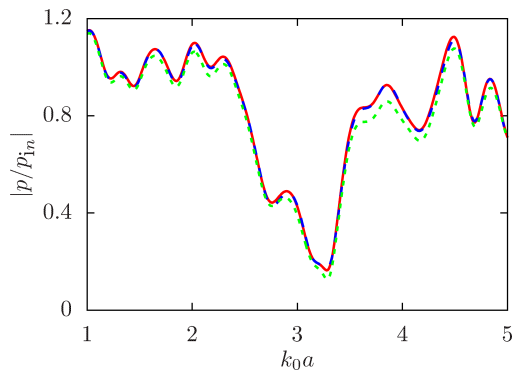
(в)

Рис. 7. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса $k_0 a$ для конфигурации $N = 5 \times 5$ и $\delta l = 10a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии — невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$

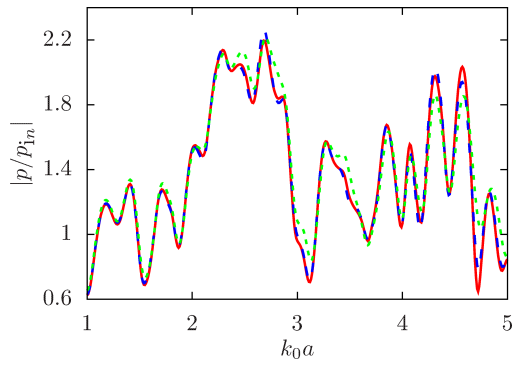
Рис. 8. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса $k_0 a$ для конфигурации $N = 7 \times 7$ и $\delta l = 3a$: капли воды в воздухе (а); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии — невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии — случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$



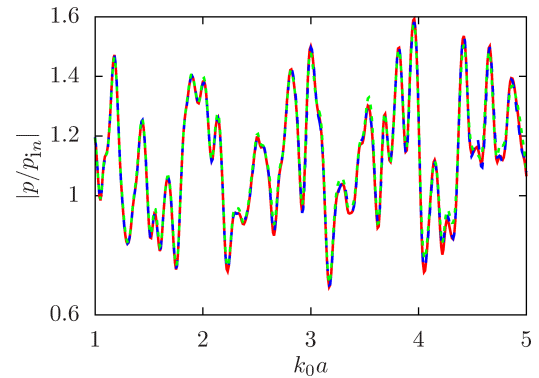
(a)



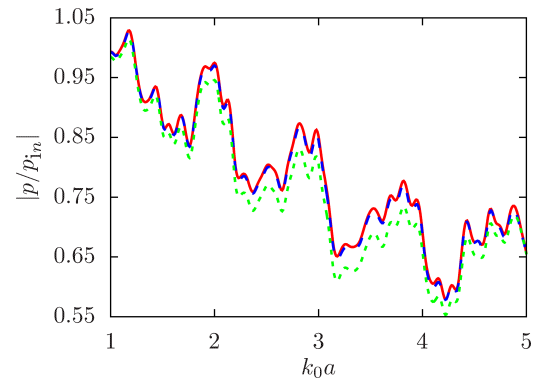
(б)



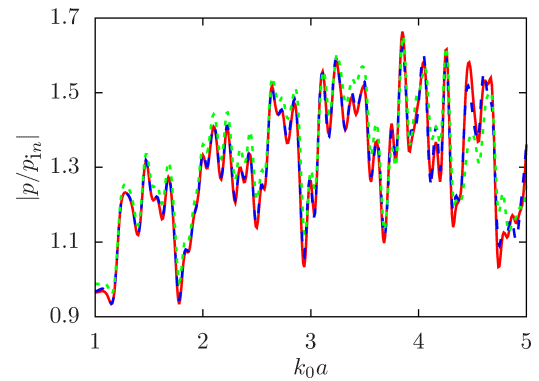
(в)



(a)



(б)



(в)

Рис. 9. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 7 \times 7$ и $\delta l = 5a$: капли воды в воздухе (a); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии – невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$

Рис. 10. Зависимость модуля нормированного давления $|p/p_{in}|$ от волнового радиуса k_0a для конфигурации $N = 7 \times 7$ и $\delta l = 10a$: капли воды в воздухе (a); капли воды в дихлорэтане (б); капли дихлорэтана в воде (в). Сплошные красные линии – невозмущенные значения радиусов $a_i \equiv a$; пунктирные синие линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 5\%$; штриховые зеленые линии – случайное распределение радиусов $a_i = a \pm 10\%$

отклика системы на относительное изменение исходных данных были рассчитаны среднеквадратические отклонения для радиусов капель a :

$$\sigma_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (a - a_i)^2}{N}}$$

и для искомой функции $f = |p/p_{in}|$:

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^n (f_j - \tilde{f}_j)^2}{n+1}}$$

при шаге по k_0a равном $\Delta h(k_0a) = 0.01$, разби- вающем отрезок $k_0a = [1, 5]$ на n частей. Здесь f_j и \tilde{f}_j — невозмущенное и возмущенное значения функции f в точке $(k_0a)_j$. Также была рас- считана максимальная абсолютная погрешность искомой функции:

$$\varepsilon_{\max} = \max_j |f_j - \tilde{f}_j|.$$

В табл. 1 представлены средние квадратичные отклонения для радиусов капель σ_a и расчетной функции σ_p , а также максимальная абсолютная погрешность ε_{\max} для трех рассмотренных конфи- гураций ($N = N_i \times N_i$, $N_i = 3, 5, 7$) с различной плот- ностью расположения сфер ($\delta l = 3a, 5a, 10a$) и слу- чайным отклонением радиусов от начального в

пределах 5 и 10 %. В данной таблице красным цве- том выделены значения среднеквадратичных от- клонений искомой функции σ_p , превышающих со- ответствующие отклонения для радиусов капель σ_a . Видно, что условие $\sigma_p > \sigma_a$ выполняется в случае капель дихлорэтана в воде при плотном распо- ложении сфер в конфигурации (при $\delta l = 3a$ и $5a$), а при увеличении числа сфер — также и при $\delta l = 10a$. Кроме того, данное условие выполняется и в слу- чае капель воды в воздухе при увеличении числа сфер ($N_i = 5, 7$) в более плотной конфигурации, ко- гда $\delta l = 3a$. Заметим, что при выполнении усло- вия $\sigma_p > \sigma_a$ чувствительность к изменению ис- ходных данных падает с ростом расстояния между центрами сфер, а увеличение отклонения радиу- сов капель от начального приводит к увеличению искомой функции.

4. Заключение

В работе в рамках исследования акустического рассеяния от множества звукопроницаемых сфер, произвольных образом расположенных в простран- стве, исследуется рассеяние от слоя капель для определения параметров, при которых система чувствительна к изменению исходных данных — радиуса капель. Проведена серия вычислительных экспериментов при различных соотношениях фи- зических параметров капли и окружающей среды для разного числа сфер и плотности их расположе- ния в конфигурации. Показано, что

Таблица 1. Влияние отклонения радиусов сфер a на величину нормированного давления $|p/p_{in}|$ в точке M_c : σ_a и σ_p — среднеквадратичные отклонения радиусов капель и искомой функции; ε_{\max} — максимальная абсолютная погрешность искомой функции. Красным цветом выделены значения $\sigma_p > \sigma_a$

N	± %	$\sigma_a, \times 10^{-2}$	δl	капли воды в воздухе		капли воды в дихлорэтанае		капли дихлорэтана в воде	
				$\sigma_p, \times 10^{-2}$	$\varepsilon_{\max}, \times 10^{-2}$	$\sigma_p, \times 10^{-2}$	$\varepsilon_{\max}, \times 10^{-2}$	$\sigma_p, \times 10^{-2}$	$\varepsilon_{\max}, \times 10^{-2}$
3 × 3	5	3.70	3a	1.32	2.74	2.00	3.79	4.88	12.35
			5a	1.61	3.67	1.01	1.70	4.31	11.49
			10a	1.06	3.16	1.17	1.87	2.21	5.79
	10	6.20	3a	2.90	7.03	5.18	7.66	16.12	44.10
			5a	3.33	8.59	5.85	10.70	8.86	24.76
			10a	2.15	4.93	4.05	6.35	6.03	13.50
5 × 5	5	2.45	3a	2.26	5.17	1.49	2.47	5.49	20.99
			5a	1.25	4.28	1.47	3.11	2.70	7.12
			10a	0.86	2.79	0.89	1.59	1.55	4.17
	10	4.52	3a	5.66	13.66	3.33	7.46	7.81	23.24
			5a	3.04	8.49	1.07	2.25	5.55	21.72
			10a	1.37	4.72	0.46	1.06	2.41	9.63
7 × 7	5	3.04	3a	5.00	13.47	1.97	5.34	7.81	30.97
			5a	2.66	7.39	0.73	2.15	3.29	14.85
			10a	0.98	3.27	0.43	0.95	1.90	7.40
	10	5.40	3a	8.00	23.23	4.73	7.11	17.33	50.05
			5a	4.49	12.37	3.66	6.74	9.98	47.12
			10a	1.85	5.55	3.10	4.63	5.78	21.73

- система наиболее чувствительна к изменению радиуса капель в случае, когда отношение упругостей вещества сферы ($\chi_{in} = \rho_v c_v^2$) и внешней среды ($\chi_{out} = \rho_0 c_0^2$) меньше 1, то есть при $\chi_{in}/\chi_{out} < 1$ (капли дихлорэтана в воде);
- система становится более чувствительной к изменению исходных данных в случае, когда $\chi_{in} \gg \chi_{out}$ (капли воды в воздухе) при увеличении числа сфер в плотных конфигурация;
- при выполнении условия $\sigma_p > \sigma_a$ чувствительность к изменению исходных данных падает с увеличением расстояния между центрами сфер;
- чем больше отклонение в исходных данных, тем больше отклонение искомой функции.

Отметим, что хотя данные выводы основаны на исследовании систем с небольшим числом сфер, логично предположить их справедливость и для конфигураций с большим числом включений. Однако для подтверждения истинности данного утверждения требуются дополнительные исследования, которые планируется провести в дальнейшем.

Список литературы

- [1] Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981. 280 с.
- [2] Сташкевич А.П. Акустика моря. Ленинград: Судостроение, 1966. 356 с.
- [3] Каллистратова М.А. Радиоакустическое зондирование атмосферы. Москва: Наука, 1985. 197 с.
- [4] Технология создания позиционируемого 3D звука. <https://www.ixbt.com/multimedia/3dsound-tech.html> (accessed: 24.10.2022).
- [5] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ акустического рассеяния от слоя звукопроницаемых сфер // Многофазные системы. 2021. Т. 16, № 2. С. 50–57. DOI: 10.21662/mfs2021.2.008
- [6] Гринченко В.Т., Вовк И.В., Мацыпура В.Т. Основы акустики. Киев: Наукова думка, 2009. 867 с.
- [7] Владимиров В.С. Уравнения математической физики. Москва: Наука, 1981. 512 с.
- [8] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // J. Acoust. Soc. Am. 2002. Vol. 112, No. 6. P. 2688–2701. DOI: 10.1121/1.1517253
- [9] Насибуллаева Э.Ш. Численное моделирование акустического рассеяния от коаксиальных звукопроницаемых сфер // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 2. С. 115–124. DOI: 10.21662/mfs2019.2.016
- [10] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ акустического рассеяния от звукопроницаемых сфер при внешнем воздействии // Вестник УГАТУ. 2021. Т. 25, № 2(92). С. 93–101. DOI: 10.54708/19926502_2021_2529293
- [11] Насибуллаева Э.Ш. Моделирование акустического рассеяния от множества звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительные технологии. 2022. Т. 27, № 2. С. 19–36. DOI: 10.25743/ICT.2022.27.2.003
- [12] Насибуллаева Э.Ш. Численный анализ многократного рассеяния акустической волны на множестве звукопроницаемых сфер в трехмерном пространстве // Вычислительная механика сплошных сред. 2022. (в печ.) DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.29
- [13] LAPACK – Linear Algebra PACKage. <https://netlib.sandia.gov/lapack/> (accessed: 24.10.2022).



Numerical analysis of acoustic scattering from a layer of droplets under external action

Nasibullaeva E.Sh.

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

The study of acoustic scattering from small obstacles is important both for studying the fundamental nature of this phenomenon and from a practical point of view, since many applications of acoustic waves are based on the scattering phenomenon. Within the framework of the problem of acoustic scattering from a set of sound-permeable spheres arbitrarily located in space, under external influence, scattering from a layer of drops is studied. The main goal is to determine the parameters at which the system is sensitive to changes in the droplet radius. A special case of a small spheres layer is possible when a region containing many small inhomogeneities is conditionally two-dimensional one (one of the three dimensions can be neglected). The problem is solved numerically using a generalized calculation technique based on the fast multipole method, which allows achieving high accuracy of the results obtained with minimal CPU time. A series of computational experiments was carried out for various ratios of the physical parameters of the drop and the environment (density and sound speed) for a different number of spheres and the density of their arrangement in the configuration. It is shown that the system is most sensitive to changes in the droplet radius in the case when the elasticity of the substance inside the droplet is less than that of the external environment, and with an increase in the sphere number in dense configurations the system is most sensitive when the elasticity of the substance inside the droplet is much greater than that of the external environment. It is found that the sensitivity to changes in the initial data decreases with an increase in the distance between the sphere centers, that is, with a decrease in the density of the arrangement of the spheres in the configuration.

Keywords: acoustic scattering, system of drops, monopole radiation source, standard deviation, system response

References

- [1] Ishimaru A. Wave Propagation Scattering in Random Media, 1st Edition. New York: Academic Press, 1978. 272 p.
- [2] Stashkevich A.P. [Acoustics of the sea] *Akustika morya*. Leningrad: Sudostroenie, 1966. 356 p. (in Russian).
- [3] Kallistratova M.A. [Radio-acoustic sounding of the atmosphere] *Radioakusticheskoe zondirovanie atmosfery*. Moscow: Nauka, 1985. 197 p. (in Russian).
- [4] Technology for creating positioned 3D sound. <https://www.ixbt.com/multimedia/3dsound-tech.html> (accessed: 24.10.2022).
- [5] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical analysis of acoustic scattering from a layer of sound-permeable spheres]. *Mnogofaznye sistemy* [Multiphase Systems]. 2021. V. 16, No. 2. Pp. 50–57 (in Russian). DOI: 10.21662/mfs2021.2.008
- [6] Grinchenko V.T., Vovk I.V., Macypura V.T. [Basics of acoustics] *Osnovy akustiki*. Kiev: Naukova Dumka, 2009. 867 p. (in Russian).
- [7] Vladimirov V.S. Equations of Mathematical Physics. New York: Marcel Dekker, Inc. 1971. 426 p.
- [8] Gumerov N.A., Duraiswami R. Computation of scattering from N spheres using multipole reexpansion // *J. Acoust. Soc. Am.* 2002. Vol. 112, No. 6. P. 2688–2701. DOI: 10.1121/1.1517253
- [9] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical simulation of acoustic scattering from coaxial sound-penetrable spheres]. *Mnogofaznye sistemy* [Multiphase Systems]. 2019. V. 14, No. 2. Pp. 115–124 (in Russian). DOI: 10.21662/mfs2019.2.016
- [10] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical analysis of acoustic scattering from sound-permeable spheres under external influence]. *Vestnik UGATU (scientific journal of Ufa State Aviation Technical University)* [Vestnik UGATU]. 2021. V. 25, No. 2(92). Pp. 93–101 (in Russian). DOI: 10.54708/19926502_2021_2529293
- [11] Nasibullaeva E.Sh. [Simulation of acoustic scattering from a set of sound-permeable spheres in 3D space]. *Vychislitel'nye tekhnologii* [Computational technologies]. 2022. V. 27, No. 2. Pp. 19–36 (in Russian). DOI: 10.25743/ICT.2022.27.2.003
- [12] Nasibullaeva E.Sh. [Numerical analysis of multiple scattering of an acoustic wave on a set of sound-permeable spheres in 3d space]. *Vychislitel'naya mexanika sploshnyx sred* [Computational Continuum Mechanics]. 2022. V. 15, No. 4. Pp. 383–398 (in Russian). DOI: 10.7242/1999-6691/2022.15.4.29
- [13] LAPACK – Linear Algebra PACKage. <https://netlib.sandia.gov/lapack/> (accessed: 24.10.2022).