



ISSN: 2658–5782

Номер 4

2023

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)



Вторая часть трудов  
14-й международной конференции —  
школы молодых ученых  
**«Волны и вихри в сложных средах»**

Москва  
28 ноября–01 декабря 2023 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского

В данном выпуске Журнала представлены материалы конференции по следующим разделам: «Конвекция, вихри, сдвиговые течения и стратифицированные среды», «Моделирование технологических процессов», «Океанология, геофизика, астрофизика». Названия разделов довольно точно отражают ту или иную тематику исследований.

Следует подчеркнуть, что идеи, составляющие концептуальную основу гидродинамики и методы, разработанные при решении гидродинамических задач, имеют гораздо более широкий спектр приложений, чем, собственно, задачи о течениях жидкостей и газов. Данный тезис иллюстрируется рядом работ, представленных в выпуске.



## Структура параметрической резонансной конвекции во вращающемся цилиндрическом слое жидкости<sup>1</sup>

Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.А.

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

Тепловая конвекция, вызванная периодическим изменением одного из параметров, характеризующих тепловое равновесие, является объектом большого числа исследований. К наиболее изученным способам параметрического воздействия на конвекцию относятся: модуляции температурных граничных условий, модуляции ускорения поля тяжести [1] и модуляции скорости вращения [2].

В работе представлены результаты PIV-исследования тепловой конвекции во вращающемся толстом цилиндрическом слое жидкости. Слой образован внутренним алюминиевым теплообменником 1 и оргстеклянной трубой 2 (Рис. 1). Разогрев слоя происходит изнутри с использованием электрического нагревателя, установленного на оси вращения. Охлаждение реализуется через внешнюю цилиндрическую стенку 2. В полости между цилиндрами 2 и 3 циркулирует охлаждающая жидкость постоянной температуры. Подробное описание экспериментальной установки и методики исследования

представлено в [3].

В поле центробежной силы инерции при быстром вращении жидкость находится в устойчивом квазиравновесном состоянии — распределение температуры стационарно, осесимметрично и имеет максимум на внутренней границе слоя. Особый класс образуют постановки задач с горизонтальным расположением оси вращения. При этом в системе отчета полости поле силы тяжести совершает осцилляции и возмущает поле центробежной силы с частотой вращения. Обнаружено, что в от-

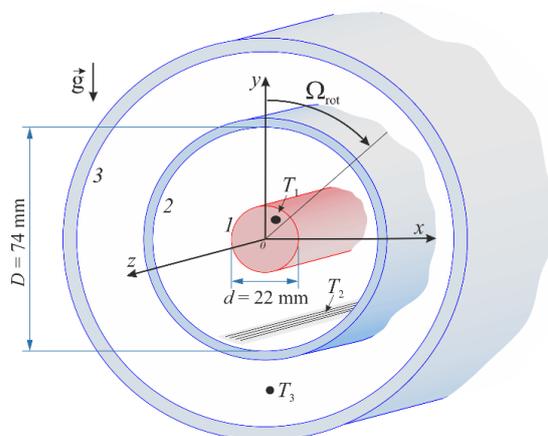


Рис. 1. Схема кюветы в поперечном сечении

<sup>1</sup>Работа поддержана Министерством просвещения РФ (проект КРЗУ-2023-0002).

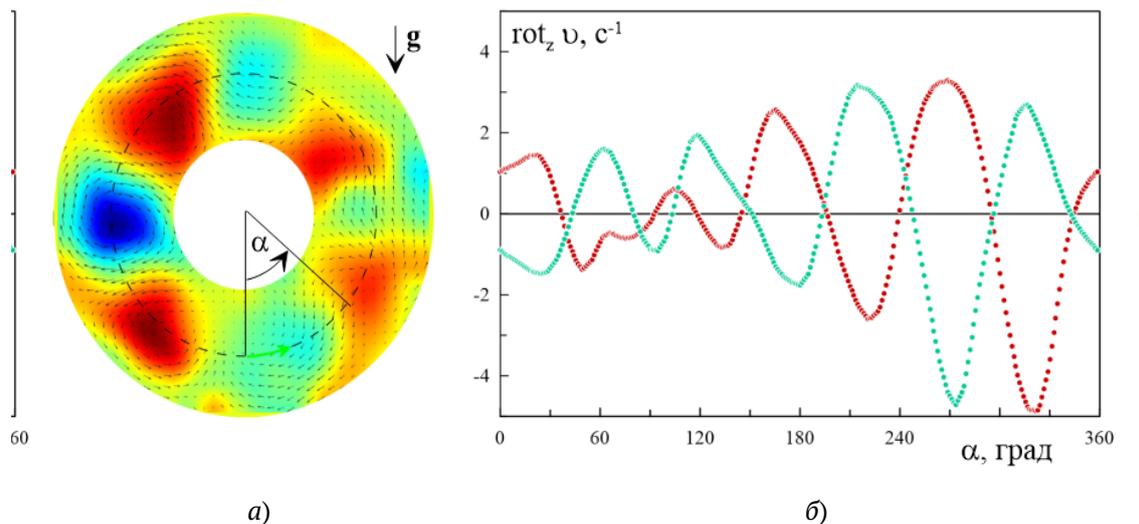


Рис. 2. Результаты PIV-исследования: а) поле мгновенной завихренности; б) азимутальные профили завихренности;  $f_{rot} = 0.9$  об/с; разность температур границ слоя  $\Theta = 26^\circ\text{C}$

носителем толстых цилиндрических слоев с понижением скорости вращения в слое пороговым образом возбуждаются параметрические колебания жидкости с частотой в два раза меньшей частоты вращения. На Рис. 2 показано поле мгновенной завихренности в поперечном сечении.

Конвективные течения представляют собой двумерные валы, вытянутые вдоль оси вращения, соседние валы согласованно вращаются в противоположных направлениях. Валы расположены преимущественно в левой части кюветы на поднимающейся стороне стенки (слой вращается по часовой стрелке). В течение одного оборота скорость вращения отдельного вала, движущегося вместе с полостью, достигает максимума в левой части и меняется на противоположное — в правой. На графике указаны азимутальные профили мгновенной завихренности, полученные через один период вращения. Обнаружено, что знак завихренности сменился на противоположный, а положения центров конвективных валов практически не изменились.

Параметрические колебания устойчиво стратифицированной в поле центробежной силы неизотермической жидкости при вращении полости вокруг горизонтальной оси наблюдаются впервые. Обнаруженные в работе колебания аналогичны па-

раметрическим колебаниям устойчиво стратифицированной жидкости в горизонтальном плоском слое при модуляции силы тяжести [1].

При дальнейшем понижении скорости вращения параметрическая конвекция сменяется термовибрационной. При этом на фоне колебаний неизотермической жидкости, возбуждаемых вращающимся полем силы тяжести с частотой вращения, в жидкости генерируются осредненные виброконвективные течения, которые в пороге имеют вид квазистационарных валов, вытянутых вдоль оси вращения [4]. Результаты экспериментов обобщены на плоскости управляющих параметров.

### Список литературы

- [1] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.
- [2] Sterl S., Li H.M., Zhong J.Q. Dynamical and statistical phenomena of circulation and heat transfer in periodically forced rotating turbulent Rayleigh-Bénard convection // *Physical review fluids*. 2016 V. 1(8). P. 084401. DOI:10.1103/PhysRevFluids.1.084401.
- [3] Kozlov V.G., Vjatkin A.A., Sabirov R.R., Myznikov V.M. Methods of experimental study of thermal convection in cavity subject to rotation and vibration // *MethodsX*. 2019. V. 6. P. 2420–2428. <https://doi.org/10.1016/j.mex.2019.10.005>.
- [4] Vjatkin A., Siraev R., Kozlov V. Theoretical and Experimental Study of Thermal Convection in Rotating Horizontal Annulus // *Microgravity Sci. Technol.* 2020. V. 32. P. 1133–1145. <https://doi.org/10.1007/s12217-020-09827-7>.



## Тепловизионное исследование конвекции, вызванной внутренним тепловыделением в двухслойной системе «воздух–пористая среда»<sup>1</sup>

Колчанов Н.В., Сидоров А.С.

Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

В работе представлены результаты экспериментов по конвекции воздуха в системе, состоящей из горизонтального пористого тепловыделяющего слоя и воздушной прослойки над ним. Свойства самой пористой среды определялись в отдельных экспериментах и подробно описаны в работе [1]. Определен порог возникновения конвективного течения для разных толщин воздушной прослойки через относительный тепловой поток и объемную мощность тепловыделения. Уменьшение толщины воздушной прослойки приводит к существенному повышению устойчивости механического равновесия и увеличению порогового значения числа Рэлея–Дарси. С помощью тепловизионных измерений показано, что конвективные течения в двухслойной системе, вызванные внутренним тепловыделением в нижнем волокнистом пористом слое, имеют форму двумерных валов, ось которых ориентирована поперёк тепловыделяющих волокон.

### Эксперимент

На Рис. 1 представлена схема экспериментальной установки, которая состоит из конвективной камеры с рабочей полостью (выделена контуром зеленого цвета) и системы термостатирования. Пористая среда 1 располагается на медной квадратной пластине 2, являющейся нижней границей полости и частью теплообменника. Толщина и сторона пластины соответственно равны 10.0 мм и 160 мм. К ней по периметру прикреплены монолитные боковые границы 3 с помощью стальных болтов. Над образцом 1 расположена воздушная прослойка 4, толщина которой устанавливается дополнительной вставкой из органического стекла 5. Сверху двухслойная система накрывается дюралюминиевой пластиной 6, которая имеет толщину 5.0 мм и крепится к боковым границам 3. В центральной части пластины 6 сделано круглое отверстие, в которое вмонтировано и закреплено стекло из селенида цинка (ZnSe) 7 с диаметром 104 мм. Толщины стекла 7 и пластины 6 совпадают. Стекло 7 прозрачно для электромагнитного излучения в диапазоне длин волн 0.5–20 мкм, поэтому инфракрасное излучение, испускаемое поверхностью пористой среды, почти без поглощения выходит из рабочей полости и регистрируется тепловизором

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 21-71-10045, <https://rscf.ru/project/21-71-10045/>.

Testo 890. В верхней части устройства термостатирования предусмотрено отверстие для объектива 8 тепловизора. Для точечного измерения температуры использовались медь–константановые дифференциальные термопары 9 совместно с приборами Термодат-38С1 и Термодат-38В1. Две термопары измеряют температуры на нижней и верхней границах двухслойной системы относительно температуры в лаборатории  $T_0$ . Красными точками отмечены места расположения спаев ещё трех термопар в центральной части образца пористой среды, которые измеряют температуру в этих точках относительно температуры  $T_0$ . Температура  $T_0$  измерялась ртутным термометром с точностью 0.1 °С.

Система термостатирования используется для контроля температуры верхней границы полости. В верхней части устройства вмонтированы восемь вентиляторов, которые создают вынужденное циркулирующее внутри течение воздуха. Центральная часть устройства термостатирования направляет воздух на верхнюю границу рабочей полости (черные стрелки на Рис. 1). Нижняя часть устройства плотно прилегает к верхней границе рабочей полости, поэтому набегающий на границу воздух растекается через рассекатели и попадает в периферийное пространство устройства термостатирования. На периферии устройства находится радиатор из медной трубки, который позволяет менять температуру циркулирующего внутри воздуха. Оболочка устройства термостатирования выполнена из теплоизоляционного материала.

Тепловыделение в пористом слое возникает, когда по волокнам подводится электрический ток от двух согласованно соединённых источников электропитания GPR-11Н30D.

## Результаты

Интенсивность конвекции определялась внутренним безразмерным числом Рэлея–Дарси [2]

$$Ra = g \left( \frac{\beta \rho_0 c_p}{\nu} \right)_{air} \frac{QKh_{pm}^3}{2\kappa_{eff}^2},$$

где  $Q$  — объемная мощность тепловыделения,  $K$  — проницаемость,  $\kappa_{eff}$  — эффективная теплопроводность,  $h_{pm}$  — толщина пористого слоя,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\beta$ ,  $\rho_0$ ,  $c_p$ ,  $\nu$  — это коэффициент объёмного расширения, плотность, теплоёмкость и кинематическая вязкость воздуха соответственно при температуре, поддерживаемой на границах двухслойной системы ( $\beta = 1/273 \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ;  $\rho_0 = 1.21 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_p = 1.01 \text{ кДж/(кг}\cdot^\circ\text{C)}$ ;  $\nu = 15.1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}$ ).

На Рис. 2 представлены фотографии поля температуры, полученные тепловизором, для разных

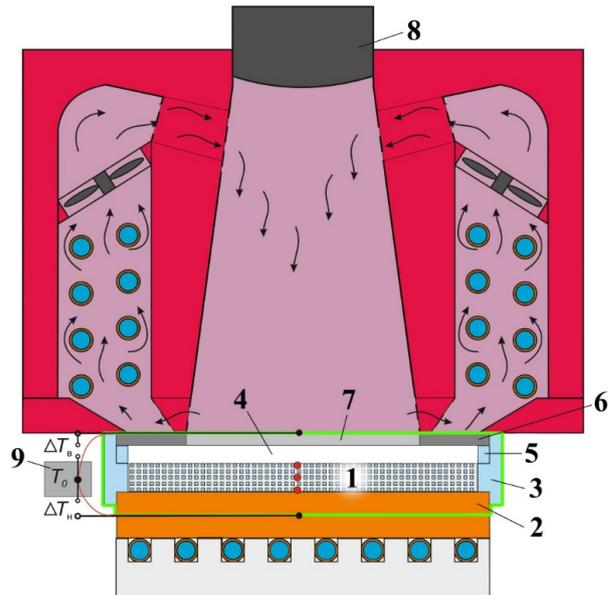


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — слой волокнистой тепловыделяющей пористой среды; 2 — медная квадратная пластина нижнего теплообменника; 3 — монолитные боковые границы из органического стекла; 4 — прослойка воздуха; 5 — вставка из органического стекла, с помощью которой устанавливается толщина воздушной прослойки 4; 6 — дюралюминиевая пластина, являющаяся верхней границей полости; 7 — круглое стекло из селенида цинка (ZnSe); 8 — объектив тепловизора; 9 — совокупность дифференциальных медь–константановых термопар для измерения температуры в различных точках внутри экспериментальной установки. Зелёный контур выделяет рабочую полость с двухслойной системой

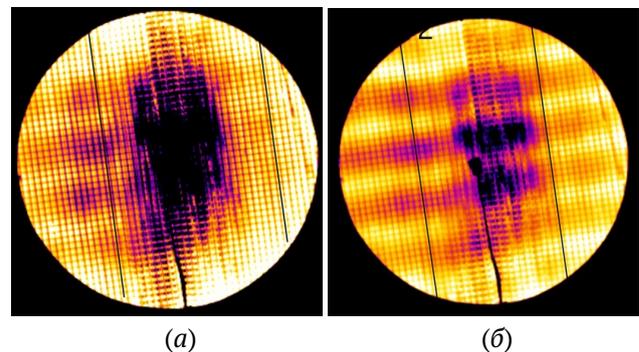


Рис. 2. Эволюция поля температуры на поверхности волокнистого тепловыделяющего пористого слоя в надкритической области при толщине воздушной прослойки:  $h_{air} = 7.6 \text{ мм}$ , полученные для образца с пористостью 0.82: (а)  $Ra = 0.88$ ; (б)  $Ra = 1.07$

чисел  $Ra$ . Тепловизор регистрирует течение, когда оно проникает вглубь пористой среды и имеет интенсивность, достаточную для образования конвективных возмущений температуры. Когда температурные возмущения, вызванные конвективным течением, становятся больше цены наименьшего деления тепловизора ( $0.1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), на картине появляются вытянутые поперёк тепловыделяющих волокон среды чередующиеся темные (холодные) и светлые (горячие) полосы. Каждой полосе соответствует течение от двух соседних валов с разной закруткой. Темное пятно в центре картин обусловлено высокой пористостью среды, благодаря чему тепловое излучение от нижней холодной стенки регистрируется тепловизором.

В экспериментах показано, что увеличение объёмной мощности тепловыделения и числа  $Ra$  приводит к увеличению размеров конвективных

валов. Такое поведение мы связываем с тем, что при увеличении интенсивности конвекции область, занятая конвективными валами, увеличивается за счет проникновения валов вглубь пористого слоя.

Согласно экспериментальным данным критическое число Рэлея–Дарси и критическое волновое число увеличиваются с уменьшением толщины воздушной прослойки. Этот результат согласуется с численными расчетами в подобных средах.

### Список литературы

- [1] Kolchanova E., Kolchanov N., Sidorov A. Permeability measurements in experiments on convective heat transfer in a complex fibrous porous medium structured by a 3D photopolymer framework // *Interfacial Phenomena and Heat Transfer*. 2023. Vol. 11, no. 1. Pp. 65–74. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2023047663.
- [2] Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М.: Наука, 1972. 392 с.



## Модели вихрей: история и развитие

Куйбин П.А.

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

Вихревые течения широко распространены как в природе, так и при решении технических задач. На основе закрутки потока работают различного типа сепараторы и очистные устройства, горелки и топки, охладители и нагреватели, осушители и т.п. Для исследования закрученных течений используются методы экспериментального моделирования и вычислительной гидродинамики. Самый продуктивный подход в описании вихревых течений удается реализовать, когда появляется возможность аналитического описания характеристик потока. Примеры аналитических моделей вихрей можно найти в монографии [1]. В данной работе представлен обзор аналитических моделей вихрей и предложено развитие моделей винтовых вихрей.

Простейшей моделью вихря является прямолинейная вихревая нить, в которой завихренность сосредоточена на прямой линии. Такая нить генерирует (индуцирует) единственную компоненту (окружную в цилиндрической системе координат с осью  $z$ , совпадающей с нитью) скорости, величина которой пропорциональна интенсивности вихревой нити и обратно пропорциональна расстоянию от нее:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r}. \quad (1)$$

В реальных жидкостях завихренность может распределяться локализованно, но в конечных по размерам областях. Более реалистичная модель вихря была предложена Рэнкиным (William John Macquorn Rankine) в 19 веке. В модели завихренность распределена равномерно в цилиндрической области. В этом случае окружная скорость внутри цилиндра линейно растет, а вне его убывает по гиперболе:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi r} \begin{cases} r^2/\varepsilon^2, & r < \varepsilon \\ 1, & r \geq \varepsilon \end{cases}. \quad (2)$$

Обобщение модели Рэнкина на случай винтовых течений, когда линии тока совпадают с вихревыми линиями, было сделано Васильевым [2]. Получена зависимость от радиальной координаты не только для окружной компоненты скорости, но и для осевой:

$$V = \alpha r, \quad W = \sqrt{V_0^2 - 2\alpha r}. \quad (3)$$

Более сложные модели колоннообразных вихрей учитывают неравномерное распределение завихренности в вихревом ядре. В качестве примера можно привести вихрь Ламба–Озеена [3, 4], для которого завихренность имеет не ступенчатое, а гауссово распределение завихренности:

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi\varepsilon^2} \exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right), \quad V = \frac{\Gamma}{2\pi r} \left[1 - \exp\left(-\frac{r^2}{\varepsilon^2}\right)\right]. \quad (4)$$

Формулы (3) соответствует решению задачи о диффузии завихренности для прямолинейной вихревой нити, где эффективный размер вихревого ядра растет со временем:  $\varepsilon^2 = 4\nu t$ ,  $t$  — время, а  $\nu$  — кинематическая вязкость.

Еще одна удобная для использования модель была предложена Кауфманном [5] (более известна, как модель Скалли [6]):

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi \varepsilon^2} \left(1 + \frac{r^2}{\varepsilon^2}\right)^{-2}, \quad V = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{r^2 + \varepsilon^2}. \quad (5)$$

Ватистас [7] развил модель Скалли, предложив семейство вихрей с распределением скорости следующего вида:

$$V = \frac{\Gamma}{2\pi} \frac{r}{(r^{2n} + \varepsilon^{2n})^{1/n}}. \quad (6)$$

Обобщение моделей вихрей (2), (4), (5) на случай осесимметричных течений с винтовыми вихревыми линиями было предложено в работе [8]. При этом осевая компонента скорости связана с окружной соотношением:

$$W = W_0 - \frac{r}{l} V. \quad (7)$$

Здесь  $W_0$  — значение осевой скорости на оси потока,  $h = 2\pi l$  — шаг винтовых вихревых линий. Преимущество обобщения заключается в возможности описания закрученных течений типа струй и типа следов с неоднородным распределением осевой скорости.

Другой класс моделей вихрей связан с пространственно локализованными вихрями. В первую очередь к этому классу относятся вихревые кольца. Поле скорости, индуцированное бесконечно тонкой вихревой нитью радиуса  $r_0$ , выражается через полные эллиптические интегралы первого и второго рода,  $K$  и  $E$  [4]:

$$u_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad u_z = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r},$$

$$\Psi = -\frac{\Gamma}{2\pi} \sqrt{rr_0} \left[ \left( \frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right], \quad (8)$$

$$k = \frac{4rr_0}{z^2 + (r + r_0)^2}.$$

Кольцевая вихревая нить движется в направлении бинормали с бесконечной скоростью. Для вихревого кольца с радиусом ядра  $\varepsilon \ll r_0$  и с равномерным распределением завихренности формула для скорости движения кольца была получена Кельвином [9]:

$$U = \frac{\Gamma}{4\pi r_0} \left( \ln \frac{8r_0}{\varepsilon} - \frac{1}{4} \right). \quad (9)$$

Хикс [10] получил аналогичную формулу для случая полого вихря, где в скобках вместо  $1/4$  стояла  $1/2$ . В настоящее время и экспериментальное и теоретическое описание вихревых колец получили значительное развитие (см., например, [11, 12]).

Третья группа моделей вихрей касается винтовых вихрей, первые исследования которых проводились в начале XX века [13, 14], где были получены приближенные формулы для самоиндуцированной скорости винтовых вихрей. Поле скорости, индуцированное вихревой нитью произвольной формы можно найти через интеграл Био–Савара. В случае винтовой вихревой нити требуется вести интегрирование вдоль бесконечной нити. Хардин [15] преобразовал интегралы к рядам с коэффициентами, представленными через модифицированные функции Бесселя (ряды Каптейна). Для моделирования реальных винтовых вихрей необходимо переходить к вихрям с конечным размером ядра. Мур и Сэфмэн [16] предложили оценивать самоиндуцированную скорость с помощью добавления и вычитания соприкасающегося вихревого кольца. Рикка [17] реализовал этот подход при численных расчетах на основе представления поля скорости из [15]. Из общей теории вихревых нитей [18] известно, что локально вихрь движется в направлении бинормали, а сама бинормальная компонента скорости в окрестности вихревой нити может быть представлена в виде разложения, содержащего полюс, логарифмическую особенность, константу и малые величины. Рикка отметил, что константа отличается примерно на 0.25 от аналогичной константы в формуле для самоиндуцированной скорости [16]. Значительный прогресс в описании винтовых вихрей был достигнут после работы [19], где авторы применили технику прямого выделения особенностей в рядах типа Каптейна. Это позволило проводить расчеты поля скорости с высокой точностью; найти поле скорости для винтовой нити, расположенной соосно в цилиндре; было доказано, что в пределах малых и больших шагов винта константы отличаются точно на  $1/4$ . Следом, в работе [20] была доказана справедливость этого отличия при произвольном шаге винта.

В монографии [1] представлена модель для описания поля осредненных по окружной координате скоростей для винтового вихря с ядром конечного размера. Сопоставив их с экспериментально измеренными скоростями, можно найти параметры винтового вихря и по формулам из [19], оценить частоту прецессии вихря. В недавней экспериментальной работе [20] найдены режимы закрученного потока, сопровождающиеся образованием пары винтообразных прецессирующих вихрей. Для опи-

сания такой картины предложено обобщение упомянутой модели на случай композиции колоннообразного осесимметричного вихря и пары винтовых вихрей.

### Список литературы

- [1] *Алексеев С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л.* Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. 504 с.
- [2] *Васильев О.Ф.* Основы механики винтовых и циркуляционных потоков. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1958. 144 с.
- [3] *Oseen C.W.* Über die Wirbelbewegung in einer reibenden Flüssigkeit // *Ark. Mat. Astro. Fys.* 1912. Vol. 7. P. 14–26.
- [4] *Lamb H.* Hydrodynamics. 3rd ed. Cambridge: Cambridge Univ Press, 1906. 650 p.
- [5] *Kaufmann W.* Über die Ausbreitung kreiszylindrischer Wirbel in zähen Flüssigkeiten // *Ingenieur-Archiv.* 1962. Vol. 31, No. 1. P. 1–9.
- [6] *Scully M.P., Sullivan J.P.* Helicopter rotor wake geometry and airloads and development of laser doppler velocimeter for use in helicopter rotor wakes // Massachusetts Institute of Technology Aerophysics Laboratory Technical Report 183, MIT DSR No. 73032, 1972.
- [7] *Vatistas G.H., Kozel V., Mih W.C.* A Simpler Model for Concentrated Vortices // *Experiments in Fluids.* 1991. Vol. 11. P. 73–76.
- [8] *Куйбин П.А., Окулов В.Л.* Одномерные решения для течений с винтовой симметрией // *Теплофизика и аэромеханика.* 1996. № 4. С. 311–315.
- [9] *Kelvin, Lord.* The translatory velocity of a circular vortex ring // *Philos. Mag.* 1867. Vol. 33. P. 511–512.
- [10] *Hicks W.M.* Researches on the theory of vortex rings. Part II // *Philos. Trans. R. Soc. London.* 1885. A176. P. 725–780.
- [11] *Ахметов Д.Г.* Вихревые кольца. Новосибирск: Гео, 2007. 151 с.
- [12] *Fukumoto Y.* Global time evolution of viscous vortex rings // *Theoretical and Computational Fluid Dynamics.* 2010. Vol. 24. P. 335–347.
- [13] *Жуковский Н.Е.* Вихревая теория гребного винта // *Труды Отделения Физических наук Общества Любителей Естествознания.* 1913. Т. 16, № 1.
- [14] *Da Rios L.S.* On the motion of an unbounded fluid with a vortex filament of any shape (in Italian) // *Rend. Circ. Mat. Palermo.* 1906. V. 22. P. 117–135.
- [15] *Hardin J.C.* The velocity field induced by a helical vortex filament // *Phys. Fluids.* 1982. Vol. 25. P. 1949–1952.
- [16] *Moore D.W., Saffman P.G.* The motion of a vortex filament with axial flow // *Philos. Trans. R. Soc. London.* 1972. Vol. A272. P. 403–429.
- [17] *Ricca R. L.* The effect of torsion on the motion of a helical vortex filament // *J. Fluid Mech.* 1994. Vol. 273. P. 241–259.
- [18] *Бэтчелор Дж.* Введение в динамику жидкости. М.: Мир, 1973. 758 с.
- [19] *Kuibin P.A., Okulov V.L.* Self-induced motion and asymptotic expansion of the velocity field in the vicinity of helical vortex filament // *Phys. Fluids.* 1998. Vol. 10. P. 607–614.
- [20] *Voersma J., Wood D.H.* On the self-induced motion of a helical vortex // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 384. P. 263–280.



## О форме плотностной неустойчивости приповерхностной конвекции<sup>1</sup>

Куприянова А.Е.<sup>\*,\*\*</sup>, Гриценко В.А.<sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

<sup>\*\*</sup>Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва

### Введение

Как известно [1], возникающий при охлаждении воды с поверхности термический пограничный слой (до 5–8 мм при свободной конвекции), определяется молекулярными механизмами перемешивания. Возникновение гидростатически неустойчивого распределения плотности в этом слое является предпосылкой к развитию конвекции [2]. На нижней границе этого пограничного слоя случайным образом (по времени и пространству) происходит зарождение ансамбля отдельных конвективных элементов (термик), осуществляющих транспорт более холодных вод с поверхности в глубину.

Целью данной работы стало исследование процесса возникновения и погружения плотностного фронта совокупности термик в однородной среде на основе данных лабораторных экспериментов и модельных расчетов.

<sup>1</sup>Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00150 (<https://rscf.ru/project/23-27-00150/>).

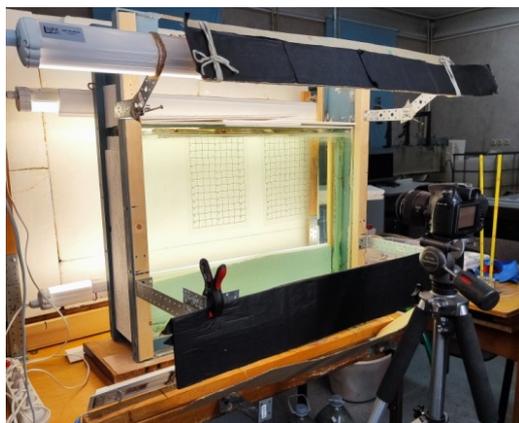
### Материалы и методы

Лабораторные эксперименты были проведены в гидрлотке ЛФМ (АО ИО РАН, г. Калининград) (см. Рис. 1 (а)). Перед началом эксперимента рабочее пространство лотка (800 × 590 × 125 мм) заполнялось пресной водой (~ 14°C), на поверхности которой размещалось входное устройство типа «окно» (Рис. 1 (б)).

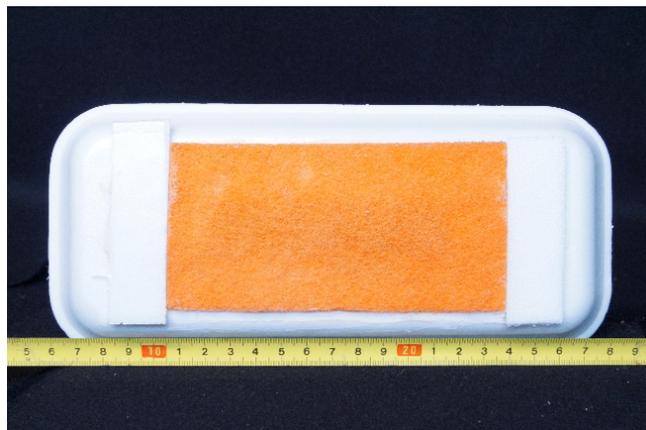
Конструкция устройства включала в себя пенополистирольный лоток, в дне которого прорезалась отверстие (900 × 20 мм), закрывавшееся снизу абразивной губкой (толщина 4–5 мм). Нижняя поверхность губки располагалась под поверхностью воды на 7–8 мм. На поверхность губки капельным образом сверху подавался малый объем (5 мл) подготовленного солевого раствора (18°C, NaCl, 10<sup>-4</sup> г/см<sup>3</sup>). Видеозапись погружения термик в пресной воде выполнялась при помощи видеокамеры Baumer (10 Гц), а также камеры Sony-58Alpha (~ 2 Гц). Более детально входное устройство и методика проведения эксперимента описана в статье авторов [3].

### Лабораторные эксперименты

В описываемом исследовании возникновения и погружения термик было выполнено 13 экспериментов (7 серий от 1 до 3 запусков) с перепадами



(a)



(б)

Рис. 1. Общий вид гидрлотка ЛФМ (а), заполненного пресной водой и снабженного системой светодиодных ламп. Конструкция входного устройства типа «окно»: вид снизу (б)

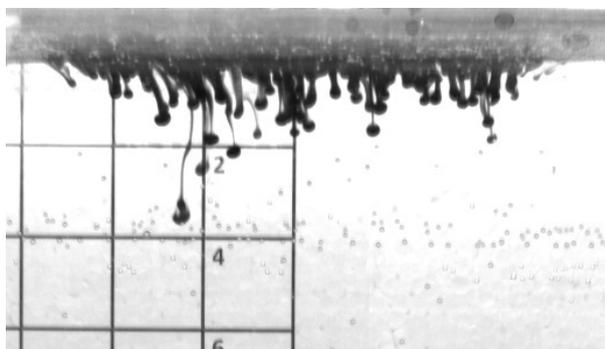
плотности между пресной водой и солевым раствором  $\Delta\rho = 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>. В ходе выполнения экспериментов (Рис. 2) наблюдались различные формы возникновения и типичные трансформации объемов отрицательной плавучести [4], погружающихся в окружении пресной воды.

Наблюдаемая картина динамики ансамбля термиков позволила выделить несколько этапов их погружения. На начальном этапе запуска солевого раствора в устройство под поверхностью губки, из-за перепада температуры между раствором и окружающей водой, формировалось «облако» на всем протяжении отверстия «окна». Благодаря начальной разности температуры, «облако» на некоторое время (до 5 секунд) «зависало» под поверхностью устройства. Как только раствор в слое остывал, на нижней границе «облака» формировались малые выпуклости («капли»), возникающие из-за плотностной неустойчивости в этом слое.

Получение оценок вертикальной скорости погружения для плотностного фронта ансамбля термиков проводилось с помощью пакета обработки изображений ImageJ. Прямые эмпирические оценки показали: средняя скорость погружения плотностного фронта составляет около 0.3 мм/с, минимальная и максимальная скорости были 0.1 мм/с и 0.5 мм/с, соответственно. Предварительный анализ количественных характеристик скорости погружения фронта для наблюдаемого течения показал, что изменение вертикальной скорости погружения плотностного фронта изменяется по линейному закону.

### Модельные расчеты

Численные эксперименты проводились на нелинейной 2d-модели динамики неоднородной по плотности жидкости, включавшей в себя тради-



(a)



(б)

Рис. 2. Примеры наблюдаемых в лотке движений: отрыв ансамбля объемов от нижней границы входного устройства на фотографии камеры Vaio (а), на фотографии – Sony (б). Отчетливо заметна грибовидная форма погружающихся объемов отрицательной плавучести ( $\Delta\rho = 10^{-4}$  г/см<sup>3</sup>)

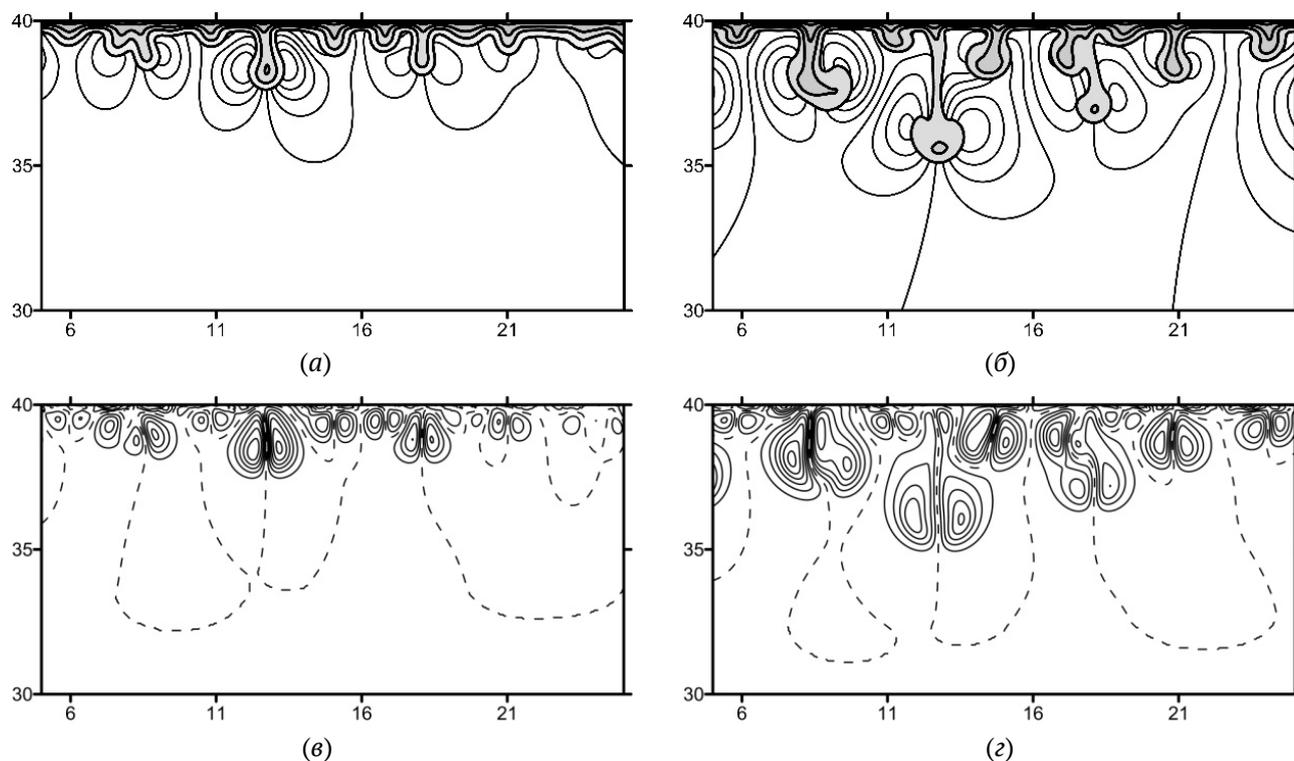


Рис. 3. Распределения плотности, функции тока (а), (б) и завихренности (в), (г) для двух последовательных фаз эволюции ансамбля термиков. Характерные масштабы расчетного течения:  $h_0 = 0.5$  см,  $\Delta\rho_0 = 0.0001$  г/см<sup>3</sup>,  $u_0 \sim 0.6$  см/с. Изолинии плотности проведены в диапазоне  $\Sigma = \sigma/\Delta\rho_0 = [0.1, 0.85, 0.25]$ , функции тока  $\psi \in [-0.1, 0.1, 0.02]$ , и изолиний завихренности  $\omega = [-0.4, 0.4, 0.15]$

ционные уравнения переноса завихренности и массы, а также трассеров для идентификации объемов воды [3]. Расчеты проводились на сетках  $601 \times 801$ ,  $\Delta x = \Delta z = 0.05$ . Малые скорости заглубления термиков позволили предполагать ламинарный характер течений. Характерные масштабы течений были выбраны исходя из экспериментально полученных оценок толщины термического пограничного слоя ( $h = 0.5$  см) и скорости погружения отдельных термиков ( $u = 0.7$  см/с). Процесс выхолаживания воды с поверхности имитировался случайными аддитивными добавками плотности в 5–6 знаке текущего значения плотности для каждого из узлов верхних пяти слоев расчетной сетки.

На Рис. 3 приведены две фазы развития приповерхностной конвекции, на которых хорошо видна динамика погружения отдельных термиков и их фронта.

Сравнение с лабораторными экспериментами (Рис. 2 и 3) показало, что модель качественно верно воспроизводит случайный характер процесса зарождения термиков. Распределения расчетных полей плотности, функции тока и завихренности свидетельствуют о вихревом характере неоднородного по плотности течения.

## Результаты

Анализ полученных снимков экспериментов, а также проведенные модельные расчеты показали, что скорость погружения плотностного фронта ансамбля термиков при избыточной плотности  $10^{-4}$  г/см<sup>3</sup> может составлять: средняя скорость около 0.3 мм/с, максимальная скорость до 0.5 мм/с. Выполненные эксперименты показали вихревой характер движения термиков с самого их зарождения.

## Список литературы

- [1] Гинзбург А.И., Дикарев С.Н., Зацепин А.Г., Федоров К.Н. Феноменологические особенности конвекции в жидкости со свободной поверхностью // Изв. АН СССР. Сер. ФАО. 1981. Т. 17. № 4. С. 400–407.
- [2] Гинзбург А. И., Федоров К. Н. Охлаждение воды с поверхности при свободной и вынужденной конвекции // Известия АН СССР. Сер. ФАО. 1978. Т. 14. № 1. С. 79–87.
- [3] Куприянова А.Е., Гриценко В.А. Падение пятен солёной воды на наклонное дно в окружении пресной: динамика и структурные особенности распространения плотностного фронта вверх по склону. // Океанологические исследования. 2022. Т. 50. № 2. С. 106–124. doi: 10.29006/1564-2291.JOR-2022.50(2).5.
- [4] Тернер Дж. Эффекты плавучести в жидкости. М.: Мир, 1977. 431 с.



## Сдвиговые течения вязкоупругой среды с несколькими временами релаксации

Ляпидевский В.Ю., Неверов В.В., Кармушин С.Р.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск  
Новосибирский Государственный университет(НГУ), Новосибирск

В работе рассматривается общая модель несжимаемой вязкоупругой жидкости с несколькими временами релаксации, частными случаями которой являются модели Джонсона-Сигалмана-Олдройда (ISO), Гизекуса и модель Роли-Поли. Показана гиперболичность рассматриваемой модели в одномерном случае. Предложен численный метод для расчета нестационарных одномерных разрывных решений. Численно решена нестационарная задача о течении Куэтта с переменной скоростью одной из границ. Исследован процесс образования высокоградиентных прослоек в течении вязкоупругой жидкости. В рамках рассматриваемой задачи проведено сравнение моделей ISO, Гизекуса и Роли-Поли между собой, а также сравнение расчетов с экспериментальными данными.

### Введение

Многие жидкости, которые встречаются в природе или используются в технологических процессах не являются Ньютонскими и имеют сложную реологию. Примерами являются полимерные растворы, гели, пасты, биологические жидкости и т.д. Одним из важнейших свойств таких сред является вязкоупругость. Известно [1], что даже в простых сдвиговых течениях вязкоупругих сред могут образовываться разрывы и высокоградиентные прослойки. Экспериментальное подтверждение возникновения внутренних разрывов приведено, например, в работах [2, 3].

В работе рассматривается общая модель вяз-

коупругой жидкости. Показано, что в случае сдвиговых течений модель является гиперболической. Численно исследовано возникновение сдвиговых расслоений в течении Куэтта вязкоупругой жидкости. Проведено сравнение расчетов с экспериментальными данными.

### Математическая модель

В работе рассматривается многомодовая модель несжимаемой вязкоупругой жидкости

$$\rho(\mathbf{v}_t + (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v}) = -\nabla p + \operatorname{div} \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{f} \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad (1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sum_{i=1}^{i=n} \boldsymbol{\tau}_i, \quad \lambda_i D \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_i + \mathbf{h}(\boldsymbol{\tau}_i) = 2\mu_i \mathbf{D}, \quad (2)$$

где  $\rho$  — плотность,  $\mathbf{v}$  — скорость,  $p$  — давление,  $\mathbf{f}$  — вектор массовых сил,  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор напряжений,  $\lambda_i$  — время релаксации, соответствующее  $i$ -й моде,  $\mu_i$  — динамическая вязкость  $i$ -й моды,  $\mathbf{D}$  — тензор скоростей деформации,  $\mathbf{h}(\boldsymbol{\tau}_i)$  — функция от тензора

$\tau_i$ . Символом  $D\tau_i$  обозначается объективная производная тензора  $\tau_i$ ,

$$D\tau_i = \frac{\partial \tau_i}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \tau_i + \frac{1 + \alpha_i}{2} (-\nabla \mathbf{v} \cdot \tau_i - \tau_i \cdot (\nabla \mathbf{v})^T) + \frac{1 - \alpha_i}{2} ((\nabla \mathbf{v})^T \cdot \tau_i + \tau_i \cdot \nabla \mathbf{v}) \quad (3)$$

это может быть верхняя конвективная производная ( $\alpha_i = 1$ ), нижняя конвективная производная ( $\alpha_i = -1$ ) или производная Яуманна ( $\alpha_i = 0$ ).

### Сдвиговые течения

Рассматривается класс сдвиговых течений, для которых скорость и тензор напряжений имеют вид

$$\mathbf{v} = (u(y), 0), \quad \tau_i = \begin{pmatrix} \xi_i & \pi_i \\ \pi_i & S_i \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Для сдвиговых течений выделяется два класса подмоделей:

1. Обобщенная модель JSO, т.е.  $\mathbf{h}(\tau_i) = 0, \forall i$  и  $\alpha_n = 1, |\alpha_i| \neq 1, i = 1, \dots, n - 1$ ;
2. Обобщенная модель Giesekus-Rolie-Poly,  $\mathbf{h}(\tau_i) \neq 0, \alpha_i = 1, \forall i$ .

Рассматривается одномерное нестационарное течение Куэтта вязкоупругой жидкости, в котором скорость одной из стенок зависит от времени. В настоящей работе показано, что система уравнений будет гиперболической для обоих классов подмоделей и может быть записана в дивергентном виде. В случае обобщенной модели JSO уравнения имеют вид:

$$\rho u_t = \sigma_y, \quad \sigma = \sum_{i=1}^{i=n} \pi_i, \quad Z_i = \frac{1 - \alpha_i}{2} \xi_i - \frac{1 + \alpha_i}{2} S_i \quad (5)$$

$$\lambda_i \left( \frac{\partial \pi_i}{\partial t} + Z_i u_y \right) + \pi_i = \mu_i u_y, \quad (6)$$

$$\lambda_i \left( \frac{\partial Z_i}{\partial t} + (1 - \alpha_i)^2 \pi_i u_y \right) + Z_i = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (7)$$

$$\pi_i(0, y) = \pi_i^0(y), \quad Z_i(0, y) = Z_i^0(y), \quad u(0, y) = u^0(y), \quad (8)$$

$$u(t, 0) = 0, \quad u(t, H) = u^H(t). \quad (9)$$

Случаи  $n = 1$  и  $n = 2$  для модели JSO ранее рассматривались, например, в работах [6–8]. В частности, в [8] было показано, что для случая  $n = 2, \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 0$  в модели JSO можно сделать замену

$$\varphi = \arctg \frac{\pi_1}{Z_1 + 1}, \quad P = \frac{1}{Re} (\pi_1 + \pi_2), \quad (10)$$

$$q = \sqrt{\pi_1^2 + (Z_1^2 + 1)^2}, \quad S = \pi_2 - \beta \varphi,$$

и записать уравнения (5)–(7) в дивергентном виде

$$Re \cdot u_t + P_y = 0, \quad \varphi_t - u_y = -\frac{\sin \varphi}{q}, \quad (11)$$

$$q_t = \cos \varphi - q, \quad S_t = \frac{\beta}{\kappa} \pi_2 + \frac{\sin \varphi}{q},$$

где

$$Re = \frac{\rho H^2}{\mu_1 \lambda_1}, \quad \beta = \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \kappa = \frac{\mu_2 \lambda_2}{\mu_1 \lambda_1}. \quad (12)$$

Предложен численный алгоритм расчета нестационарных сдвиговых течений для обоих классов подмоделей. Основным отличием предложенного подхода является то, что в уравнения системы не добавляются члены с искусственной вязкостью, что позволяет с большей точностью выделять положение высокоградиентных прослоек и разрывов.

### Результаты расчетов

В качестве тестовой задачи рассматривалась задача о нестационарном течении Куэтта, в котором скорость одной из границ зависит от времени. Эта задача часто возникает при интерпретации реологических осцилляционных тестов. Построены численные решения рассматриваемой нестационарной задачи для различных наборов параметров модели. В рамках задачи проведено сравнение частных случаев модели между собой, а также сравнение расчетов и экспериментальных данных.

Показано, что расчеты по предложенному методу дают хорошее совпадение с эксперименталь-

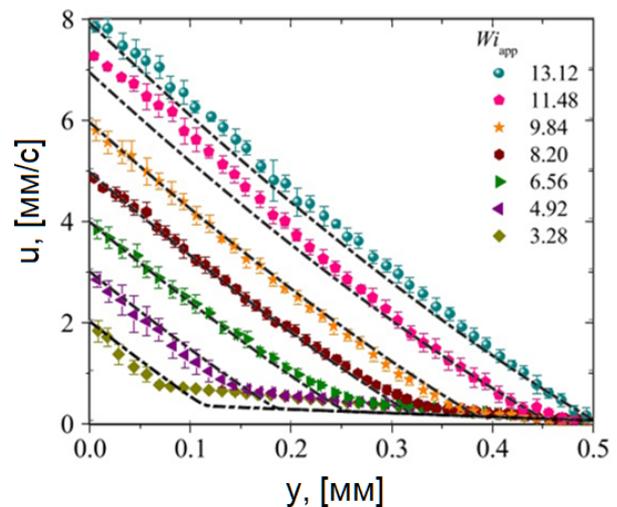


Рис. 1. Профиль скорости для разных скоростей движения левой границы. Сплошные линии – расчет по модели Giesekus ( $Re = 0.001, \beta = 0.009, \kappa = 0.94$ ), точки – экспериментальные данные из работы [4]

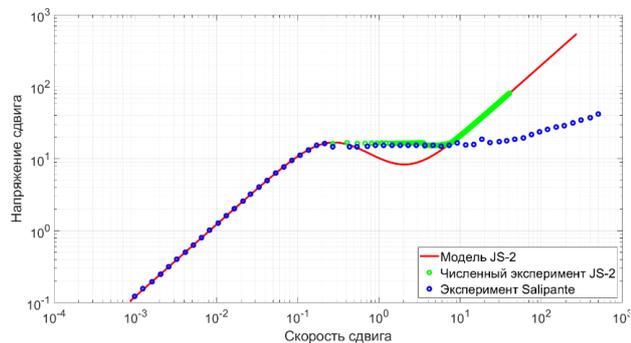


Рис. 2. Сравнение экспериментальных данных из работы [5] (синие точки), расчета по стационарной модели (красная кривая) и расчета по нестационарной модели [6] (зеленая кривая)

ными данными. В частности, численные результаты корректно воспроизводят не только средние характеристики, но и внутреннюю структуру течения (Рис. 1). Было показано, что реологическая зависимость напряжений от скоростей деформации, полученная из расчетов по нестационарной обобщенной модели JSO сильно отличается от зависимости, полученной по стационарной модели. На

Рис. 2 показано, что учет нестационарности позволяет получить лучшее совпадение с расчетом с экспериментом.

## Список литературы

- [1] Брутян М.А., Куликовский А.Г. Неустойчивость и неединственность квазистационарных течений вязкоупругой жидкости. // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. №6 С. 29–39
- [2] Catheline S., Gennisson J.-L., Tanter M., Fink M. Observation of shock waves in elastic media // Phys. Rev. Lett. 2003. Т.91. № 16 С. 164301D
- [3] Divoux T., Fardin M.A., Manneville S., Lerouge S. Shear banding of complex fluids // Annu. Rev. Fluid Mech. 2016. Т.48. С. 81–103
- [4] Cheng P., Burroughs M.C., Leal L.G., Helgeson M.E. Distinguishing shear banding from shear thinning in flows with shear stress gradient // Rheol. Acta. 2017. Т.56. С.1007–1032
- [5] Salipante P.F., Little C.A.E., Hudson S.D. Jetting of a shear banding fluid in rectangular ducts // Phys. Rev. Fluids. 2017. №2 С. 033302
- [6] Malkus D.S., Nohel J.A., Plohr B.J. Analysis of new phenomena in shear flow of Non-Newtonian fluids // J. Appl. Math. 1991. Т.51. №4 С. 899–929
- [7] Ляпидевский В.Ю., Пухначев В.В. Гиперболические подмодели несжимаемой вязкоупругой среды Максвелла // Тр. МИАН. 2013. Т. 281. С. 84–97
- [8] Ляпидевский В.Ю. Течение Куэтта вязкоупругой среды максвелловского типа с двумя временами релаксации // Тр. МИАН. 2018. Т. 300. С. 146–157



## Равновесная модель слоя смешения в стратифицированной жидкости: приложения к глубоководным течениям<sup>1</sup>

Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск

Сдвиговые течения стратифицированной жидкости, обусловленные неровностью дна и перепадом плотности, широко распространены в природе. В таких течениях могут формироваться разнообразные волновые структуры и слои смешения вследствие развития сдвиговой неустойчивости. Результаты натурных наблюдений глубоководных течений в Атлантическом океане (канал Вима, разломы Романш и Чейн) [1, 2] показывают, что можно выделить активный придонный слой, состоящий из однородного «ядра потока» и промежуточную прослойку, в которой течение сопрягается с верхним «пассивным» слоем. Такая слоистая схема течения и идеальная геометрия канала, обеспечивающая двухмерность потока, предполагаются при построении математической модели. В работах [3, 4] в приближении Буссинеска выведена модель, описывающая внутренние гидравлические прыжки и перемешивание между однородными сонаправленными потоками. Расчеты эволюции слоя смешения и раз-

личных режимов обтекания препятствия показали хорошее соответствие известным экспериментальным данным.

В данной работе рассматривается плоское трехслойное стратифицированное течение с учетом вовлечения жидкости из внешних слоев в промежуточную вихревую прослойку. Уравнения движения представляются в виде системы неоднородных законов сохранения. При этом скорость вовлечения задается условием равновесия в рамках более общей модели [4]. Это предположение позволяет получить сравнительно простую эволюционную систему четырех уравнений. Определены скорости распространения возмущений и сформулированы понятия докритического (сверхкритического) течения. Построены решения, соответствующие обтеканию препятствия с образованием внутреннего гидравлического скачка и области интенсивного перемешивания. Результаты численного моделирования подтверждены сопоставлением с экспериментальными данными [5]. Показано, что модель применима для описания характерных особенностей перемешивания и расщепления потока в глубоководных течениях [1, 2].

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 21-71-20039).

## Список литературы

- [1] *Morozov E.G., Tarakanov R.Y., Frey D.I.* Bottom gravity currents and overflows in deep channels of the Atlantic, in *Observations, Analysis and Modeling*. Springer Nature, Berlin, 2021. 504 p.
- [2] *Morozov E.G., Frey D.I., Zuev O.A., Makarenko N.I., Seliverstova A.M., Mekhova O.S., Krechik V.A.* Antarctic bottom water in the Vema fracture zone // *J. Geophys. Res. Oceans*. 2023. Т. 128. e2023JC019967. P. 1–15.
- [3] *Chesnokov A.A., Gavrilyuk S.L., Liapidevskii V.Yu.* Mixing and nonlinear internal waves in a shallow flow of a three-layer stratified fluid // *Phys. Fluids*. 2022. V. 34. 075104. P. 1–16.
- [4] *Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.* Слой смешения в двух-слойных спутных течениях стратифицированной жидкости // *ПМТФ*. 2022. Т. 63, № 6. С. 122–134.
- [5] *Lawrence G.A., Armi L.* Stationary internal hydraulic jumps // *J. Fluid Mech.* 2022. V. 936. A25. P. 1–31.



## Внутренние волны в двухслойной жидкости с непрерывной стратификацией в слоях<sup>1</sup>

Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Черевко А.А.

Институт гидродинамики им. М.А. Лаврентьева СО РАН, Новосибирск, Россия

Рассматривается нелинейная задача о внутренних волнах в двухслойной стратифицированной жидкости с плотностью, экспоненциально зависящей от глубины внутри слоев и имеющей скачок на поверхности раздела. Выведено уравнение второго длинноволнового приближения, описывающее бегущие уединенные волны, и охарактеризованы их дисперсионные свойства и предельные режимы распространения.

### Математическая модель

Исследуемая гидродинамическая постановка является обобщением модели движения двухслойной жидкости с постоянными плотностями в слоях [1, 2]. Различные версии нелинейных асимптотических приближений, одновременно учитывающих и скачок плотности на границе раздела, и непрерывную стратификацию внутри слоев, предложены в [3–7]. В статье [3] такая гибридная схема названа 2.5-слойной моделью. Общий вид сдвигового течения под крышкой с кусочно-экспоненциальным профилем плотности, имеющим постоянную частоту плавучести  $N$  в слоях, показан на Рис. 1.

Исходной при построении длинноволнового приближения является система нелинейных уравнений Эйлера неоднородной жидкости для поля скоростей  $\mathbf{u}$  и давления  $p$ . Математическая фор-

мулировка задачи о бегущих волнах сводится в результате исключения давления к решению квазилинейного эллиптического уравнения Дюбрей-Жакотэн-Лонга для функции тока, дополненного кинематическим и динамическим граничными условиями на поверхности раздела.

Задача о двухслойных стратифицированных течениях даже без учета вязких и диффузионных свойств неоднородной жидкости является существенно многопараметрической [8]. Основными безразмерными константами в ней являются следующие параметры: а) плотностные (денсиметрические) числа Фруда  $F_j$  ( $j = 1, 2$ ), представляющие фазовую скорость внутренней волны относительно каждого из слоев; б) параметры Буссинеска  $\sigma_j$  ( $j = 1, 2$ ), характеризующие вертикальный гради-

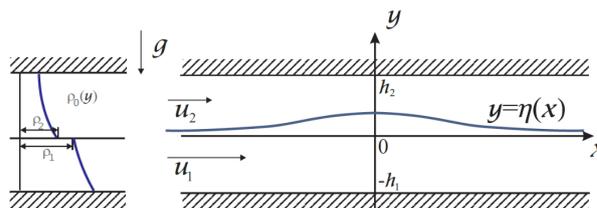


Рис. 1. Схема течения

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант № 21-71-20039).

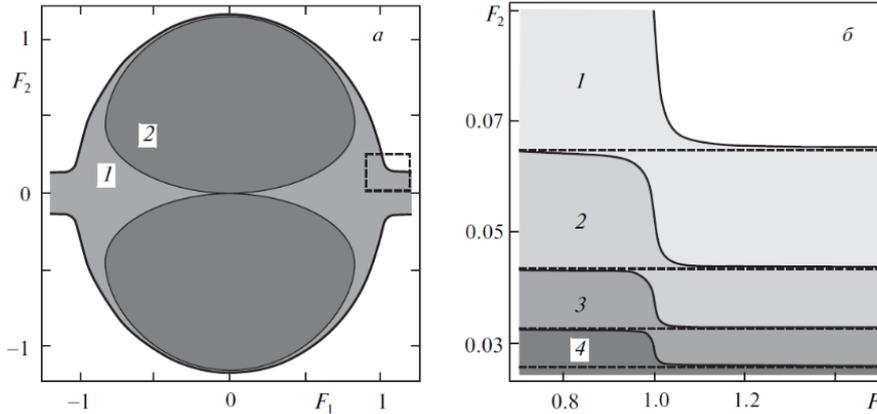


Рис. 2. Спектр главной моды (слева) и фрагмент спектра старших мод (справа); области 1 соответствуют тригонометрические собственные функции

ент плотности жидкости внутри слоев; в) параметр  $\mu$ , задающий перепад плотности на границе раздела,

$$F_j^2 = \frac{\rho_j u_j^2}{g(\rho_1 - \rho_2)h_j}, \quad \sigma_j = \frac{N_j^2 h_j}{g}, \quad \mu = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2}.$$

Нелинейная дисперсионная модель второго длинноволнового приближения строится путем частичного разложения решения, использующего асимптотическое представление поля скоростей внутри области течения через неизвестную форму волновой поверхности  $\eta$ . Методом возмущений по параметрам слабой стратификации в итоге выводится нелинейное обыкновенное дифференциальное уравнение для функции  $\eta$ , описывающие уединенные волны конечной амплитуды:

$$\left(\frac{d\eta}{dx}\right)^2 = \eta^2 \frac{P(\eta, F_1, F_2)}{Q(\eta, F_1, F_2)} \quad (1)$$

Функции  $P$  и  $Q$  здесь являются квазиполиномами, соответственно, второй и четвертой степени по  $\eta$  с коэффициентами, которые зависят сложным тригонометрическим образом от  $\eta$ . При этом знаменатель  $Q$  оказывается положительным в области физически допустимых значений  $\eta$ , а знакопеременная функция  $P$  наследует информацию о дисперсионных свойствах исходных уравнений Эйлера. Решения типа уединенных волн главной моды ответвляются от основного течения на границе непрерывного спектра линеаризованной задачи, причем ветвление происходит в сверхкритическую область, где  $P$  положительна. На Рис. 2 показана структура спектра нормальных мод в сингулярном пределе исчезающе малой непрерывной стратификации внутри слоев.

Неравномерность предельного перехода по параметрам Буссинеска проявляется в возникнове-

нии спектральных пограничных слоев в плоскости чисел Фруда, которые содержат спектры старших мод. В то же время используемая асимптотическая процедура свободна от условий малости волновой амплитуды и охватывает такие режимы внутренних волн, как уединенные волны типа плато и плавные боры. Рис. 3 демонстрирует пример решения уравнения (1) в виде симметричной уединенной волны большой амплитуды, значительно превосходящей глубину невозмущенного верхнего слоя.

Если скачок плотности на поверхности раздела сравним с суммарными перепадами плотности по всей глубине прилегающих слоев, малый параметр  $\mu$  имеет одинаковый порядок с параметрами Буссинеска  $\sigma_j$ . В этой ситуации, которая оказывается довольно типичной для придонных течений в океане с экстремально слабой глубоководной стратификацией, параметрическая область уединенных волн частично пересекается с областью сдвиговой неустойчивости Кельвина–Гельмгольца [5]. Указанная маргинальная устойчивость нелинейных волновых структур проявляется в часто наблюдаемом обрушении уединенных внутренних волн в окрестности их вершин, которое происходит в результате индуцированного волной местного усиления сдвига скорости потока.

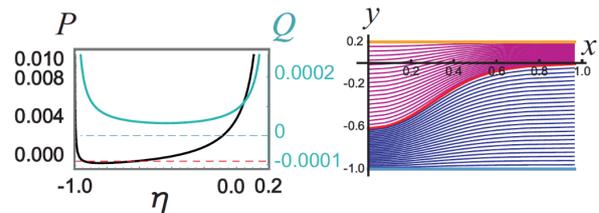


Рис. 3. Уединенная волна понижения (справа). Слева – соответствующие графики функций  $P$  и  $Q$  уравнения (1)

## Список литературы

- [1] *Овсянников Л.В.* Лагранжевы приближения в теории волн. В кн.: Нелинейные проблемы теории поверхностных и внутренних волн. Новосибирск: Наука. 1985. С. 10–77.
- [2] *Miyata M.* An internal solitary wave of large amplitude // *La Mer*. 1985. V. 23. №2. P. 43–48.
- [3] *Voronovich A.G.* Strong solitary internal waves in a 2.5-layer model // *J. Fluid Mech.* 2003. V. 474. P.85–94.
- [4] *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л.* О спектре фазовых скоростей внутренних волн в двухслойной слабостратифицированной жидкости // *Изв. РАН. МЖГ*. 2009. № 2. С.125–145.
- [5] *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Морозов Е.Г., Тараканов Р.Ю., Иванова К.А.* Внутренние стационарные волны в глубоководных стратифицированных течениях // *ПМТФ*. 2019. Т.60. №2. С. 74–83.
- [6] *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Черевко А.А.* Внутренние волны в двухслойных стратифицированных течениях // *ПМТФ*. 2022. Т. 63. № 6. С. 135–144.
- [7] *Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Черевко А.А.* Уединенные волны в двухслойной жидкости с кусочно-экспоненциальной стратификацией // *ПММ*. 2023. Т. 87. № 2. С. 186–198.
- [8] *Gavrilyuk S.L., Makarenko N.I., Sukhinin S.V.* *Waves in Continuous Media*. Cham, Switzerland: Birkhuser, 2017. 151 p.



## Конвективные структуры вблизи нагретой поверхности<sup>1</sup>

Малиновская Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Под влиянием конвекции усиливаются вертикальные пульсационные составляющие скорости с высотой [1], отмечается рост корреляций пульсации температуры и скорости воздушного потока [2], обеспечивается эмиссия субмикронного аэрозоля в условиях слабых ветров [3], что обуславливает установление универсальных профилей концентрации [4]. Структуры наблюдаются на высоте нескольких метров в поверхностном слое и имеют асимметрию поперечного сечения [2]. В момент прохождения структур в данных ряда пульсационных составляющих обнаруживаются несимметричные треугольные всплески, называемые «рампами» (ramps) [5, 6], что особенно отчетливо выражается на небольших высотах [7]. Самоподобные характеристики таких структур отражаются в устойчивых зависимостях для линейного наклона спектральной мощности и структурных функций [8, 9].

В большинстве случаев экспериментальных исследований конвекции в атмосферном пограничном слое измерения проводились на высотах, от 1

м и выше в условиях нежаркой погоды (весна — начало лета). Особый интерес представляют условия возникновения и развития конвективных структур в летнее время над нагретой до 30–50 °С поверхностью в аридных условиях на малых высотах до 2 м.

Для регистрации пульсаций температуры и скорости в ИФА им. А.М. Обухова РАН разработаны автономные измерительные комплексы, включающие в себя термометры переменного тока и термоанемометры постоянной температуры, с использованием позолоченной 10 мкм вольфрамовой нити (Рис. 1).

При комплексных полевых измерениях в Калмыкии в 2022 г. полевые измерения проводились на разных высотах в слое до 1 м над поверхностью. Конкретно, эксперимент с измерениями пульсационных составляющих с частотой записи 1000 Гц на высотах 20, 40 и 80 см проводился 28 и 29 июля 2022 г.. Температура у поверхности достигала около 12:00 37 °С 28 июля и 45 °С 29 июля.

Как отмечается в подобной задаче [10], что большие и малые масштабы непосредственно связаны, возникшие большие флуктуации на малых масштабах, доминируют над высокими моментами скалярной структурной функции. Если наложен статический крупномасштабный градиент, возникает нарушение мелкомасштабной изотропии. В

<sup>1</sup>Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда (проект 20-17-00214).

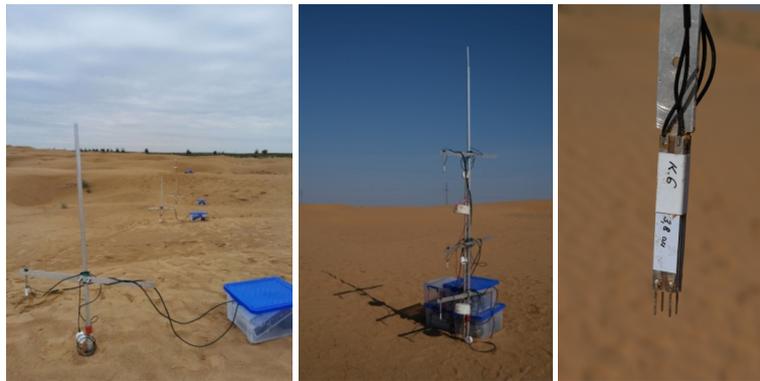


Рис. 1. Измерительный беспроводной комплекс и иллюстрация реализации эксперимента с датчиками на разной высоте, собственно датчик

связи с этим проведен визуальный анализ возникновения «рампов» при различных осреднениях.

При переходе от 10-сек. к 100-сек. осреднениям происходит укрупнение и исчезновение мелких «рампов» (Рис. 2). На разных масштабах (осреднение 1, 10, 200 сек.) возникают «рамповые» структуры, отражающие конвективные движения.

Сравнение функций плотности вероятности для пульсационных составляющих температуры и скорости при различных интервалах осреднения говорит о близком совпадении тепловых и динамических процессов на масштабах осреднения 1 и 10

с. В это же время для осреднения 100 с расхождения существенны.

Соответственно, для спектров пульсаций и структурных функций, построенных для одного интервала осреднения, выделяются соответствующие локальной изотропии степени « $5/3$ » и « $2/3$ » интервалы частот.

Характерные масштабы структур можно определить по положению области левой (низкочастотной) и правой границ температурного спектра для наклона  $-5/3$  – «точки перегиба». Они варьируются от 0.2 до 5 м в течение дня для частот от 1 до

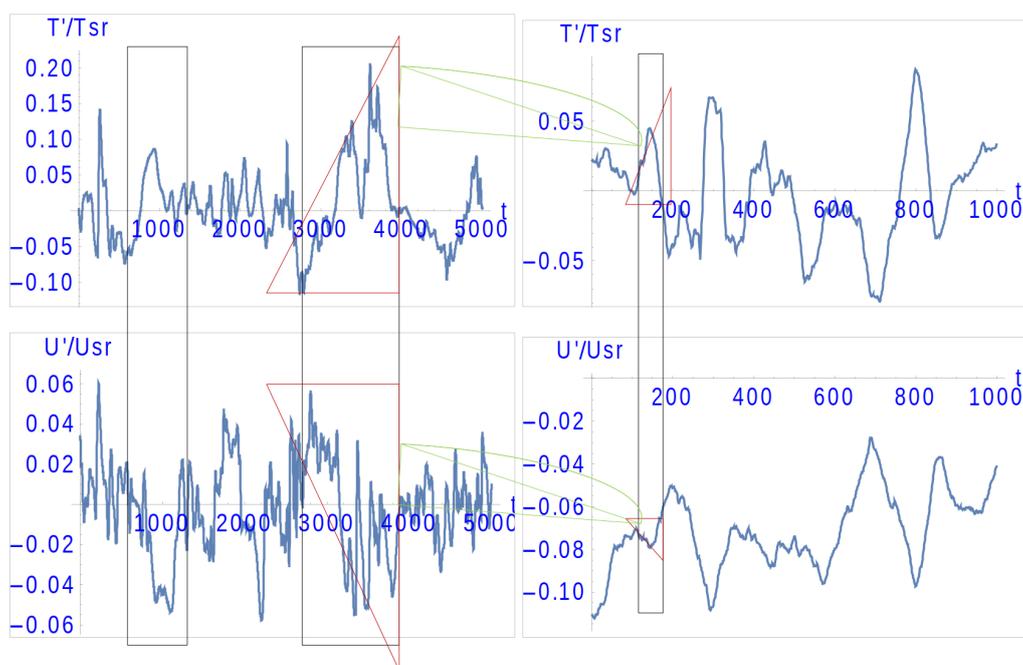


Рис. 2. Примеры возникновения самоподобия структур при изменении масштабов визуализации и осреднения с масштабом 1 мс и осреднением 1 с (слева) и масштабом 20 мс с осреднением 100 с (справа)

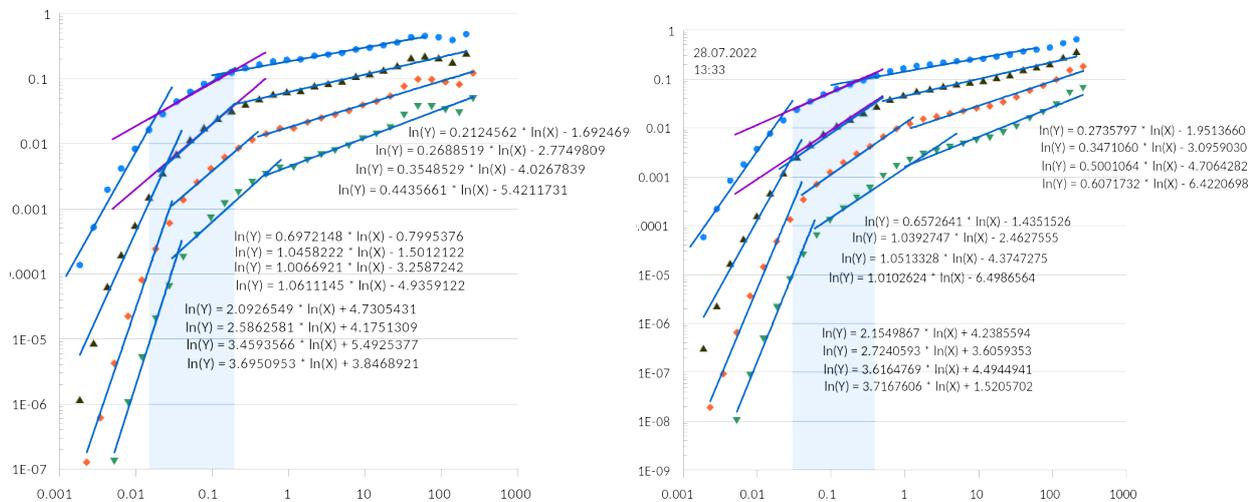


Рис. 3. Вид структурных функций от 2-го до 5-го порядка для 29.07 и 29.08 в 13:00 (цифрами 2–5 отмечены порядки структурных функций)

20 Гц (0.05–1 с) для левой и 0.01–0.1 м для 50–150 Гц (0.007–0.02 с) для правой. Участок с меньшими частотами со степенью  $-1$ , вероятно, отражает наличие тепловых «струй» (аналогично, как в [10]) и других структур, в которых варьируются высокие и низкие значения температуры и скорости.

Наклоны спектров температуры и скорости в солнечный день отличны, обе точки перегиба смещены в сторону высоких значений частот.

Структурные функции построены для разностей значений температурных и скоростных пульсаций во временных рядах, подобно тому, как это делалось в [6, 9]. Для значений сдвига по времени от 0.02 до 0.2 с соблюдается локальная изотропия со степенью близкой к  $-2/3$ .

Отмечаемые также асимметрии для распределений разностных характеристик особо выражены в 11:00 и в 15:00 (противоположные эффекты), что, вероятно, связано с качественным различием в формировании восходящих нисходящих токов в это время.

Авторы хотят выразить признательность Л.О.Максименкову, Е.А.Шишову, А.А. Хапаеву за помощь в организации и проведении натурных измерений. Особую признательность хотим высказать Г.С. Голицыну и Е.Б. Гледзеру за постоянный интерес к работе и ценные замечания.

## Список литературы

- [1] Frisch A. S., Businger J. A. A study of convective elements in the atmospheric surface layer // *Boundary-Layer Meteorology*. 1973, V. 3(3), p. 301–328.
- [2] Kopriv B. M. et al. Statistics of air temperature spatial variability in the atmospheric surface layer // *Boundary-layer meteorology*. 1998, V. 88(3), pp. 399–423.
- [3] Chkhetiani, O. G., Gledzer, E. B., Artamonova, M. S., & Iordanskii, M. A. Dust Resuspension under Weak Wind Conditions: Direct Observations and Model // *Atmospheric Chemistry and Physics*, 2012, V. 12(11), P. 5147–5162.
- [4] Малиновская Е. А., Чхетиани О. Г., Голицын Г. С., Лебедев В. А. О вертикальном распределении пылевого аэрозоля в условиях слабых и умеренных ветров // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле, 2023, Т. 509 (2), с. 109–117.
- [5] Taylor R. J. Thermal structures in the lowest layers of the atmosphere // *Australian Journal of Physics*. 1958, V. 11(2), p. 168–176.
- [6] Antonia R. A., Chambers A. J. Note on the temperature ramp structure in the marine surface layer // *Boundary-Layer Meteorology*. 1978, V. 15(3), p. 347–355.
- [7] Chen W. et al. Coherent eddies and temperature structure functions for three contrasting surfaces. Part I: Ramp model with finite microfront time // *Boundary-Layer Meteorology*. 1997, V. 84, p. 99–124.
- [8] Zong-Peng S. et al. Self-Similar Characteristic for the Ramp Structures of Wind Speed // *Atmospheric and Oceanic Science Letters*. 2014, V. 7(4), p. 320–323.
- [9] Перепелкина А.В. Некоторые результаты исследования турбулентных пульсаций температуры и вертикальной составляющей скорости ветра // *Известия АН СССР. Серия геофизическая*. 1957, Т. 6, с. 765–778.
- [10] Shraiman B. I., Siggia E. D. Scalar turbulence // *Nature*. 2000, V. 405, p. 639–646.



## Процессы образования гравитационных внутренних волн за телом, движущимся в двумерной и трехмерной стратифицированной вязкой жидкости

Матюшин П.В.

Институт Автоматизации Проектирования РАН, Москва

Проведено математическое моделирование равномерного движения квадрата и диска со скоростью  $U$  в покоящейся линейно стратифицированной по плотности несжимаемой вязкой жидкости вдоль горизонтальной оси  $Z$  симметрии тела справа налево [1]. Показано, как на пустом месте **в силу гравитационной и сдвиговой неустойчивостей** формируются полуволны  $-1$  и  $1$  (Рис. 1, 3), первая из которых со временем формирует след за телом, а вторая начинает череду внутренних полуволн над следом (Рис. 1–3). Пусть  $T_b$  — период плавучести жидкости, тогда **первая часть механизма формирования внутренних волн (МФВВ1)** будет одинаковой для двумерного (2D) и трехмерного (3D) случаев: «Каждые  $T_b/2$  **новые полуволны  $k$  и  $-k$  рождаются над местом  $Q$  старта тела**, где  $k = 1, 2, 3, \dots$ ; точка  $Q$  находится на пересечении черной вертикальной прямой и оси  $Z$ , совпадающей с нижней границей рисунков. Нечётные и чётные полуволны  $k$  со временем становятся впадинами и гребнями, соответственно.

### Моделирование

Для математического моделирования решалась система уравнений Навье–Стокса в приближении Буссинеска [2], записанная как в декартовой  $(Z, X)$ , так и в цилиндрической  $(Z = Z, X = R \cdot \cos \varphi, Y = R \cdot \sin \varphi)$  системах координат. Решение системы находилось при помощи численного метода МЕРАНЖ [3] на вычислительных ресурсах Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук (МСП РАН). Длина стороны квадрата и диаметр диска равны  $d$ . Толщина диска  $h = 0.76 \cdot d$ . Эта задача характеризуется четырьмя параметрами:  $T_b$ ,  $Fr = U \cdot T_b / (2\pi \cdot d)$  — внутреннее число Фруда,  $Re = U \cdot d / \nu$  — число Рейнольдса,  $Sc = \nu / \kappa = 709.2$  — число Шмидта, где  $\nu$  и  $\kappa$  — коэффициенты кинематической вязкости жидкости и диффузии соли. Пусть  $T = \tau / T_b$ , где  $\tau$  — реальное время, прошедшее с начала старта тела.

### МФВВ2 для квадрата

«Каждые  $T_b$  из левой части **осевой полуволны  $-1$  формируются новый вихрь  $k^{-1} \equiv -1(k)$  (осевая часть гребня  $k$ )**, где  $k$  — чётное число (Рис. 1, I)». Сердцевины полуволн на Рис. 1(в-д), I показаны красными штриховыми линиями с красными номерами.

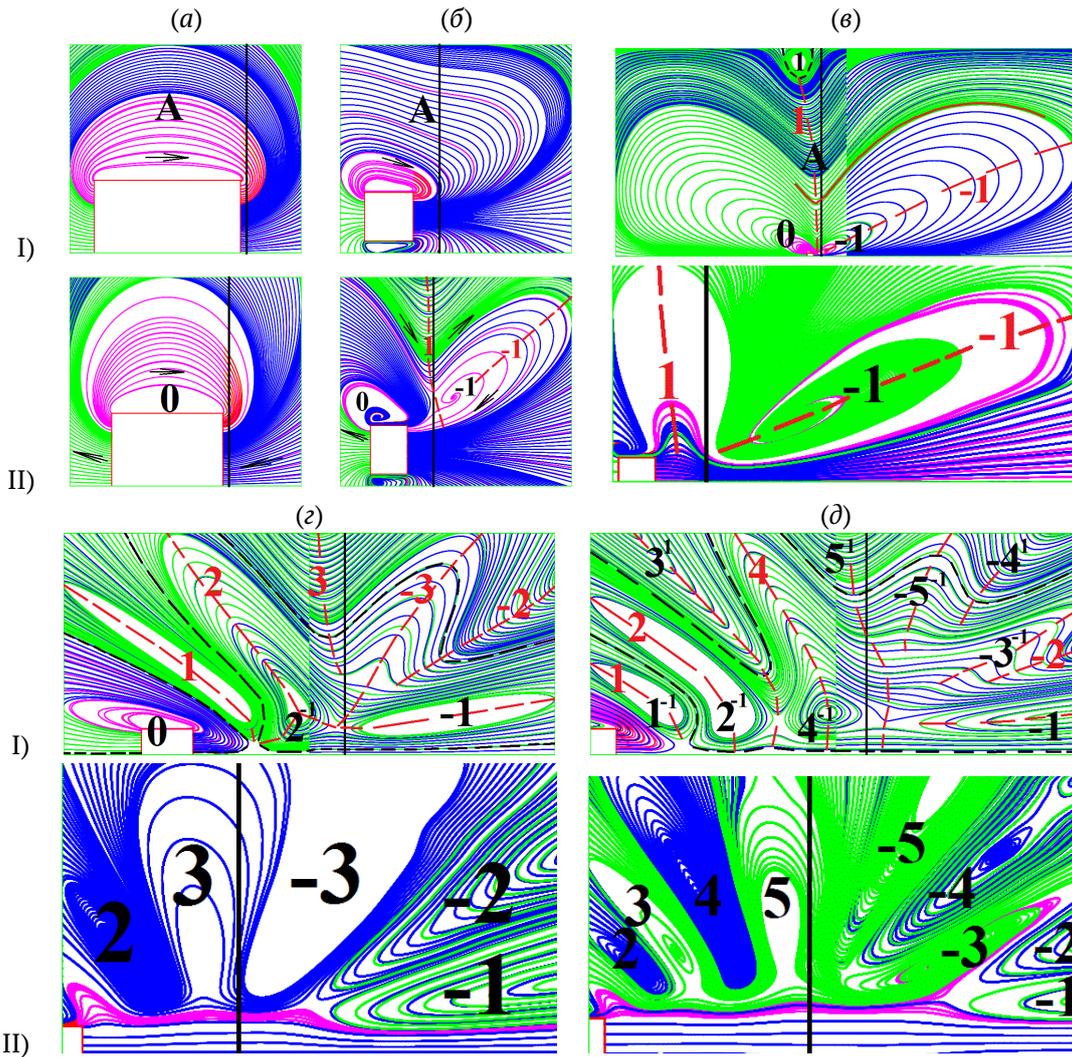


Рис. 1. Мгновенные линии тока в системе координат, связанной с жидкостью, при  $Fr = 0.3, Re = 50, T_b = 2\pi$  с около квадрата со стороной  $d$  (I) и диска толщиной  $0.76 \cdot d$  (II) (в вертикальной плоскости  $X - Z$ ): а-д –  $T = 0.02, 0.28, 0.55, 1.55, 2.55$

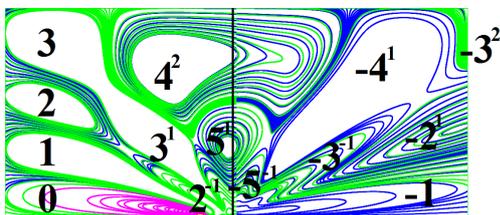


Рис. 2. Линии тока около квадрата при  $Fr = 0.3, Re = 50, T_b = 2\pi$  с,  $T = 2.55$

Черными номерами на Рис. 1в–д, I обозначаются вихревые ячейки, появившиеся в общем поле течения  $A$  около квадрата. Со временем картина течения становится похожей на шахматную доску (Рис. 2). Так на Рис. 1д, I и 2 виден пятилистник

следа, состоящий из вихревых ячеек  $2^{-1}, 4^{-1}$  и  $-1$  и полуячеек  $-5^{-1}$  и  $-3^{-1}$ , которые выделены на Рис. 1д, I чёрной штриховой линией. Над этим пятилистником виден первый ряд вихревых ячеек:  $1, 3^1, 5^1, -4^1, -2^1$ . Выше первого ряда расположен второй ряд вихревых ячеек:  $2, 4^2, -3^2$ , и т.д. В отличие от 2D-случая в 3D-случае в картинах линий тока в плоскости  $X - Z$  на Рис. 1, II такого шахматного расположения вихрей не наблюдается, отличается время формирования полуволн и отсутствуют осевые части гребней.

Для визуализации 3d вихревых структур течения используются изоповерхности функции  $\beta$  (мнимая часть двух комплексно сопряженных собственных значений тензора градиента скорости [4]). В двухцветной « $\beta+$ »-визуализации [1] полу-

волны окрашиваются двумя разными цветами при помощи знака фитой компоненты завихренности ( $\text{rot } v_\varphi$ ) (Рис. 3а,в,III), где  $v$  — вектор скорости жидкости. Для « $\beta-$ »-визуализации [1][1] выводятся на экран только полуволны, для которых  $\text{rot } v_\varphi < 0$  (Рис. 3б,III). В 2D-случае « $\beta+$ »-визуализация кроме полуволн показывает еще и зону блокировки перед квадратом и рециркуляционную зону сразу за квадратом (Рис. 3б,в,I), а также усложняет МФВВ2(2D, $\beta+$ ): «Каждые  $T_b$  около точки  $Q$  рядом друг с другом зарождаются два вихря  $-3(k)$  и  $-1(k)$  (осевые части гребня  $k$ ), где  $k$  — чётное число».

**МФВВ2(3D,  $\beta+$ ) для диска**

В 3D-случае сердцевины полуволн  $k$  и  $-k$  за диском похожи на деформированные **полукольца, которые падают на точку  $Q$**  [1][1]. «Каждые  $T_b$  для каждого нечётного  $k$  у оси  $Z$  формируется вихревая петля  $-k$ , состоящая из нитей  $f_k$  и полукольца  $-k$ , на которое потом садится чётное полукольцо

( $k + 1$ ). При этом нечетное полукольцо  $-k$  сначала превращается в полукруг (Рис. 3б,III), а потом в кольцо (Рис. 3в,III)». Таким образом, при  $X > 0$  и  $T > 0$  в течение каждого  $\Delta T = 1$  формируется новая внутренняя волна, состоящая из впадины  $k$  и гребня ( $k + 1$ ), где  $k$  — нечётное число. Полукольцо  $-k$  становится осевой частью гребня ( $k + 1$ ). Осевые части гребней оказываются связанными друг с другом в цепочку нечетными нитями.

**Список литературы**

[1] Матюшин П.В. Формирование пространственных внутренних волн за телом,двигающимся в стратифицированной вязкой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. 2023. № 4. С. 117–130.  
 [2] Boussinesq J. Essai sur la thйorie des eaux courantes // Comptes rendus de l'Acadіmie des Sciences. 1877. V. 23. P. 1–680.  
 [3] Белоцерковский О.М., Гушин В.А., Коньшин В.Н. Метод расщепления для исследования течений стратифицированной жидкости со свободной поверхностью // Ж. вычислительной математики и математ. физики. 1987. Т. 27. № 4. С. 594–609.  
 [4] Jeong J., Hussain F. On the identification of a vortex // J. Fluid Mech. 1995. V. 285. P. 69–94.

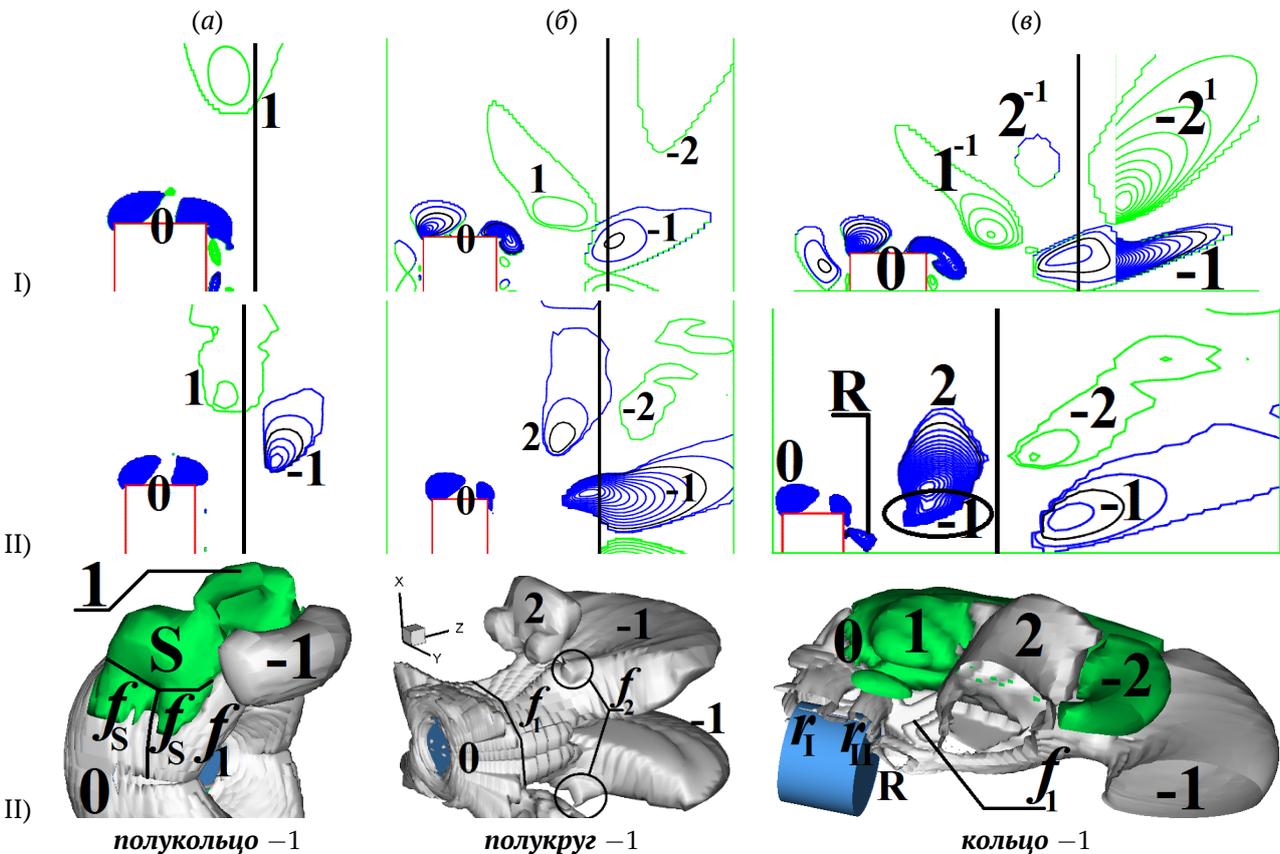


Рис. 3. Вихревая структура течения жидкости при  $Fr = 0.3, Re = 50, T_b = 2\pi$  с около квадрата (I) и диска (II–III): а–в — изолинии  $\beta+$  с шагами 0.01, 0.2, 0.1 и 0.01 при  $T = 0.28, 0.8, 1.05$  (I) и 0.005, 0.01, 0.01 (в вертикальной плоскости  $X - Z$ ) (II) и изоповерхности  $\beta+ = \pm 0.0052, \beta- = 0.005, \beta+ = \pm 0.005$  (III) при  $T = 0.28, 0.8, 1. S$  — боковая полуволна,  $f$  — нить,  $r$  — кольцевой вихрь вихревой оболочки следа  $O, R$  — рециркуляционная область следа [1][1]



## Взаимодействие пары вихрей в вязкой жидкости<sup>1</sup>

Остапец Р.Е.

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Москва

Динамика завихренности играет ключевую роль в формировании турбулентных потоков. В связи с этим подробное изучение динамического поведения отдельных структурных элементов вихревых течений представляет значительный фундаментальный интерес. В данной работе проводится численное моделирование задачи о взаимодействии и слиянии двух плоских вихрей в вязкой несжимаемой жидкости. Эта задача, помимо фундаментального интереса, важна также для ряда гео- и астрофизических приложений.

В работе проведено сравнение численного решения задачи о слиянии двух плоских вихрей с экспериментами [3]. Выделены четыре качественно различных этапа взаимодействия вихрей и проведен их анализ.

### Постановка задачи

Рассматриваются два плоских вихря, описываемых решением Ламба-Озеена и находящихся на расстоянии  $b_0$  друг от друга в вязкой жидкости. Вихри имеют одинаковую циркуляцию  $\Gamma$  и одинаковый размер ядра  $a_0$ . Под размером ядра понимается расстояние от центра вихря (максимума  $\omega$ ) до локального минимума азимутальной скорости. На Рис. 1 показана начальная геометрия потока и система координат.

Движение несжимаемой вязкой однородной жидкости описывается системой уравнений Навье-Стокса:

$$\nabla \cdot v = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 v. \quad (2)$$

Здесь  $v$  — вектор скорости,  $P$  — давление,  $\rho$  — плотность жидкости, которая постоянна в несжимае-

мой жидкости,  $\nu$  — кинематическая вязкость жидкости.

Применив оператором ротора к левой и правой частям уравнения (2), в случае двумерного течения получим уравнение переноса завихренности:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v \cdot \nabla \omega = \nu \nabla^2 \omega. \quad (3)$$

Уравнение (3) не содержит давления, это одно из основных преимуществ такого перехода. Вследствие уравнения неразрывности (1) можно ввести функцию тока  $\psi$ , такую, что

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Теперь мы можем записать завихренность в терминах функции тока:  $\omega = -\nabla^2 \psi$ . Итоговая система уравнений примет вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega,$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + v_x \frac{\partial \omega}{\partial x} + v_y \frac{\partial \omega}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right)$$

<sup>1</sup>Работа выполнена по открытому плану Института механики МГУ.

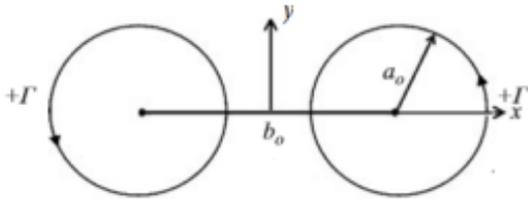


Рис. 1. Начальная геометрия потока

Полученная система содержит параболическое уравнение переноса завихренности и эллиптическое уравнение Пуассона для определения функции тока  $\psi$ .

### Начальные и граничные условия

В начальный момент времени задаются поля скорости и завихренности, соответствующие суперпозиции соответствующих полей для двух вихрей Ламба-Озеена. Точным решением для такого вихря в начальный момент времени является такое распределение завихренности:

$$\omega = \frac{\Gamma}{\pi a^2} \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right),$$

где  $r$  — координата, отсчитываемая от центра ядра вихря в начальный момент времени.

Считалось, что в начальный момент вихри Ламба-Озеена удалены друг от друга на расстояние  $b_0$  и имеют одинаковую циркуляцию  $\Gamma$  и одинаковый размер ядра  $a_0$ .

На внешней, достаточно удаленной, границе расчетной области ставились мягкие граничные условия:

$$\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0.$$

### Результаты

Были проведены численные расчеты поставленной задачи конечно-разностным методом. Результаты численного решения задачи о слиянии двух вихрей сравнивались с экспериментальными данными [3].

На основании анализа численного решения получены следующие качественные результаты. Движение вихрей можно разбить на четыре стадии. На первой стадии, пока вихри удалены друг от друга, происходит их вращение друг относительно друга с постоянной угловой скоростью  $\Omega = \Gamma/\pi b_0^2$ . При этом их ядра увеличиваются, но расстояние  $b_0$  остается постоянным. Переход ко второй стадии определяет критическое соотношение  $(a/b)_c$  при достижении которого происходит быстрое уменьшение  $b$ . Вихри выбрасывают ступки завихренности и начинают сливаться в один вихрь. В конце второй стадии слияние вихрей никогда не происходит полностью. Расстояние  $b$  не обращается в ноль и остается на значении, близком к 0,25. Это и определяет начало третьей стадии, на которой два вихря все еще имеют два отдельных максимума завихренности.

На заключительной четвертой стадии происходит окончательное слияние двух пиков завихренности в единый пик за счет диффузии завихренности.

На Рис. 2 и 3 представлены экспериментальная и рассчитанная картины взаимодействия пары вихрей. Видно, как два вихря приближаются друг к другу за счет конвекции, затем два мощных ступка завихренности выбрасываются и сворачиваются вокруг общей точки вращения, а затем вихри сливаются в единое целое.

Число Рейнольдса вычислено по циркуляции скорости и кинематической вязкости. Динамика расстояния  $b/b_0$ , показанная на Рис. 4 позволяет увидеть четыре стадии слияния вихрей, описанные выше.

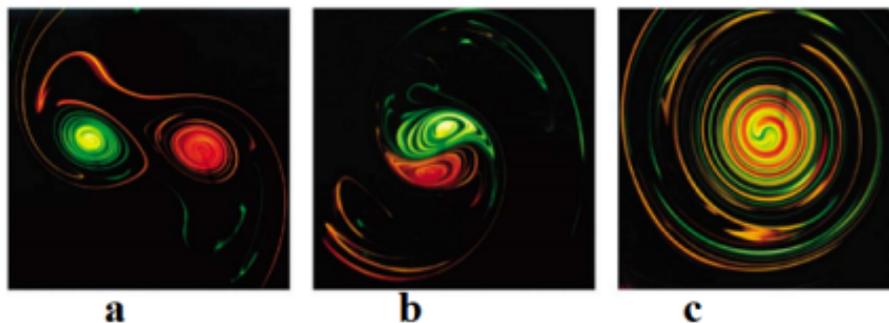


Рис. 2. Экспериментальная визуализация слияния двух вихрей при  $Re = 2000$ ,  $t(a) = 0.13$ ,  $t(b) = 0.53$ ,  $t(c) = 1.43$ . Рисунок взят из статьи [3]

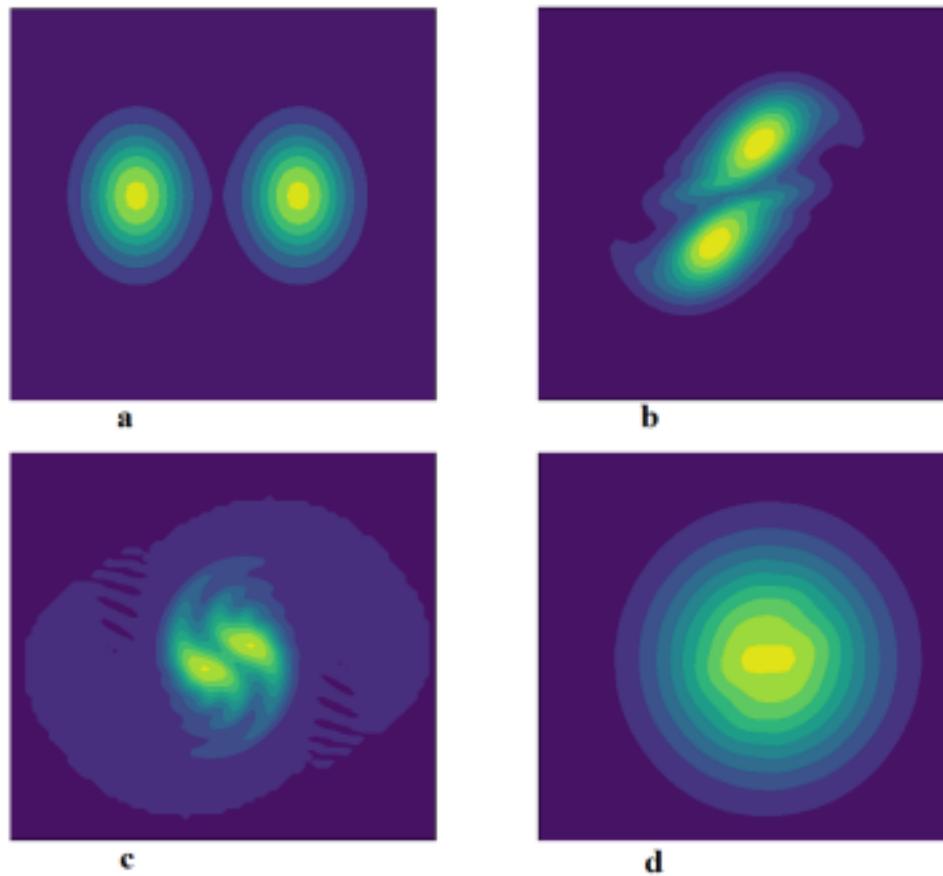


Рис. 3. Поля завихренности, полученные в настоящей работе путем численного решения при  $a_0/b_0 = 0.15$ ,  $Re = 2000$ ,  $t(a) = 0$ ,  $t(b) = 0.53$ ,  $t(c) = 1.23$ ,  $t(d) = 1.43$

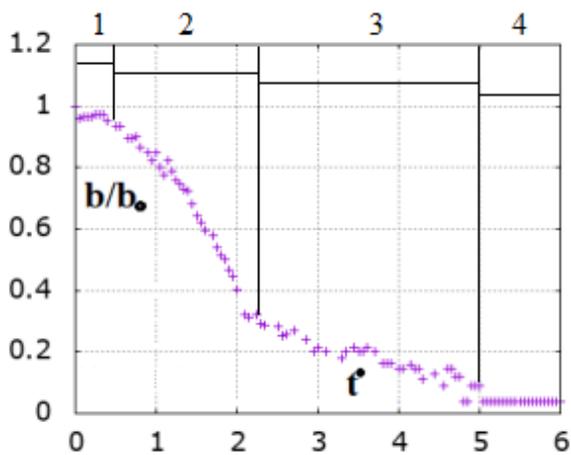


Рис. 4. Зависимость отношения  $b/b_0$  от безразмерного времени.

В работе проанализированы этапы взаимодействия двух совместно вращающихся вихревых областей в вязкой жидкости. Анализ проведен в рамках модели двумерного течения, справедливой при не очень больших числах Рейнольдса. С увеличением числа Рейнольдса поток может стать трехмерным и картина взаимодействия вихрей может значительно усложниться.

### Список литературы

- [1] Meunier P., Le Dizès S., Lewke T. Physics of vortex merging // CR Physique. 2005.
- [2] Lewke T., Le Dizès S., Williamson C. Dynamics and Instabilities of Vortex Pairs.
- [3] Meunier P. Etude expérimentale de deux tourbillons corotatifs // Dynamique des Fluides. Université de Provence - Aix-Marseille I. 2001. Français.
- [4] Josserand Ch., Rossi M. The merging of two co-rotating vortices: a numerical study // European Journal of Mechanics B/Fluids. 2007. V.26. p. 779–794.
- [5] Калиткин Н.Н., Альшина Е.А., Корякин П.В. Численные методы // М.: Наука. 1978.



## Периодические течения в концентрационно-стратифицированной несжимаемой вязкой жидкости<sup>1</sup>

Очиров А.А.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Изучение поверхностных периодических течений актуально с точки зрения академических и технологических приложений. Современные экспериментальные исследования обнаруживают тонкую сложную структуру течения, сопровождающую капиллярные и капиллярно-гравитационные волны. В работе [1] исследовано волновое течение в идеальной стратифицированной среде. В исследовании [2] исследованы особенности волновых движений, возникающих на границе раздела невязких стратифицированных сред. Работы [3, 4] посвящены периодическим движениям в вязких жидкостях. В модели вязкой среды в дисперсионных соотношениях помимо волнового движения можно выделить компоненты, отвечающие тонкой структуре течения – лигамаментам, описывающим тонкие струи, сопровождающие волны на всех этапах существования. В настоящем исследовании рассматриваются вязкие стратифицированные жидкости, стратификация которых связана с неоднородным

распределением солености.

### Математическая формулировка задачи

Рассмотрим неограниченную вязкую жидкость с кинематической вязкостью  $\nu$ , занимающую нижнее полупространство  $z < 0$  в декартовой системе координат  $Oxyz$ , в которой ось  $Oz$  направлена вертикально вверх против направления поля силы тяжести  $\vec{g}$ , а плоскость  $Oxy$  совпадает с равновесным положением свободной поверхности жидкости. В общем случае плотность жидкости связана с многочисленными физическими факторами, в настоящей работе рассматривается модель, учитывающая стратификацию, связанную с неравномерным распределением концентрации примеси. При этом считается, что периодические возмущения вызывают малые отклонения значения солености от равновесного уровня. Плотность жидкости  $\rho$  в сделанных предположениях записывается следующим образом:

$$\rho = \rho_0(z) (1 + \alpha_S (S(x, z, t) - S_0)) \quad (1)$$

Здесь  $\rho_0(z) = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda)$  – функция, задающая исходную стратификацию,  $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$  – масштаб стратификации,  $\rho_{00}$  – значение плотно-

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

сти на равновесном уровне  $z = 0$ ,  $\alpha_S$  — коэффициент солевого уплотнения,  $S(x, z, t) = S_0 + \tilde{S}(x, z, t)$  — функция, определяющая соленость,  $S_0$  — равновесное значение, а  $\tilde{S}$  — периодическое возмущение солености. Рассмотрим плоские периодические возмущения свободной поверхности жидкости  $z = \zeta(x, t)$ . Будем считать, что движение не зависит от горизонтальной координаты  $y$ . Давление жидкости  $P$  определяется суммой атмосферного  $P_0$ , гидростатического и периодического  $\tilde{P}$  давления:

$$P = P_0 + \int_z^{\zeta} \rho(x, \xi, t) g d\xi + \tilde{P}(x, z, t) \quad (2)$$

В предельно редуцированной постановке с учетом описанных приближений и допущений математическая формулировка задачи по определению поля скоростей  $\vec{u} = u\vec{e}_x + w\vec{e}_z$ , давления  $P$ , плотности  $\rho$  и солености  $S$  записывается следующим образом:

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho(\partial_t \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}) = \rho v \Delta \vec{u} - \nabla P + \rho \vec{g} \\ \partial_t \rho + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{u} = 0 \\ \partial_t S + \vec{u} \cdot \nabla S - \kappa_S \Delta S - Q_S = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\partial_t(z - \zeta) + \vec{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0$$

$$\vec{\tau} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla \vec{u}) + \vec{n} \cdot (\vec{\tau} \cdot \nabla \vec{u}) = 0$$

$$P - P_0 - \sigma \nabla \cdot \vec{n} - 2\rho v \vec{n} \cdot (\vec{n} \cdot \nabla \vec{u}) = 0$$

$$z = \zeta : \vec{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}} \quad (4)$$

$$\vec{\tau} = \frac{\vec{e}_x + \partial_x \zeta \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}$$

Здесь  $Q_S$  — функция источников,  $\kappa_S$  — коэффициент диффузии,  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения, а векторы  $\vec{n}$ ,  $\vec{\tau}$  — вектор нормали и касательной к поверхности соответственно. Система уравнений (3) решается с учетом граничных условий на свободной поверхности жидкости (4) и представлений плотности (1) и давления (2) для инфинитезимальных периодических возмущений методом разложения по малому параметру, пропорциональному амплитуде периодического движения в приближении Буссинеска в отсутствие источников  $Q_S = 0$ . В этом случае жидкость считается несжимаемой, а плотность считается переменной только у слагаемых с ускорением свободного падения.

## Решение задачи

Решение линеаризованной задачи ищется в виде периодических функций, пропорциональ-

ных  $\propto \exp(ik_x x - i\omega t)$ . Связь между положительной определенной частотой волнового движения  $\omega > 0$  и компонентами волнового вектора  $k_{x,z}$  определяется при помощи дисперсионных соотношений. Подстановка вида решения в основные уравнения и обезразмеривание на собственные параметры среды: обратную частоту плавучести  $\tau_N = N^{-1} = \sqrt{\Lambda/g}$  и вязкий волновой масштаб  $\delta_N^{gv} = (gv)^{1/3} N^{-1}$  приводит к дисперсионным соотношениям:

$$\omega_* (k_{*x}^2 - k_{*z}^2) (i\varepsilon (k_{*x}^2 - k_{*z}^2) + \omega_*) - \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) k_{*x}^2 = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\varepsilon}{Sc} (k_{*x}^2 - k_{*zS}^2) - i\omega_* = 0 \quad (6)$$

И решениям:

$$k_{*z} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \pm k_{*x} \frac{\sqrt{\omega_*^2 - \exp(-z/\Lambda)}}{\omega_*} \quad (7)$$

$$k_{*l} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon\sqrt{\omega_*}}} \approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*}$$

$$k_{*lS} = \pm \sqrt{k_{*x}^2 - i\frac{Sc}{\varepsilon}\omega_*} \approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{Sc}{\varepsilon}\omega_*}$$

При выбранных параметрах обезразмеривания естественным образом возникает малый параметр  $\varepsilon = \delta_g^v / \delta_N^{gv} = Nv^{1/3} / g^{2/3}$ , который определяет отношение вязкого масштаба к вязкому волновому и число Шмидта  $Sc = \nu / \kappa_S$ . Решения (5)–(6) записываются следующим образом:

Регулярные решения уравнения (5) в (7) обозначены  $k_{*z}$  и определяют волновой компонент периодического течения. Сингулярные решения (5)–(6) в (7) обозначены  $k_{*l}$ ,  $k_{*lS}$  и определяют лигаментные компоненты скорости и солености соответственно. Подстановка вида решения с учетом лигаментных компонентов в граничные условия позволяет получить дисперсионное соотношение, связывающее компонент волнового вектора  $k_{*x}$  с частотой  $\omega$ :

$$\begin{aligned}
 & (k_{*l}^2 + k_{*x}^2)(\delta^2 \varepsilon k_{*x}^4 + i \varepsilon^2 \omega_* k_{*z}(k_{*z}^2 - 3k_{*x}^2) + \\
 & + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*z} \omega_*^2) - (k_{*z}^2 + k_{*x}^2) \times \\
 & \times (\delta^2 \varepsilon k_{*x}^4 + i \varepsilon^2 \omega_* k_{*l}(k_{*l}^2 - 3k_{*x}^2) + \\
 & + k_{*x}^2 - \varepsilon k_{*l} \omega_*^2) = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

С учетом приближенных решений (7) можно получить решения уравнения (8), которые не приводятся здесь в силу громоздкости. Условие отбора физически реализуемых корней связано с затуханием движения с глубиной. Решения должны удовлетворять соотношению:

$$Re(k_{z,l}) > 0 \tag{9}$$

## Заключение

Проанализированы дисперсионные соотношения, определяющие все компоненты периодического движения вдоль свободной поверхности жидкости — волны и присоединенные лигаменты, задающие структуру течения. Показано, что при перио-

дическом поверхностном течении поведение солёности определяется только лигаментными компонентами. Поведение поля скоростей описывается и волновыми и лигаментными компонентами периодического течения. Характерные собственные масштабы жидкости диктуют требования, предъявляемые к постановке эксперимента по наблюдению всех компонентов течения.

## Список литературы

- [1] *Очиров А.А., Чашечкин Ю.Д.* Двумерные периодические волны в невязкой непрерывно стратифицированной жидкости // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58, № 5. С. 524–533.
- [2] *Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю.* Поверхностные волны вдоль границы раздела устойчиво стратифицированных жидких сред // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т. 23, № 6.
- [3] *Chashechkin Y. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms. 2022. V. 11, № 8. P. 402.
- [4] *Очиров А. А., Чашечкин Ю. Д.* Волновое движение в вязкой однородной жидкости с поверхностным электрическим зарядом // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87, № 3. С. 379–391.



## Особенности массопереноса связанного распространением поверхностных периодических течений в вязкой стратифицированной жидкости<sup>1</sup>

Очиров А.А., Лапшина К.Ю.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Явление переноса вещества периодическими волнами, распространяющимися вдоль поверхности жидкости известно очень давно. Теоретические исследования начались с основополагающей работы Дж.Г. Стокса [1]. Исследование массопереноса периодическими течениями жидкости привлекает внимание и современных исследователей в связи с большим количеством научных и практических приложений. Описание волнового движения в вязкой несжимаемой стратифицированной жидкости с учетом компонентов течения, характеризующих тонкую структуру — лигаментов, предложено в [2]. В работе [3] подробно исследованы свойства дрейфа в вязкой однородной жидкости, связанные с волновым компонентом периодического течения. В настоящей работе ставится задача о выявлении особенностей расчета дрейфа Стокса в вязкой среде с учетом полных решений: волновых и лигаментных компонентов течения.

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

### Математическая формулировка задачи

Задача рассматривается в плоской постановке в декартовой системе координат  $Oxz$ , в которой ось  $Oz$  направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести  $\mathbf{g}$ . Рассмотрим вязкую жидкость с кинематической вязкостью  $\nu$  плотностью  $\rho$ . Стратификацию жидкости по плотности будем считать равномерной и экспоненциальной. В этом случае функция плотности записывается в виде:

$$\rho = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda) (1 + \tilde{\rho}(x, z, t)) \quad (1)$$

Здесь  $\rho_{00}$  — равновесное значение плотности на уровне невозмущенной свободной поверхности  $z = 0$ ,  $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$  — масштаб стратификации, а  $\tilde{\rho}$  — возмущение плотности от равновесного значения. В природе часто при распространении периодических течений возмущения плотности мало по сравнению с равновесным значением и часто задачи решаются в приближении однородной жидкости. Поверхностное натяжение характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$  или нормированным на равновесное значение плотности коэффициентом  $\gamma = \sigma / \rho_{00}$ . Математическая формулировка задачи состоит из уравнений Навье-

Стокса, неразрывности, условия затухания движения с глубиной и стандартных гидродинамических граничных условий на свободной поверхности:

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \rho \nu \Delta \mathbf{u} = -\nabla P + \rho \mathbf{g} \\ \partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{u}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$z = \zeta : \begin{cases} \partial_t(z - \zeta) + \mathbf{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0, \\ \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u}) + \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\tau} \cdot \nabla \mathbf{u}) = 0, \\ P - P_0 - \sigma \operatorname{div}(\mathbf{n}) - 2\rho \mathbf{n} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}, \boldsymbol{\tau} = \frac{\mathbf{e}_x + \partial_x \zeta \mathbf{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}.$$

Здесь  $\zeta = \zeta(x, t)$  – функция, описывающая отклонение свободной поверхности от равновесного положения,  $\mathbf{u} = u_x \mathbf{e}_x + u_z \mathbf{e}_z$  – поле скоростей, которое в приближении Буссинеска (при наложении дополнительного условия несжимаемости жидкости) можно записать в виде частных производных функций тока:

$$u_x = \partial_z \psi, \quad u_z = -\partial_x \psi \quad (4)$$

Давление жидкости  $P$  представляется в виде суммы атмосферного  $P_0$ , гидростатического и периодического  $\tilde{P}$  давления:

$$P = P_0 + \int_z^\zeta \rho(x, \xi, t) g d\xi + \tilde{P}(x, z, t) \quad (5)$$

Решение задачи ищется методом сингулярных возмущений с разложением задачи на порядки малости по параметру пропорциональному амплитуде периодического возмущения свободной поверхности в виде периодических функций.

### Расчет скорости дрейфа Стокса

Следуя стандартной процедуре снесения граничных условий на равновесную поверхность, получим решение задачи в линейном приближении и дисперсионные соотношения, определяющие связь между компонентами волнового вектора и частотой периодического течения в вязкой стратифицированной жидкости:

$$\omega(k_x^2 - k_z^2)(i\nu k_x^2 - i\nu k_z^2 + \omega) - N^2 k_x^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) = 0 \quad (6)$$

В приближении малой вязкости согласно теории сингулярных возмущений уравнение (6) допускает два типа решений: регулярные и сингулярные:

$$\begin{aligned} k_z &= \pm \left( kx^2 - i\omega(2\nu)^{-1} + (1-i)(2\sqrt{2}\nu\omega)^{-1} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{4 \exp(-z/\Lambda) kx^2 N^2 \nu \omega - i\omega^4} \right)^{1/2} \\ k_l &= \pm \left( kx^2 - i\omega(2\nu)^{-1} + (1-i)(2\sqrt{2}\nu\omega)^{-1} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{4 \exp(-z/\Lambda) kx^2 N^2 \nu \omega - i\omega^4} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (7)$$

Регулярные решения  $k_z$  определяют волновой компонент течения и в предельном переходе идеальной жидкости сводятся к решениям, описывающим волновой компонент в идеальной среде. Сингулярные решения переобозначены  $k_l$  и определяют лигаментный компонент периодического течения, вырождающийся в предельном переходе невязкой среды. Регулярные решения математически определяются выражением  $|Re(k_z)| \ll |Im(k_z)|$ . Сингулярные решения математически определяются соотношением  $|Re(k_l)| \sim |Im(k_l)|$ . При подстановке дисперсионных соотношений, описывающих полное решение в искомые функции и в граничные условия, получается дисперсионное соотношение, приближенные решения которого громоздки и здесь не приводятся:

$$\begin{aligned} &(k_x^2 + k_z^2)(k_l \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + \\ &+ i\omega \nu k_l(3k_x^2 - k_l^2)) - (k_x^2 + k_l^2) \times \\ &\times (k_z \omega^2 - gk_x^2 - \gamma k_x^4 + i\omega \nu k_z(3k_x^2 - k_z^2)) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Пример построения дисперсионных соотношений для воды и лигаментов для жидкости с параметрами воды и разной частотой плавучести приведен на Рис. 1.

Дрейф Стокса – явление второго порядка малости и определяется непериодическими компонентами скорости. В вязкой жидкости такие компоненты появляются при решении задачи второго порядка малости. Также компоненты скорости дрейфа Стокса возникают в результате перехода от описания скорости в переменных Эйлера  $\mathbf{u}_E$  к переменным Лагранжа  $\mathbf{u}_L$  по известной формуле:

$$\mathbf{u}_L(\mathbf{r}_0, t) = \mathbf{u}_E(\mathbf{r}_0, t) + \left( \left( \int_0^t \mathbf{u}_E(\mathbf{r}_0, \tau) \nabla_0 \right) \mathbf{u}_E(\mathbf{r}, t) \right). \quad (9)$$

Из решения задачи второго порядка малости выделяются нециклические компоненты скорости

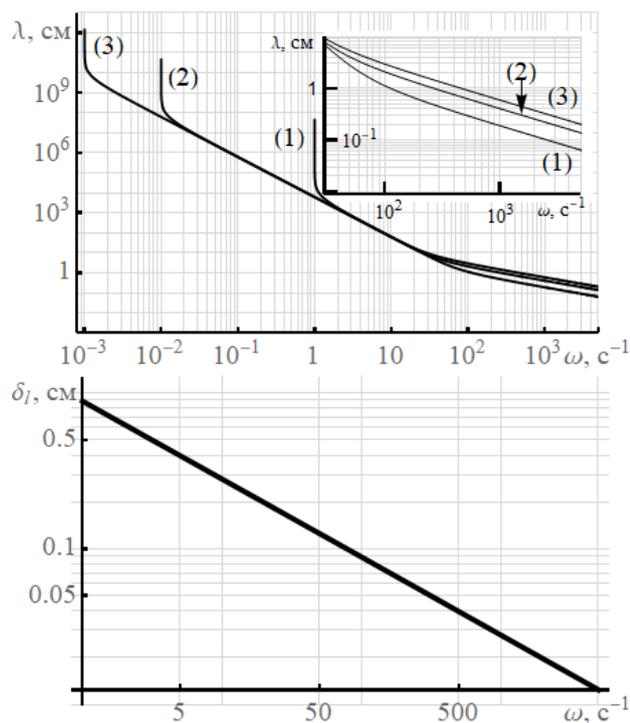


Рис. 1. Зависимость масштабов компонентов течения от частоты для воды: (а) — длины волны, линии (1 – 3) построены для  $N = 1; 0.01; 0.001 (c^{-1})$ ; (б) — толщины лигамента в сильно стратифицированной жидкости  $N = 1c^{-1}$

и складывая их с нециклическими слагаемыми лагранжевой скорости (9) получим скорость дрейфа Стокса, определяемую всеми компонентами течения: волнами и лигаменатами.

### Заключение

Проанализирована методика расчета скорости дрейфа Стокса в вязких несжимаемых равномерно стратифицированных жидкостях. Показаны особенности расчета скорости массопереноса с учетом влияния волновых и лигаментных компонентов периодического течения.

### Список литературы

- [1] Stokes G. G. On the theory of oscillatory waves // Trans. Cam. Philos. Soc. 1847. V 8. P. 441–455.
- [2] Chashechkin Y. D., Ochirov A. A. Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms. 2022. V. 11, № 8. P. 402.
- [3] Белоножка Д. Ф., Козин А. В. О расчете скорости переноса вещества периодическими волнами, распространяющимися по поверхности вязкой жидкости // Журнал технической физики. 2010. Т. 80, № 4. С. 32–40.



## Экспериментальные исследования сферической модели<sup>1</sup>

Рулева Л.Б., Солодовников С.И.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

### Введение

Сферические модели для экспериментальных исследований являются прототипами моделей простых форм, на которых проверяются новые компьютерные коды математического моделирования. Интерес к сферическим моделям обусловлен также тем, что они, в какой-то мере, отражают физические процессы, например, обтекания марсианских зондов [1, 2]. При этом возникает нагрев сжатого слоя газа у сферической поверхности. Известны фундаментальные работы [3] исследования физико-химических процессов в нагретом слое у сферических тел.

Лабораторная установка (ГУАТ) ИПМех РА позволяет создать среду для испытания моделей при давлении до 1 Па и воздушном напоре в широком диапазоне скоростей. Для последующей валидации математического моделирования на установке ГУАТ получены экспериментальные данные по тепловому потоку изготовленной сферической модели.

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме госзадания № ААААА20-12001169 0135-5

### Модель и лабораторная установка

Модель для исследования представляет собой полусферу во фронтальной части и усеченный конус на задней поверхности, как показано на Рис. 1 и 2.

Сертифицированные датчики теплового потока расположены: в центральной лобовой части модели МСТ1, со смещением под углом 450 (МСТ2) и на середине конической части модели (МСТ3). Дистанция модели от сопла в исходном положении составила 10 мм. Сигналы сертифицированных быстродействующих датчиков тепловых потоков, связаны с АЦП, с частотой 10 МГц, и программой «powergraph» отображения информации с шагом 0.4 мкс. Среда размещения модели была вакуумирована до давлений: 1Па, 10Па и 100Па.

На втором этапе модель была размещена под наклоном 200. Наклон модели выполнен вверх для исключения провисания проводов датчиков теплового потока. Фото модель во фронтальном положении и под углом атаки к набегающему потоку у сопла ГУАТ приведено на Рис. 3.

Экспериментальные исследования проведены в соответствии с реестром тестовых задач для ГУАТ [4]. Измерены конвективные тепловые потоки на поверхности обтекаемой сферической модели.

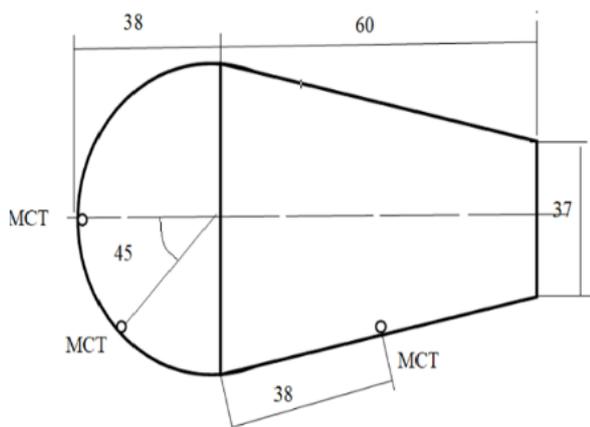


Рис. 1. Схема сферической модели

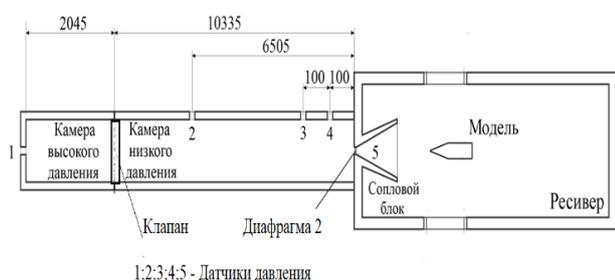


Рис. 2. Схема ГУАТ

## Результаты физического моделирования

Графики тепловых потоков, при давлении в камере высокого давления 36 атм и камере низкого давления 0,1 атм, приведены на Рис. 4.

Тепловой поток датчика МСТ1 больше в центральном положении к потоку. При повороте модели на 200 против часовой стрелки нагрев модели в области датчика МСТ2 превосходит нагрев датчика МСТ1 и своего значения в исходном положении.

Тепловой поток в области конусной части модели, измеряемый датчиком МСТ3, при угле атаки 200 увеличился незначительно.

## Выводы

Получены экспериментальные данные по конвективному нагреву поверхности сферической модели в положении центрального набегающего потока и под углом атаки 200 к потоку.

## Список литературы

- [1] Суржиков С.Т. Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов. Многотемпературные модели. // М.: ИПМех РАН. 2013. С. 701.
- [2] Суржиков С.Т. Неравновесная аэрофизика гиперзвукового обтекания сферы углекислым газом // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2011. Т. 11. с. 7 <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/187/>
- [3] Суржиков С. Т. Радиационно-конвективный нагрев марсианского аппарата EDL MSL под углом атаки // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2015. Т.16, вып. 2. <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-2/articles/604/>
- [4] Суржиков С. Т. Расчетные исходные данные для решения тестовых задач в измерительной секции гиперзвуковой ударной аэродинамической трубы ГУАТ лаборатории РадГД ИПМех РАН // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. М. 2021.Т.22. вып. 1.

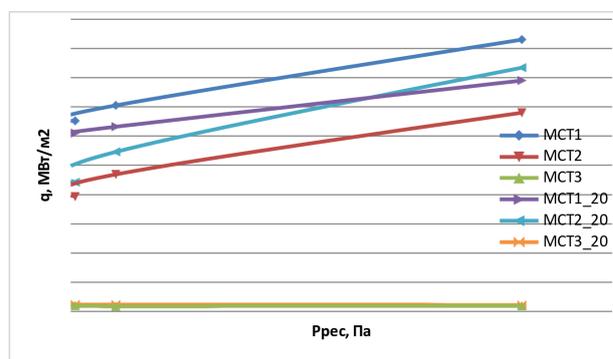
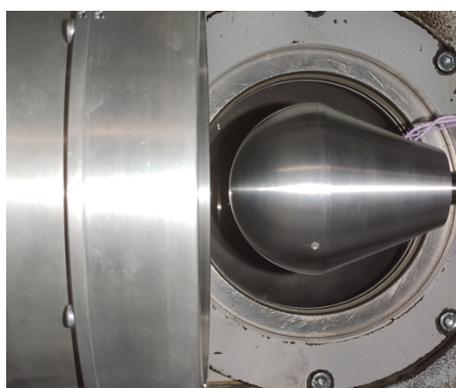


Рис. 4. Тепловые потоки в двух положениях модели



а



б

Рис. 3. Сферическая модель перед соплом: а) — по оси сопла; б) — под углом 200



## Режимы массопереноса в горизонтальном пористом слое с вертикальным потоком двухкомпонентной жидкости<sup>1</sup>

Соболева Е.Б.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Природные процессы и деятельность человека порождают естественно-конвективные течения грунтовых вод в подземных пористых образованиях (почвах, грунтах, горных породах). В частности, при круговороте воды в природе влага испаряется с поверхности Земли, вследствие чего в недрах Земли формируется вертикальный, направленный вверх поток жидкости. Гидростатическое давление уменьшается с высотой, поэтому в воде, поднимающейся из глубин, давление падает; когда оно доходит до значения давления насыщенного пара, происходит фазовый переход - вода превращается в пар. Вода содержит растворенные соли, которые перемещаются вверх вместе с потоком. При преобразовании жидкости в пар последний улетучивается, а соли скапливаются под границей фазового перехода, так что здесь формируется слой концентрированного раствора повышенной плотности. При определенных параметрах такой слой оказывается неустойчивым в поле силы тяжести, со временем он деформируется и развивается

концентрационно-конвективное движение. Настоящая работа посвящена численным исследованиям режимов массопереноса и концентрационной конвекции в горизонтальном пористом слое при наличии вынужденного вертикального течения.

Рассматривается бесконечный по горизонтали пористый слой постоянной пористости  $\epsilon$  и проницаемости  $k$ . В начальный момент поровое пространство заполнено водным раствором соли концентрации  $c_0$ , движущимся строго вверх; скорость фильтрации  $\mathbf{u}_0 = (0, v_0)$ . На нижней границе области скорость потока и концентрация раствора поддерживаются постоянными. На верхней границе, которая совпадает с фронтом фазового перехода, вода превращается в пар и улетучивается, а соли остаются в области. Таким образом, на верхней границе задается постоянная вертикальная скорость воды, а для примеси ставится следующее условие: количество соли, поступающее к верхней границе с вынужденным потоком равно количеству соли, уходящему вниз за счет диффузии. Под верхней границей раствор имеет повышенную концентрацию и плотность (плотность раствора линейно увеличивается с концентрацией растворенной примеси). Формируется система, в которой более тяжелая жидкость находится над более легкой. Такое рас-

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 123021700044-0)

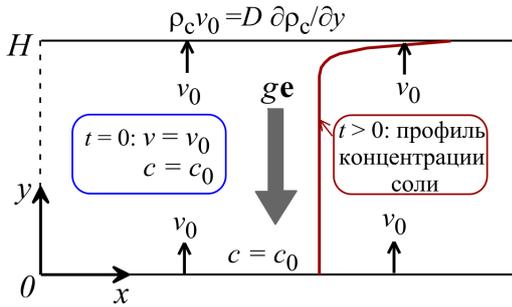


Рис. 1. Постановка задачи

положение может быть неустойчивым в поле силы тяжести и приводит к естественной конвекции. Постановка задачи показана на Рис. 1.

Численное моделирование выполнено на основе гидродинамической модели двухкомпонентной жидкости в пористой среде, которая включает уравнения неразрывности, движения (уравнение Дарси), транспорта примеси, а также уравнение состояния.

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \mathbf{u} &= -\frac{k}{\mu} (\nabla P - \rho g \mathbf{e}) \\ \phi \frac{\partial \rho_c}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho_c &= \nabla \cdot (\phi D \nabla \rho_c) \\ \rho &= \rho_0 + \alpha \rho_c. \end{aligned}$$

Здесь  $\rho$ ,  $\rho_c$ ,  $\rho_0$  – плотности раствора, примеси и чистой воды;  $u$ ,  $P$  – скорость фильтрации и давление;  $\mu$ ,  $D$ ,  $g$ ,  $\mathbf{e}$  – коэффициенты вязкости и диффузии, ускорение свободного падения и единичный вектор, сонаправленный с вектором силы тяжести;  $\alpha = 0.815$ . Концентрация примеси  $c$  определяется следующим образом:  $c = \rho_c / \rho$ .

Безразмерные параметры задачи – это числа Рэлея-Дарси  $Ra^s$  и Пекле  $Pe$ , концентрация примеси на нижней границе  $c_0$ :

$$Ra^s = \frac{kgH\Delta\rho^s}{\phi\mu D}, \quad Pe = \frac{Hv_0}{D}, \quad c_0.$$

Число  $Ra^s$  построено по высоте области  $H$ ; оно включает максимально возможную разность плотности раствора  $\Delta\rho^s$  (разность плотности насыщенного раствора и чистой воды). Величина  $Ra^s$  представляет собой отношение скорости естественно-конвективного движения к диффузионной скорости. Величина  $Pe$  – это отношение скорости вынужденного течения (вертикального потока) к диффузионной скорости.

Обобщая результаты работ [1–4], можно заключить, что в зависимости от значения  $Pe$  естественно-конвективное движение происходит

в разных режимах (см. рис. 2). При  $Pe \leq 2.2$ , если конвекция возникает, то она охватывает всю исследуемую область; в этом случае высота области  $H$  является определяющим параметром задачи. При  $Pe \geq 44$  конвективное движение сосредотачивается под верхней границей, поскольку интенсивный вертикальный поток не позволяет ему распространяться вниз. Под верхней границей образуются нестационарные «солевые капли». Нижняя граница не влияет на развивающееся течение и можно считать, что она отодвинута на бесконечность. Это режим полубесконечной области, высота  $H$  не влияет на решение. При  $2.2 < Pe < 44$  режим промежуточный: естественно-конвективное движение может зародиться под верхней границей в виде «капель», затем охватывать весь пористый слой.

В режиме слоя ( $Pe \leq 2.2$ ) состояние системы может быть как устойчивым (вынужденный вертикальный поток примеси вверх и ее диффузионный отток вниз уравновешивают друг друга; формируется стационарный профиль концентрации примеси), так и неустойчивым (развивается конвективное течение, которое со временем становится стационарным; течение направлено от нижней границы к верхней по искривленным линиям тока или является циркуляционным). Граница между режимами определяется числом Рэлея-Дарси  $Ra^*$ , которое включает  $\Delta\rho^*$  – разность плотности раствора на верхней и нижней границах, найденную в процессе численного решения. Очевидно, что  $\Delta\rho^* \leq \Delta\rho^s$  и, следовательно,  $Ra^* \leq Ra^s$ . Получено, что  $Ra^* \approx 25$  (красная линия на Рис. 2).

В режиме полубесконечной области ( $Pe \geq 44$ ) определяющим является комплекс  $Ra^*/Pe$ . Аналитические исследования тепловой естественной конвекции, отличающиеся граничными условиями и методом решения, дают пороговые значения  $Ra^*/Pe = 5.78$  [5]; 14.3 [6]; 2 [7], выше которых состояние системы неустойчиво. Учитывая аналогию между концентрационной и тепловой конвекцией, выполнено сравнение с [5] – на Рис. 2 при  $Pe \geq 44$  начерчена кривая  $Ra^* = 5.78Pe$  (красная линия). Полученные в численном моделировании точки, соответствующие течению «солевых капель», располагаются выше данной кривой, что согласуется с выводами [5]. Ниже кривой устойчивые состояния не обнаружены, поскольку при развитии концентрационной конвекции соль может выпасть в осадок из пересыщенного раствора, что и было получено. Таким образом, ниже кривой аналогия между концентрационной и тепловой конвекцией не применяется.

Следует отметить, что в режиме слоя ( $Pe \leq 2.2$ ) при  $Ra^*$  меньше некоторой величины порядка 1 и

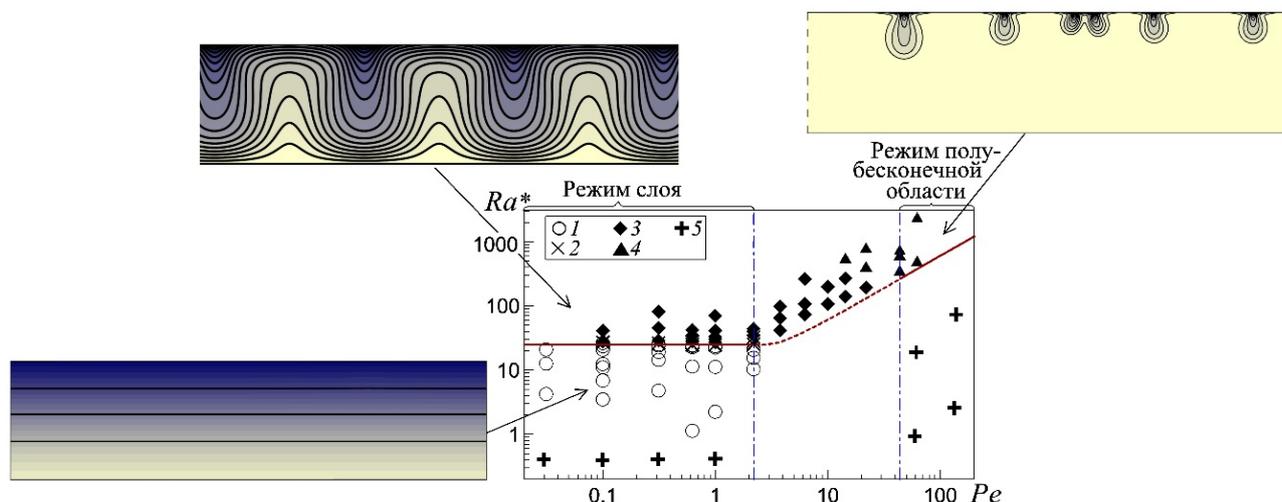


Рис. 2. Состояние системы: 1 – устойчивое; 2-4 – конвекция (2 – искривленное подъемное течение, 3 – циркуляционное течение во всем слое, 4 – «солевые капли»); 5 – выпадение соли в осадок

в режиме полубесконечной области ( $Pe \geq 44$ ) при  $Ra^*/Pe$  меньше нескольких единиц раствор около верхней границы становится пересыщенным, поскольку ни конвекция, ни диффузия не успевают отводить внутрь области соль, поступающую с вертикальным потоком. Такая картина характерна для пористых сред с низкой проницаемостью. В этом случае соль выпадает в осадок, приводя в конечном счете к закупориванию пор. В настоящем исследовании рассматривается только начальный этап выпадения соли в осадок, пока можно считать, что пористость не уменьшилась.

## Список литературы

- [1] Soboleva E.B., Tsykin G.G. Numerical simulation of convective flows in a soil during evaporation of water containing a dissolved admixture // *Fluid Dynamics*. 2014. V. 49. № 5. P. 634–644.
- [2] Soboleva E.B., Tsykin G.G. Regimes of Haline Convection during the Evaporation of Groundwater Containing a Dissolved Admixture // *Fluid Dynamics*. 2016. V. 51. № 3. P. 364–371.
- [3] Soboleva E. Numerical Investigations of Haline-Convective Flows of Saline Groundwater // *Journal of Physics: Conference Series*. 2017. V. 891. P. 012104.
- [4] Soboleva E.B. Underground Haline Convection Caused by Water Evaporation from the Surface of the Earth // *Processes in GeoMedia*. Vol. IV. Springer Geology. Springer International Publishing AG, Charm. 2022. С. 109–117.
- [5] Van Duijn C.J., Wooding R.A., Pieters G.J.M., van der Ploeg A. Stability criteria for the boundary layer formed by throughflow at a horizontal surface of a porous medium // *Geophys. Monograph*. 2002. V. 129.
- [6] Jones M.C., Persichetti J.M. Convective Instability in Packed Beds with Throughflow // *AIChE J.* 1986. V. 32. P. 1555–1557.
- [7] Nield D.A. Convective Instability in Porous Media with Throughflow // *AIChE J.* 1987. V. 33. P. 1222–1224.



## Колебательная конвекция в квадратной полости, подогреваемой сбоку

Федюшкин А.И.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Для многих технологических приложений большое значение имеет знание закономерностей характера перемешивания при термо-концентрационной конвекции, распределения температуры и примесей, а также формирования температурного и концентрационного расслоения в объёме жидкости с целью управления этими неоднородностями. При умеренных определяющих параметрах конвективное течение может приобретать колебательный характер, оставаясь при этом ламинарным. В данной работе приведены результаты численного моделирования тепловой и термо-концентрационной конвекции в квадратной полости, заполненной газовой смесью и подогреваемой сбоку. Схема расчётной области и граничные условия для термо-концентрационной конвекции показана на Рис. 1, а.

Математическая модель основана на численном решении нестационарных двумерных уравнений Навье–Стокса для несжимаемой жидкости в приближении Буссинеска, Задача характеризуется безразмерными числами Прандтля ( $Pr$ ), Грасгофа ( $Gr$ ), Грасгофа концентрационного ( $Gr_c$ ), Шмидта ( $Sc$ ), граничными условиями и направлением век-

тора силы тяжести [1]. Вектор силы тяжести направлен навстречу оси  $Oy$  и перпендикулярен векторам потоков тепла и массы (Рис. 1). Граничные условия следующие: для скорости — условиями прилипания на всех стенках, для температуры задаются условия первого рода на всех стенках, условия для концентрации: не протекания на горизонтальных стенках и первого рода на вертикальных (Рис. 1, а). Рассматриваются бинарные смеси с концентрацией лёгкой компоненты. Рассмотрены диапазоны безразмерных параметров:  $0 < Gr < 10^8$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $0 < Gr_c < 10^8$ ,  $10^{-2} < Sc < 10^2$ , соответствующие ламинарной стационарной и колебательной конвекции. Описания методов решения указанных задач приведено в работах [1–3]. Вертикальное расслоение оценивалось величинами производных от температуры ( $\partial T/\partial y$ ) и концентрации ( $\partial C/\partial y$ ) по вертикальной координате  $y$ .

На Рис. 1 для установившегося периодического течения показаны картины течения (в виде изолиний функции тока и изотерм) для разных моментов времени на одном периоде. Картины течения, изображенные на Рис. 1 повторяются с постоянной периодичностью, о чём также говорят временные зависимости значений производной от температуры по вертикальной координате ( $\partial T/\partial y$ ) (максимальных, минимальных и средних значений по пространству), изображенных на Рис. 2. Эти зави-

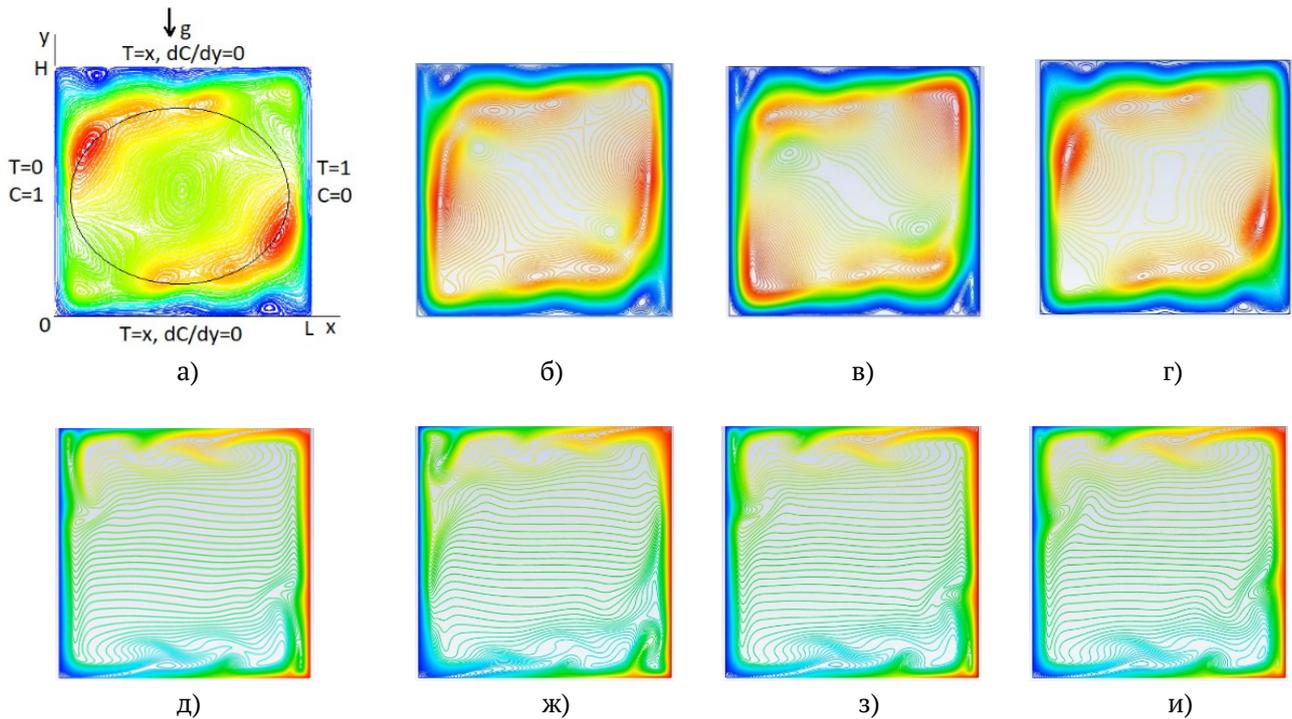


Рис. 1. Расчётная область и граничные условия (а). Показаны значения изолиний функции тока (а–г) и изотермы (д–и) при колебательной тепловой конвекции  $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $L/H = 1$  в разные моменты времени, приблизительно на одном периоде колебаний

симости показывают наличие максимумов температурного и концентрационного расслоения в зависимости от числа Грасгофа центре области [4].

После превышения числом Грасгофа значения  $Gr > 10^6$  ламинарное течение становится периодически — колебательным, в следствие того, что вторичные крупномасштабные вихри (вихри, которые до чисел  $Gr = 10^6$  известны, как cat's eyes) начинают увлекаться основным течением, двигаясь против часовой стрелки, меняя свою интен-

сивность, дробясь и объединяясь, из-за чего возникают термики у горячей и холодной стенок (на стенках происходит срыв пограничного слоя, появляются мелкие, растущие по мере продвижения вдоль стенок вихри, образующие на твёрдых стенках волны Толмина–Шлихтинга) (Рис. 1).

На Рис. 3 представлены картины конвективных течений в виде изолиний функции тока, изотерм и линий равной концентрации при разных числах Шмидта ( $Sc = 0.01, 0.1, 0.7, 10, 100$ ) при колебательной тепловой конвекции  $Gr = 10^7$ ,  $Gr = 10^8$ ,  $Pr = 0.7$  и при термо-концентрационной конвекции  $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Gr_c = 10^7$ ,  $Sc = 0.7$ .

При  $Gr = 10^8$  течение является периодически-колебательным, но менее упорядоченным, чем при  $Gr = 10^7$ . Интенсивность термо-концентрационной периодически-колебательной конвекции ( $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Gr_c = 10^7$ ,  $Sc = 0.7$ ,  $L/H = 1$ ) ниже, чем в случае только тепловой ( $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Gr_c = 0$ ), но структура течения состоит из двух основных, противоборствующих и оппозитно вращающихся вихрей (концентрационная конвекция по часовой стрелке; тепловая конвекция — против), чем и определяется периодичность течения при данной термо-концентрационной конвекции.

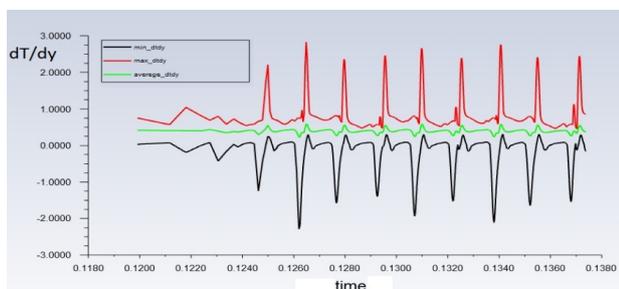


Рис. 2. Временные зависимости производной от температуры по вертикальной координате  $dT/dy$  (максимальных, минимальных и средних значений по пространству) при колебательной тепловой конвекции

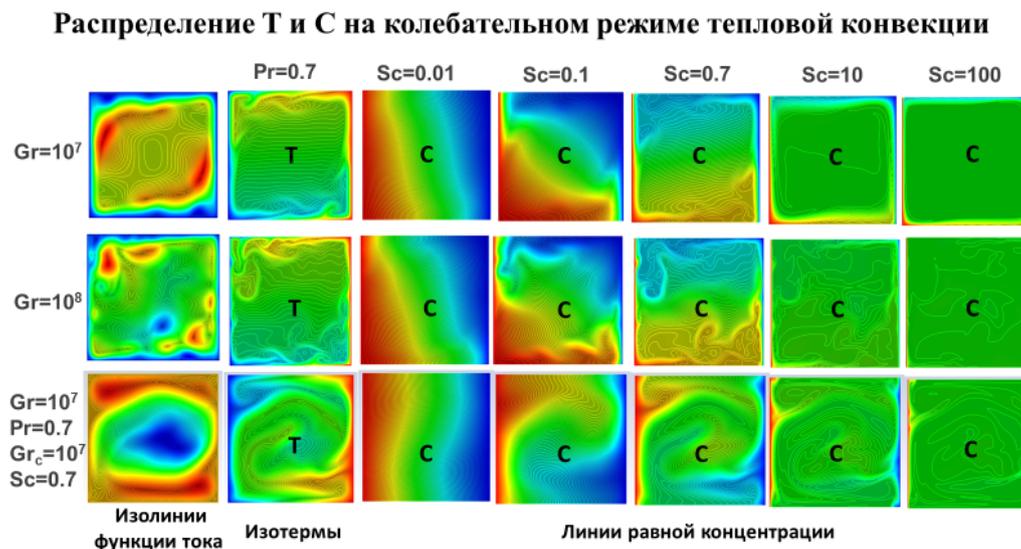


Рис. 3. Изолиний функции тока (1-й столбец), изотермы (2-й столбец) и линии равной концентрации 3-5 столбцы для чисел Шмидта ( $Sc = 0.01, 0.1, 0.7, 10, 100$ ) при колебательной тепловой конвекции  $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$  (1-я строка),  $Gr = 10^8$ ,  $Pr = 0.7$  (2-я строка) и при термо-концентрационной конвекции  $Gr = 10^7$ ,  $Pr = 0.7$ ,  $Gr_c = 10^7$ ,  $Sc = 0.7$  (3-я строка)

## Заключение

Показана динамика и различия в природе формирования колебательных течений в квадратной области при тепловой и термо-концентрационной конвекции. Приведены детали образования противотоков внутри квадратной области с направлением противоположным основному конвективному течению. Найдены немонотонные зависимости величины температурного (концентрационного) расслоения в центре квадратной области от числа Грасгофа.

## Список литературы

- [1] Полежаев В.И., Белло М.С., Везеуб Н.А., и др. Конвективные процессы в невесомости. -М., Наука, 1991. 240 с.
- [2] Fedushkin A. I. Stratification and segregation under laminar convection // *Advanced Hydrodynamics Problems in Earth Sciences* (eds. Chaplina T.). Springer: Switzerland, 2023. P. 153–169. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-23050-9\\_14](https://doi.org/10.1007/978-3-031-23050-9_14).
- [3] Федюшкин А. И. Влияние чисел Рэлея, Прандтля и граничных условий на конвективные течения жидкости в горизонтальных слоях // *Математическое моделирование и численные методы*. 2020. № 1. С. 28–44.
- [4] Федюшкин А. И. Конвективное расслоение температуры и концентрации. Мат-лы XXIII Межд. конф. по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2023), Дивноморское. Изд-во МАИ, Москва. 2023 г. С. 435–437.



## Формирование вихревых структур в неравномерно нагретой жидкости в вибрирующей квадратной полости

Шарифулин А.Н.\* , Плотников С.А.\* , Любимова Т.П.\*\*

\*Пермский национальный исследовательский политехнический университет

\*\*Институт механики сплошных сред УрО РАН

Исследуются стационарные режимы вибрационно-конвективного течения вязкой несжимаемой жидкости в полости квадратного сечения. Две противоположные грани изотермические, поддерживается постоянный перепад температур между ними. Две другие стенки теплоизолированные. Полость находится в постоянном поле тяжести и может быть наклоненной на произвольный угол  $\alpha$  по отношению к вертикали. Вибрации осуществляются вдоль направления, заданного углом  $\beta$  (см. центральные врезки на Рис. 1 и Рис. 2). Интенсивность осредненного вибрационно-конвективного течения полагается малой, не искажающей теплопроводное распределение температуры (приближение Стокса). Это позволяет аналитически с использованием метода Штурма–Лиувилля определить поле амплитуды функции тока пульсационного течения в виде простых тригонометрических выражений. С использованием этих аналитических выражений

конечно-разностным методом определялись поля функции тока осредненного течения для различных значений числа Грасгофа  $Gr$  и вибрационного числа Грасгофа  $Gr_v$  и всех возможных направлений вибраций  $\beta$  и поля тяжести  $\alpha$ .

В отсутствие вибраций решение задачи зависит только от комбинации  $Gr \sin \alpha$ . При любых  $\alpha$  структура течения одновихревая (если не обращать внимания на очень слабые угловые вихри Моффта), максимальная интенсивность достигается при  $\alpha = 90^\circ$ . При  $\alpha = 0^\circ$  и  $\alpha = 180^\circ$  осредненное течение отсутствует.

В невесомости (Рис. 1), когда нет постоянного поля силы тяжести ( $Gr = 0$ ), при направлении вибраций строго вдоль равновесных изотерм ( $\beta = 0^\circ$ ) формируется слабое четырехвихревое симметричное осредненное течение (Рис. 1а). При изменении угла наклона оси вибраций  $\beta$  два диагональных вихря объединяются и общая картина становится трехвихревой с одним диагональным глобальным вихрем (Рис. 1б). Кинетическая энергия (Рис. 1е) такого трехвихревого осредненного течения достигает максимума при  $\beta = 45^\circ$ . Дальнейшее увеличение угла  $\beta$  приводит к уменьшению интенсивности как осредненного, так и пульсационного течения,

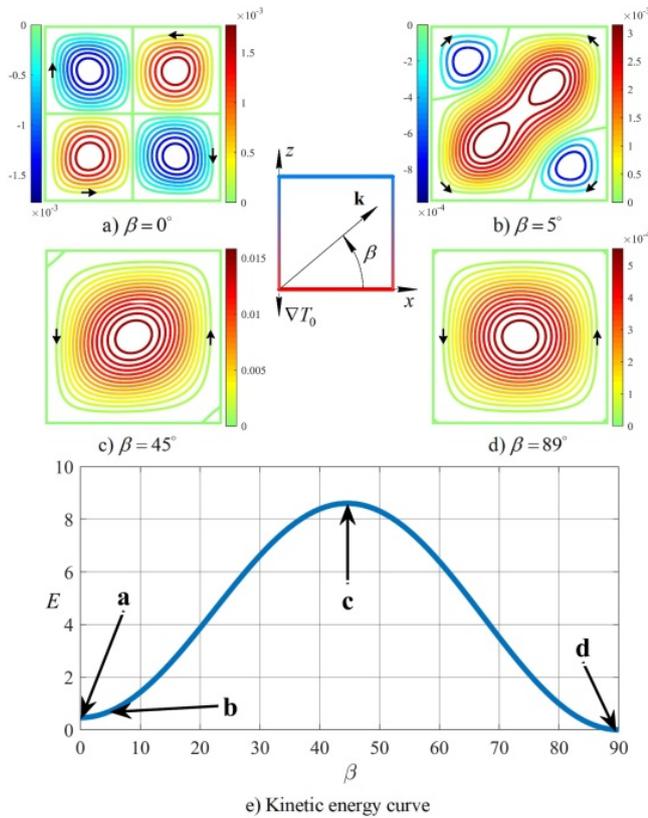


Рис. 1. Зависимость кинетической энергии осредненного движения течения от угла наклона оси вибраций  $\beta$  и линии тока (a–d) для различных  $\beta$  в невесомости зависимости при значении значения вибрационного числа Грасгофа  $Gr_v = 50$

а глобальный вихрь стремится занять всю полость. При  $\beta = 90^\circ$  реализуется состояния покоя.

В общем случае виброгравитационной конвекции ( $Gr \neq 0$  и  $S \neq 0$ ) реализуются два механизма возбуждения осредненного течения – гравитационный, который определяется параметрами ( $Gr, \alpha$ ) и вибрационный, зависящий от ( $Gr_v, \beta$ ). Гравитационный механизм при всех  $\alpha$  приводит к формированию одного вихря, занимающего всю полость. Вибрационное течение, в зависимости от направления вибраций относительно градиента температуры, может быть одно, трех или четырехвихревым (Рис. 1).

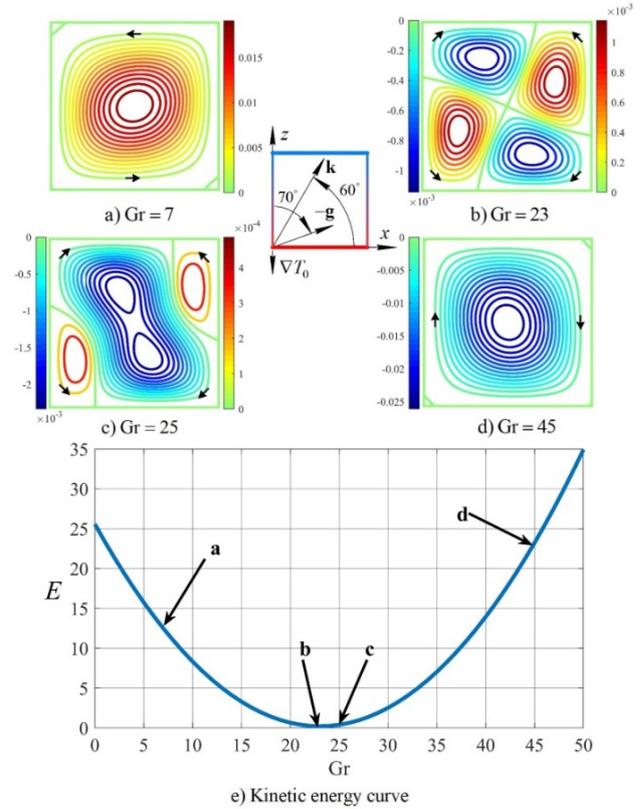


Рис. 2. Зависимость кинетической энергии осредненного течения от числа Грасгофа (e) и структуры осредненного течения (a–d) от интенсивности гравитации ( $Gr$ ) при фиксированном значении вибрационного числа Грасгофа  $Gr_v = 100$  и углах:  $\alpha = 70^\circ$  и  $\beta = 60^\circ$

При соотношении между параметрами задачи, определяемом простой алгебраической формулой:  $Gr \sin \alpha - (Gr_v/4) \sin 2\beta = 0$  [1, 2], общая интенсивность осредненного течения минимальна, реализуется симметричная четырехвихревая структура (Рис. 2b). Если параметры задачи не удовлетворяют указанному соотношению динамического равновесия, реализуется одновихревая (Рис. 2a и Рис. 2c) или трехвихревая (Рис. 2c) структура осредненного течения.

### Список литературы

[1] Шарифулин А.Н // ЖЭТФ. 2010. Т.137. С. 177.  
 [2] A.N. Sharifulin, S.A. Plotnikov, T.P. Lyubimova // Microgravity Science and Technology. 2022. V. 34, № 5. p. 97.



## Свободные колебания стратифицированной вращающейся жидкости в цилиндрической полости

Ян Наинг У

Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

В данной работе рассмотрена задача о свободных колебаниях идеальной стратифицированной вращающейся несжимаемой жидкости, заполняющей цилиндрическую полость в твердом теле. Исследованы нормальные колебания стратифицированной жидкости, заполненной цилиндрический сосуд при малой и большой скорости вращения вокруг своей вертикальной оси симметрии. При достаточно больших значениях угловой скорости движения твердого тела с жидкостью рассматриваемый случай эквивалентен случаю вращения в условиях полной невесомости. Представлены численные результаты собственных значений и собственных функций нормальных колебаний жидкости получены при постоянной частоте плавучести и приведены в виде таблиц и графиков.

### Колебания стратифицированной жидкости при малой скорости вращения

Рассмотрим задачу о собственных колебаниях вращающейся стратифицированной жидкости при полном и частичном заполнении полости. Пусть в невозмущенном движении вектор градиента плотности и вектор угловой скорости вращения коллинеарные векторы, а действие однородного силового поля описывается силовой функцией  $U_0 = gx_3$ . Здесь ограничимся рассмотрением случая, когда угловая скорость вращения  $\omega_0$  мала, и выполняется условие  $\omega_0^2 \ell / g \ll 1$  ( $\ell$  — характерный размер). Это будет означать, что в невозмущенном состоянии изгиб поверхностей равной плотности мал и им можно пренебречь. В этом случае, используя исходные уравнения возмущенного движения, вектор скорости  $\vec{V}(x_1, x_2, x_3)$  запишется в виде:

$$\vec{V} = -\frac{\lambda}{\lambda^2 + 4\omega_0^2} L \cdot \vec{a},$$

где тензор  $L$  вида,

$$L = \begin{pmatrix} 1 & \frac{2\omega_0}{\lambda} & 0 \\ -\frac{2\omega_0}{\lambda} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\lambda^2 + 4\omega_0^2}{\lambda^2 + N_{33}^2} \end{pmatrix} \quad (1)$$

здесь  $N^2 = -\frac{g}{\rho_0^*} \frac{d\rho_0}{dx_3} = g\beta$ ,  $N^2$  — частота плавучести,  $\vec{a} = \frac{1}{\rho_0^*} \nabla p$ .

Определим собственные числа и собственные функции задачи о нормальных колебаниях жидкости, полагая  $p = \phi e^{i\omega t}$ ,  $q = \frac{\omega}{2\omega_0}$ ,  $\omega$  — частота нормальных колебаний. В цилиндрических координатах  $(x_3, r, \eta)$  с началом координат на поверхности

жидкости  $\Gamma$  краевая задача запишется в виде:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \frac{1 - q^2}{Fr^2 - q^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x_3^2} = 0, \quad (2)$$

а граничное условие при полном заполнении жидкости будет

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{i\chi}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} &= 0, \quad \text{при } r = r_0, \\ \frac{\partial \phi}{\partial x_3} &= 0, \quad \text{при } x_3 = 0, \quad x_3 = -H, \end{aligned} \quad (3)$$

и при частичном заполнении жидкости запишется в виде,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{i\chi}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} &= 0, \quad \text{при } r = r_0, \\ \frac{\partial \phi}{\partial x_3} &= 0, \quad \text{при } x_3 = -H, \\ (N^2 - \omega^2)\phi + g \frac{\partial \phi}{\partial x_3} &= 0, \quad \text{при } x_3 = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

здесь  $\chi = \frac{1}{q}$ ,  $Fr^2 = \frac{N^2}{4\omega_0^2}$ .

В рассматриваемом частном случае решение краевой задачи имеет вид

$$\phi_{mnl} = J_m(\xi_{mn} \bar{r}) e^{im\eta} \cos k_l x_3, \quad (5)$$

где

$$k_l^2 = k^2 \frac{q^2 - Fr^2}{1 - q^2}; \quad k_l = \frac{l\pi}{H} \quad l = 1, 2, \dots,$$

$$\xi_{mn} = k_{mn} r_0, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_0},$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

здесь  $J_m(\xi_{mn} r)$  — функция Бесселя первого рода  $m$ -го порядка;  $\xi_{mn}$  —  $n$ -ый корень характеристического уравнения (6) при  $\bar{r} = 1$ ,  $m = 0$ ,  $m = 1$ :

$$Y_2(\xi_{mn}) = \xi_{mn} J'_m(\xi_{mn}) \pm m \chi_{mnl} J_m(\xi_{mn}) = 0, \quad (6)$$

при фиксированных значениях  $m$ ,  $n$ ,  $l$ ,  $Fr^2$ , безразмерная частота колебаний определяется формулой

$$q_{mnl} = \sqrt{\frac{\xi_{mn}^2 Fr^2 + \bar{k}_l^2}{\xi_{mn}^2 + \bar{k}_l^2}}, \quad (7)$$

где  $\bar{k}_l = k_l r_0$ ,  $\chi_{mnl} = \frac{1}{q_{mnl}}$ .

## Колебания стратифицированной жидкости при большой скорости вращения

В данной постановке будем предполагать, что при достаточно больших значениях угловой скорости  $\omega_0$  стационарного вращения жидкости, поле центробежных сил инерции значительно больше поля сил тяжести, т.е.  $\frac{\omega_0^2 \ell}{g} \gg 1$ . Следовательно, потенциальная энергия на единицу масс жидкости равна  $\Pi_0 = \frac{\omega_0^2 r^2}{2}$ . В таком случае свободная поверхность  $\Gamma$  вращающейся жидкости в закрытом сосуде в отсутствии колебаний примет форму цилиндрической поверхности с внутренним радиусом  $r_0$ .

В проекции на оси цилиндрической системе координат уравнения малых движений (1) запишутся в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_r}{\partial t} &= 2\omega_0 V_\eta - \frac{1}{\rho_0^*} \frac{\partial p}{\partial r} - w_r N_{rr}^2, \\ \frac{\partial V_\eta}{\partial t} &= -2\omega_0 V_r - \frac{1}{\rho_0^*} \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \eta}, \\ \frac{\partial V_x}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho_0^*} \frac{\partial p}{\partial x}, \end{aligned} \quad (8)$$

где  $N_{rr}^2 = \frac{1}{\rho_0^*} \frac{\partial \rho_0(r)}{\partial r} \frac{\partial \Pi_0}{\partial r} = k\omega_0^2$ ,  $k$  — постоянная, зависящая от соотношения плотностей жидкости.

Уравнение для определения собственных колебаний жидкости в возмущенном движении запишется в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + (1 - Fr^2 \cdot \chi^2) \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} + \\ + [1 - \chi^2 (1 + Fr^2)] \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

а граничные условия для быстровращающегося цилиндра со стратифицированной жидкостью будут

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial r} - i\chi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} &= 0, \quad \text{при } r = R_0, \\ r \frac{\partial \phi}{\partial r} + \left[ 4 \frac{1 - \chi^2 (1 + Fr^2)}{\chi^2} \phi - i\chi \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right] &= 0, \quad \text{при } r = r_0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} &= 0, \quad \text{при } x = 0, \\ & \quad x = -H. \end{aligned} \quad (10)$$

В рассматриваемом частном случае решение задачи (9) и (10) для внутренних волн имеет вид

$$\begin{aligned} \phi_{mnl} &= [A J_m(\xi_{mn} \bar{r}) + B Y_m(\xi_{mn} \bar{r})] \times \\ & \times H \left( (1 - Fr^2 \cdot \chi^2)^{-\frac{1}{2}} \eta \right) \cos k_l x, \end{aligned} \quad (11)$$

где

$$k_l = \frac{l\pi}{H}; \quad \xi_{mn} = k_{mn}r_0;$$

$$k_{mn} = k_l \sqrt{\chi^2(1 + Fr^2) - 1}; \quad \chi = \sqrt{\frac{\bar{k}_l^2 + \xi_{mn}^2}{\bar{k}_l^2(1 + Fr^2)}};$$

здесь  $J_m(\xi_{mn}\bar{r})$  и  $Y_m(\xi_{mn}\bar{r})$  — функции Бесселя первого и второго родов  $m$ -го порядка.

Собственное число при фиксированных значениях  $m, n, l, Fr^2$  для внутренних волн определяется формулой

$$q_{mnl}^{(2=C.)} = \sqrt{\frac{\bar{k}_l^2(1 + Fr^2)}{\bar{k}_l^2 + \xi_{mn}^2}}. \quad (12)$$

Собственные функции жидкости для поверхностных волн можно представить так:

$$\phi_{ml} = [CI_m(\mu_m\bar{r}) + DK_m(\mu_m\bar{r})] \times$$

$$\times H\left(\left(1 - Fr^2 \cdot \chi^2\right)^{-\frac{1}{2}} \eta\right) \cos \kappa_l x, \quad (13)$$

где

$$\kappa_l = \frac{l\pi}{H}; \quad \mu_m = \kappa_m r_0;$$

$$\kappa_m = \kappa_l \sqrt{1 - \chi^2(1 + Fr^2)}, \quad \chi = \sqrt{\frac{\bar{k}_l^2 - \mu_m^2}{\bar{k}_l^2(1 + Fr^2)}};$$

здесь  $I_m(\mu_m\bar{r})$  и  $K_m(\mu_m\bar{r})$  — функции Бесселя мнимого аргумента (модифицированные функции Бесселя)  $m$ -го порядка.

Собственное число при фиксированных значениях  $m, l, Fr^2$  для поверхностных волн,

$$q_{ml}^{(пов.)} = \sqrt{\frac{\bar{k}_l^2(1 + Fr^2)}{\bar{k}_l^2 - \mu_m^2}}. \quad (14)$$

В докладе также приведены численные результаты определения собственных частот в виде таблиц и графиков.

Автор благодарит научного руководителя доцента каф. Теоретическая механика МГТУ им. Н.Э. Баумана А.Н. Темнова за содействие при выполнении работы.

### Список литературы

- [1] Краусс В. Внутренние волны. Методы и результаты теоретической океанографии. Ленинград, Гидрометеоиздат, 1968, С. 270.
- [2] Miles J.W., Troesch B.A. Surface oscillations of a rotating liquid. // J. Appl. Mech., 1961, V. 28(4), p. 491-496.
- [3] Габов С.А. О спектре и базисах из собственных функций одной задачи, связанной с колебаниями вращающейся жидкости // Матем. сб., 1981, т. 116(158), № 2(10), с. 245–252.
- [4] Черноусько Ф.Л. Движение твердого тела с полостями, содержащими вязкую жидкость. Москва, Вычислительный центр АН СССР, 1968, 230 с.
- [5] Рвалов Р.В. Краевая задача о свободных колебаниях вращающейся идеальной жидкости // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1973, № 4, с. 81–88.
- [6] Темнов А.Н. Колебания стратифицированной жидкости в ограниченном объеме: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Москва, МВТУ, 1983, 192 с.
- [7] Ян Наинг У. Колебания стратифицированной вращающейся жидкости в цилиндрической полости // Труды МАИ. 2023. № 130. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=174605>



## Валидация кода STEG на экспериментах по гидродинамике горизонтального парогенератора<sup>1</sup>

Абди Х., Урегани Джафари Н., Мелихов В.И., Мелихов О.И.

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Код STEG (STeam Generator) [1–3] разработан для моделирования теплогидравлических процессов в горизонтальном парогенераторе. Этот код использует нестационарную двухжидкостную трехмерную модель смеси воды и пара для моделирования теплогидравлических процессов. Валидация кода STEG была подтверждена по результатам нескольких экспериментов, но из-за сложности моделируемых теплогидравлических процессов и объектов все еще существует необходимость в валидации кода. В данной работе моделировались процессы по изучению гидравлики движения двухфазной среды применительно к условиям в парогенераторе с помощью кода STEG. При этом использовались данные комплексного экспериментального исследования, проведенного во Всероссийском теплотехническом институте (ВТИ) [4]. В частности, исследовались закономерности изменения объемного паросодержания и гидравлического сопротивления при поперечном обтекании

пучков труб. Расчеты проводились с помощью кода STEG для нескольких режимов с разными расходами воздуха, а также для ПДЛ с разными степенями перфорации. Результаты расчетов сравнивались с опытными данными и было получено хорошее согласие между ними.

### Краткое описание кода STEG

Математическая модель кода STEG основана на двухскоростной двухтемпературной модели двухфазного потока [5]. Каждая фаза (жидкость и пар/газ) рассматривается как отдельная непрерывная среда (континуум), для которой формулируются уравнения сохранения массы, импульса и энергии. Для описания взаимодействия фаз друг с другом и с окружающими конструкциями (стенка, трубчатка и т.п.) уравнения сохранения дополняются специальными членами, моделирующими эти взаимодействия. Поскольку рассматриваемые в данной статье экспериментальные исследования проводились при комнатной температуре (теплообмен между водой и воздухом отсутствовал), то для краткости уравнения сохранения энергии не приводятся.

В данной работе для определения межфазного сопротивления двухфазного потока в ТП используется корреляция межфазного сопротивления [6], полученная в результате анализа эксперименталь-

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00793

ных данных по течению двухфазной среды сквозь трубный пучок. В областях не занятых трубчаткой в [7] предложена модель межфазного сопротивления, в целом основанная на подходе Ишии-Зубера [8], но имеющая ряд отличий, вызванных особенностями течения двухфазной смеси в горизонтальном ПГ.

### Описание экспериментальной установки

Во Всероссийском теплотехническом институте была сооружена водовоздушная модель парогенератора, на которой изучалось движение двухфазной среды в условиях, характерных для натурального ПГ. Модель состояла из шахматного трубного пучка, погруженного дырчатого листа и опускающего канала, Рис. 1. Трубный пучок выполнен из труб диаметром  $16 \times 1.4$  мм, стали X18H10T и имел в высоту 57 рядов. В каждом ряду было установлено 10 труб. Геометрические характеристики и система дистанционирования ( $S_1 = 0.023$  м;  $S_2 = 0.019$  м) трубного пучка в модели были такими же, как и в натурном ПГВ-1000. Длина трубы в пучке 0.5 м. Расстояние от дырчатого листа до трубного пучка составляло 0.25 м, использовались четыре листа с различной перфорацией – 7.5% и 20%. Подвод воздуха осуществлялся в трех сечениях по высоте пучка труб через все 10 труб (перфорированных), находящихся в данном сечении, моделируя процесс парообразования. Расход воздуха, подаваемый в каждое сечение, мог изменяться в зависимости от программы исследований. Измерение объемного газосодержания проводилось методом  $\gamma$ -просвечивания. Помимо этого, измерялись перепады давления по высоте трубного пучка и уровни воды в модели и над ПДЛ.

Каждый эксперимент выполнялся при заданных нагрузке воздуха на зеркало испарения и уровне воды в модели.

### Анализ экспериментов кодом STEG

Были рассмотрены девять различных экспериментальных режимов, в шести из этих режимов использовался ПДЛ с перфорацией 7.5%, в трех – ПДЛ с перфорацией 20%. Каждый режим характеризовался тремя приведенными скоростями подачи воздуха в нижнем, среднем, верхнем сечениях ( $w''_{01}$ ,  $w''_{02}$ ,  $w''_{03}$ ) и весовым уровнем воды в сосуде (Н1). Приведенные скорости подачи воздуха определялись как отношение расхода воздуха к площади проходного сечения над ПДЛ.

Количественное сравнение расчетных и экспериментальных данных включало в себя следующие параметры: 1) объемное паросодержание в трех

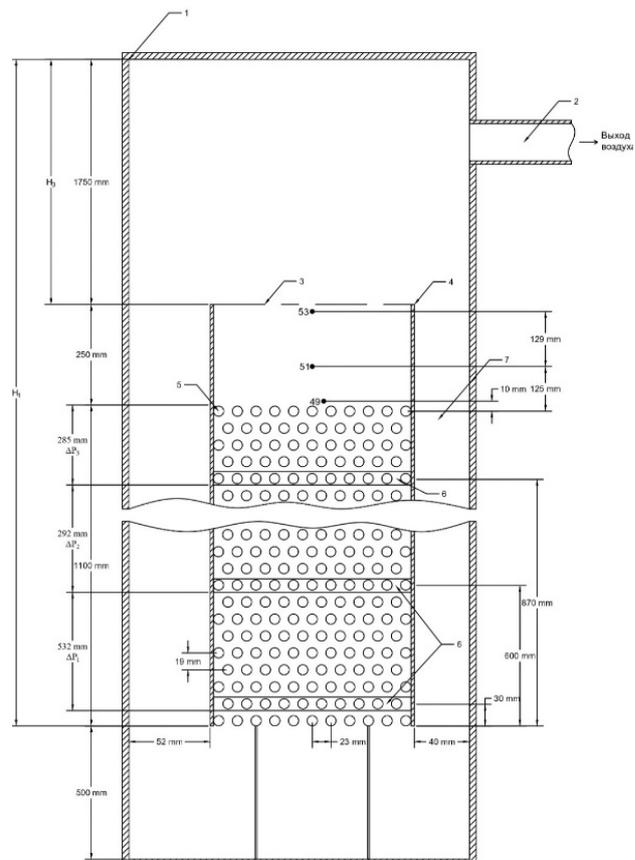


Рис. 1. Экспериментальный стенд: 1 – корпус; 2 – патрубок отвода воздуха; 3 – дырчатый лист; 4 – закраина; 5 – трубный пучок; 6 – подвод воздуха; 7 – опускающий канал. Измерения: 49, 51, 53 – объемное воздухосодержание, Н1, Н3 – весовой уровень воды,  $\Delta P_1$ ,  $\Delta P_2$ ,  $\Delta P_3$  – перепады давления

точках ( $\Phi_{49}$ ,  $\Phi_{51}$  и  $\Phi_{53}$ ), расположенных между трубным пучком и ПДЛ; 2) три перепада давления ( $\Delta P_1$ ,  $\Delta P_2$  и  $\Delta P_3$ ) по высоте трубного пучка и 3) уровень воды над ПДЛ (Н3).

На Рис. ?? показано сравнение результатов расчета уровня воды над ПДЛ, объемного воздухосодержания и потерь давления в трубном пучке с экспериментальными данными для всех девяти режимов. Пунктиром изображены линии показывающие относительную погрешность  $\pm 10\%$  между расчетными и экспериментальными значениями.

Значения, полученные в расчетах кодом STEG, хорошо согласуются с экспериментальными данными. Относительные погрешности расчета для всех девяти экспериментальных режимов не превышают 10%.

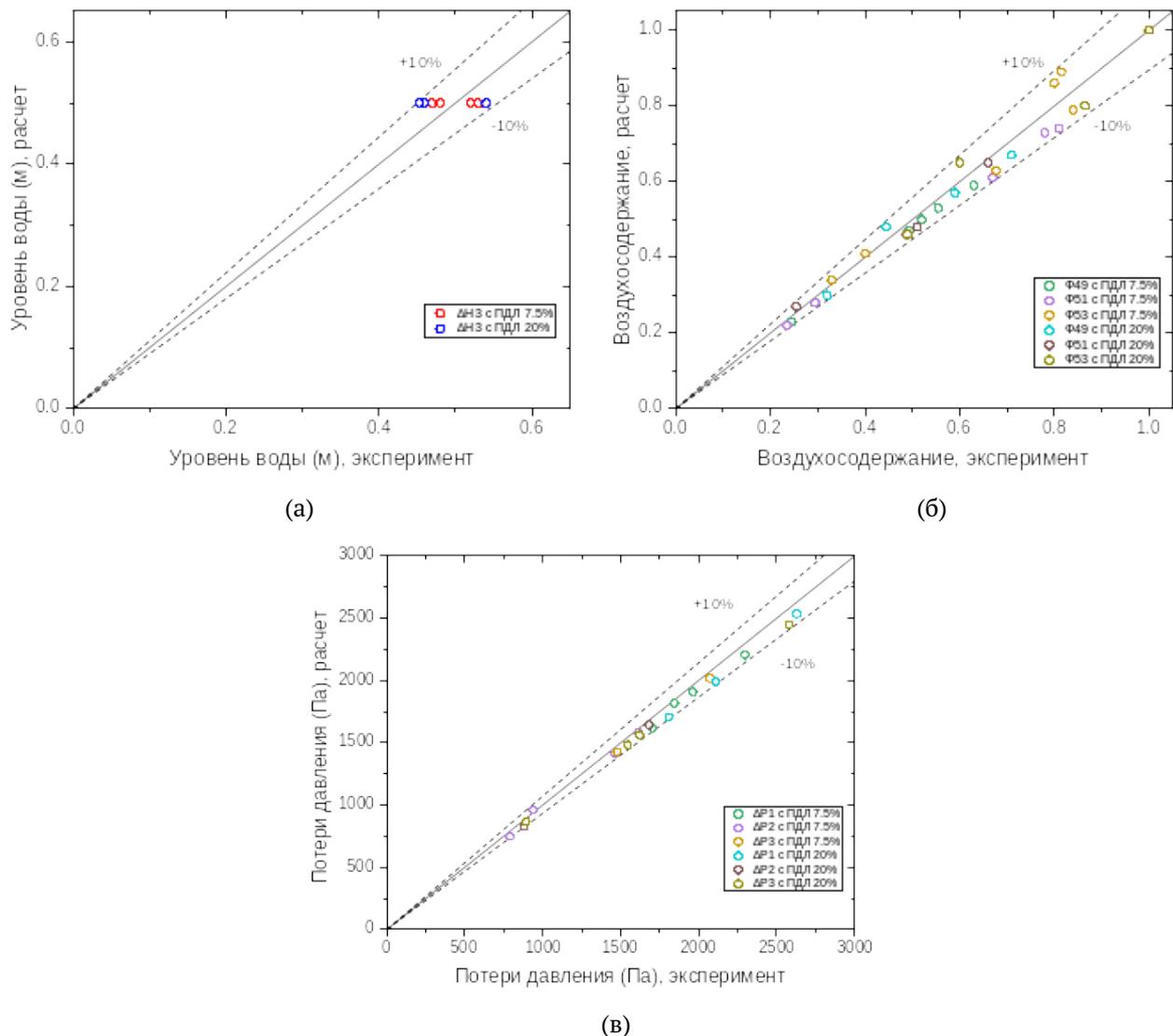


Рис. 2. Сравнение экспериментальных и расчетных данных для всех 9 режимов. а) уровень воды над ПДЛ, б) объемное воздуходоержание, в) потери давления

## Список литературы

- [1] Мелихов О.И., Мелихов В.И., Парфенов Ю.В. Математическое моделирование теплогидравлических процессов в горизонтальном парогенераторе с помощью кода STEG // Новое в российской электроэнергетике. 2008. № 8. С. 21–33.
- [2] Le T.T., Melikhov V.I., Melikhov O.I., Nerovnov A.A., Nikonov S.M. Validation of the STEG code using PGV experiments on hydrodynamics of horizontal steam generator // Nuclear Engineering and Design. 2020. V. 356. p. 110380.
- [3] Liu S., Yin F., Melikhov V.I., Melikhov O.I. Validation of the STEG code using experiments on two-phase flow across horizontal tube bundles // Nuclear Engineering and Design. 2022. V. 399. p.112048.
- [4] Колбасников А.В. Разработка методов расчета гидродинамики двухфазной среды и теплообмена в попережноомываемых поверхностях нагрева парогенераторов на основе экспериментальных исследований // Дисс. на соиск. уч. ст. канд. техн. наук. 2000. ОАО ВТИ. 216 с.
- [5] Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука. 1987.
- [6] Simovic Z.R., Ocokoljic S., Stefanovic V.D Interfacial friction correlations for the two-phase flow across tube bundles // International Journal of Multiphase Flow. 2007. V. 33 (2). p. 217–226.
- [7] Le T.T., Melikhov V.I., Melikhov O.I. Recommended set of interfacial drag correlations for the two-phase flow under thermal–hydraulic conditions of a horizontal steam generator // Nuclear Engineering and Design. 2021. V. 379. p.111249.
- [8] Ishii M., Zuber N. Drag coefficient and relative velocity in bubbly, droplet or particulate flows // AIChE J. 1979. V. 25(5). p. 843–855.



## Волны в сверхсильных центробежных полях

Боговалов С.В., Джуля Д.Н., Кислов В.А., Тронин И.В.

НИЯУ МИФИ, Москва

В докладе представлены исследования волновых процессов в газе в сверхсильных центробежных полях, достигающих  $10^6 g$ . Такие условия реализуются в газовых центрифугах для разделения изотопов. Получен полный спектр волн, состоящий из пяти мод. Обсуждаются связь этих волн с внутренними волнами в гравитационном поле. Есть общие черты и существенные различия. Особый интерес представляют обнаруженные нами чисто акустические волны, продольно поляризованные и распространяющиеся строго вдоль оси вращения во всем диапазоне частот. Плотность энергии этих волн концентрируется вблизи стенок ротора. Эти волны имеют наименьшее затухание по сравнению со всеми остальными типами волн. Даются оценки декремента затухания этих волн. Обсуждается возможное влияние этих волн на динамику газа и на процесс разделения бинарных смесей изотопов в газовых центрифугах.

### Генерация волн в газовых центрифугах

Схема газовой центрифуги, используемой для разделения изотопов представлена на Рис. 1 [1]. Она состоит из быстро вращающегося ротора, заполненного газом с атомным весом = 352 а.е. В ротор входит 3 трубки. Одна используется для подачи газа, и две трубки (газоотборники) используются для отбора как обогащенной смеси по целевому компоненту, так и обедненной.

Газ в роторе вращается со скоростью около 800 м/сек. Обсуждаются конструкции со скоростью вращения газа выше 1000 м/сек [2]. При скорости звука в рабочем газе около 87 м/сек мы имеем гиперзвуковое вращение газа с числом Маха выше 7. При

столкновении газа с газоотборниками возникают сильные ударные волны, которые затухая превращаются в волны малой амплитуды, распространяющиеся вдоль ротора. На Рис. 2 показано течение газа в газовой центрифуге, полученное нами в результате трехмерного компьютерного моделирования [3].

Хорошо видно, что генерация волн в газовой центрифуге является неизбежным следствием ее конструкции. Волны генерируются во всех ГЦ, но их роль в динамике газа и в процессе разделения газовой смеси до сих пор не выяснена и это является причиной интереса нашей группы из НИЯУ МИФИ к волновым явлениям в сильном центробежном поле. Волны в ГЦ генерируются и распространяются в весьма экстремальных условиях. Рабочий газ в ГЦ прижат к стенкам ротора центробежным полем с ускорением около  $10^6 g$ . В результате, газ сосредоточен вблизи стенок ротора в слое толщиной менее 1 см при комнатных температурах. Весь остальной объем заполнен вакуумом. Чудовищное центробежное поле, огромные радиальные гради-

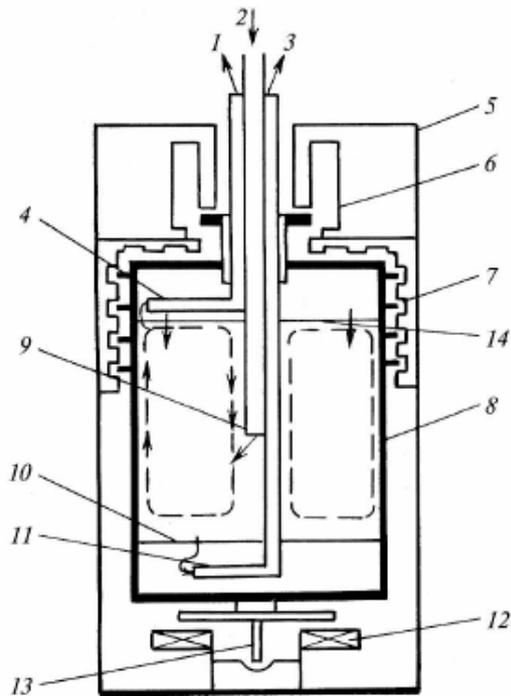


Рис. 1. Схема газовой центрифуги из [1]

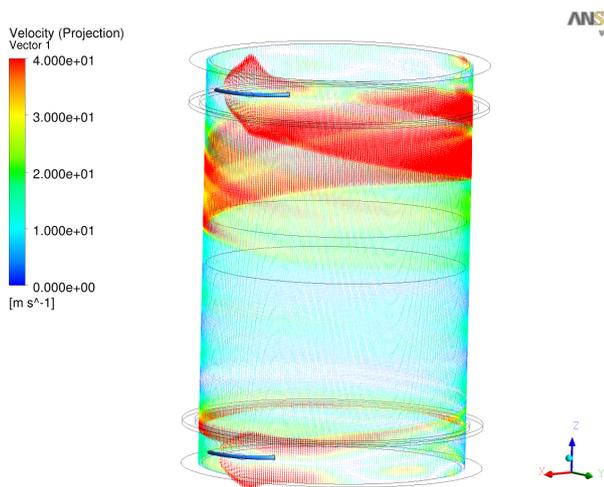


Рис. 2. Распределение проекции скорости газа на ось вращения в ГЦ по результатам компьютерного 3D моделирования [3], показывающего генерацию волн

енты плотности и давления, а также Кориолисовы силы приводят к весьма экзотическим свойствам волн в таких условиях, которые имеют как общие черты с волнами в гравитационных полях, так и существенные отличия.

### Волны в приближении идеальной жидкости

В первую очередь нас интересует закон дисперсии волн, которые распространяются в указанных выше условиях. Для этого, нами аналитически была решена задача о динамике возмущений во вращающемся газе в приближении идеальной жидкости [4], а затем были учтены диссипативные процессы [5]. Обнаружено существование 5-ти типов волн. Закон дисперсии этих волн схематически показан на Рис. 3.

Мы разделили все волны на волны верхнего и нижнего семейства в зависимости от их поляризации и закона дисперсии. Волны верхнего семейства лежат выше прямой линии  $\Omega = kc$ . Волны нижнего семейства, являющиеся аналогом внутренних волн или волн плавучести, расположены ниже этой линии. Новым результатом является обнаружение, что линия  $\Omega = kc$  также описывает закон дисперсии реальных волн, которые могут распространяться во вращающемся газе. Это обычные акустические волны с продольной поляризацией, распространяющиеся строго вдоль оси вращения. Существование таких волн не тривиально. На по-

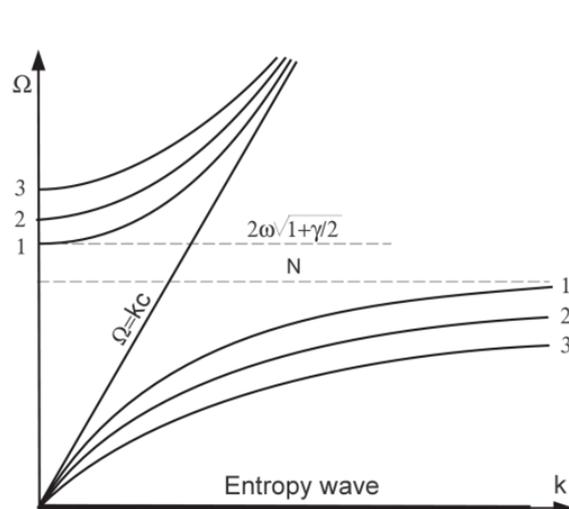


Рис. 3. Закон дисперсии волн в сильном центробежном поле. Волны верхнего семейства лежат на линии  $\Omega = kc$  и выше. Волны нижнего семейства лежат ниже этой линии. Энтропийные волны (толстая линия) расположены на оси абсцисс рисунка

верхностный взгляд кажется, что существование таких волн в центробежном поле невозможно. Распространение продольной волны сопровождается изменением плотности газа. При этом меняется сила плавучести и сила инерции элемента жидкости. Неизбежно должна возникать радиальная компонента скорости из-за разбалансировки радиальных сил, а вместе с ней должна возникать азимутальная скорость из-за силы Кориолиса. Но в акустической волне этого не происходит, поскольку температура в волне меняется так, что каждый фрагмент газа остается в равновесии по радиусу. Особенностью этой волны является то, что энергия волны сконцентрирована вблизи стенки ротора, где затухание будет минимальным, а значит волна может распространяться в роторе на довольно большие расстояния. Это представляет интерес для физики разделения изотопов, поскольку такие волны могут управлять медленным аксиальным циркуляционным движением газа.

Интересным является то, что энтропийная волна остается в центробежном поле покоящейся волной в отличие от энтропийной волны в гравитационном поле, где энтропийная волна трансформируется в одну из бегущих волн.

Резюмируя все сказанное, в центробежном поле волны разбиваются на три типа. По две бегущих волны верхнего и нижнего семейств и одна покоящаяся энтропийная волна. Всего 5 типов волн. Акустическая волна относится к верхнему семейству по свойствам поляризации и закону дисперсии. Частоты всех волн верхнего семейства асимптотически приближаются к частоте акустической волны в пределе больших волновых чисел.

## Список литературы

- [1] Борисевич В.Д., Борман В.Д., Сулаберидзе Г.А., Тихомиров А.В., Токманцев В.И. Физические основы разделения изотопов в газовой центрифуге // М.: Издательский дом МЭИ. 2011, С. 55.
- [2] Bogovalov S.V., Borman V.D., Tronin I.V., Tronin V.N. Optimized Separative Power of Hyperspeed Iguassu Gas Centrifuge: Dependence on the Rotor Diameter and Velocity // Nuclear science and engineering. 2020. V. 194(12), p. 1105–1115.
- [3] Borman V.D., Bogovalov S.V., Borisevich V.D., Tronin I.V., Tronin V.N. The computer simulation of 3d gas dynamics in a gas centrifuge // Journal of Physics: Conference Series 2016, V.751, p. 012017.
- [4] Bogovalov S.V., Kislov V.A., Tronin I.V. Waves in strong centrifugal fields: dissipationless gas // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2015, V.29 (1-2), p.111–125.
- [5] Bogovalov S.V., Kislov V.A., Tronin I.V. Waves in strong centrifugal field: dissipative gas // Theor. Comput. Fluid Dyn. 2019, V.33(1), p. 21–35.



## Исследование самопроизвольного триггеринга и распространения парового взрыва на расплавленных каплях соли<sup>1</sup>

Васильев Н.В.<sup>\*\*\*</sup>, Вавилов С.Н.<sup>\*</sup>, Лиджиев Е.А.<sup>\*\*\*</sup>, Зейгарник Ю.А.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

<sup>\*\*</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

### Введение

Процесс парового взрыва представляет собой взрывной рост объема пара, сопровождающийся резким ростом давления при попадании в холодную жидкую среду горячего расплава с температурой выше ее температуры предельного перегрева. Это явление может наблюдаться во многих важных отраслях промышленности (атомной энергетике, металлургической, целлюлозно-бумажной). Исследованию процесса парового взрыва посвящено большое количество экспериментальных и расчетно-теоретических работ, отраженных в ряде обстоятельных обзоров [1–4]. Однако целостной теории данного явления на сегодняшний день не создано, что объясняется сложностью и многообразием форм и ситуаций, при которых оно может реализовываться.

На сегодняшний день наименее изученной стадией процесса является его инициирование (триггеринг). В частности, в литературе отсутствуют экспериментальные данные о передаче импульса парового взрыва между отдельными каплями расплава. С целью исследования процессов, происходящих при триггеринге парового взрыва, наиболее целесообразно проводить эксперименты с одиночными каплями или с группой капель (массой несколько грамм) горячего вещества. В качестве основного инструмента в таких исследованиях ввиду быстротечности процесса (десятки-сотни мкс) применяется визуализация с помощью высокоскоростной видеосъемки. В нашей работе была показана практически 100 % реализация парового взрыва на одиночной капле расплава соли NaCl (при температуре  $t_{\text{NaCl}} = 850 - 1100^\circ\text{C}$  в воде с температурой  $t_{\text{в}} = 20 - 70^\circ\text{C}$ ) при самопроизвольном (без внешнего искусственного воздействия на систему) триггеринге процесса [5]. В данной работе представлены результаты визуализации с помощью высокоскоростной видеосъемки «цепной реакции» передачи импульса парового взрыва между отдельными каплями расплава NaCl от места начального самопроизвольного триггеринга. Данный метод

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-01062.

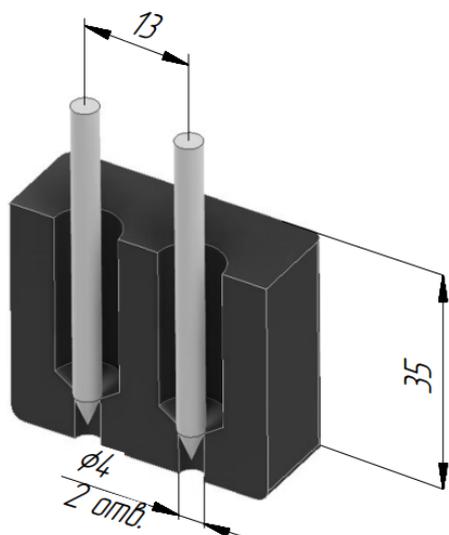


Рис. 1. Схема двуполостного графитового тигля-генератора расплавленных капель соли

является более приближенным к реальным условиям, чем зачастую используемый во многих исследованиях внешний искусственный триггеринг (резкое перемещение поршня, разрыв диафрагм, разделяющей рабочий объем и емкость с высоким давлением, «электрический» взрыв проволоочки и др.).

### Установка и методика проведения экспериментального исследования

Экспериментальная установка включала в себя емкость с дистиллированной водой с прямоугольного поперечного сечения  $230 \times 250$  мм и высотой 530 мм.

Расплавление капель соли NaCl осуществлялось с помощью высокочастотного индукционного нагревателя ВЧ-15АВ (индуктора) в графитовом тигле (Рис. 1), расположенном на высоте 60–80 мм от свободной поверхности жидкости. Тигель имел форму прямоугольного параллелепипеда — высотой 35 мм, шириной 33 мм и толщиной 23 мм. Внутри тигля были высверлены две цилиндрические полости диаметром 10 мм на глубину 30 мм, расстояние между осями которых составляло 13 мм. В нижней части обеих полостей были сделаны сквозные отверстия диаметрами 4 мм, которые до момента подачи расплавленных капель в емкость с водой закрывались графитовыми цилиндрическими стержнями с коническими торцами. Подача капель осуществлялась при подъеме графитовых стерж-

ней с помощью специального автоматизированного механизма.

Температура в теле тигля и воды в емкости измерялась хромель-алюмелевыми термопарами. Масса соли, загружаемой в каждое устье тигля, варьировалась от 1 до 2 грамм.

На боковой стенке емкости имелось стеклянное смотровое окно для осуществления высокоскоростной видеосъемки процесса, которая производилась с помощью высокоскоростных камер — монохромной Phantom v2012 или цветной Phantom VEO 410s с максимальной частотой кадров до 180 кГц и минимальным временем экспозиции до 2 мкс. Подсветка осуществлялась двумя мощными светодиодными фонарями.

### Результаты исследования

На Рис. 2 представлены типичные кадры из высокоскоростной видеосъемки процесса передачи импульса парового взрыва после самопроизвольного триггеринга между расплавленными каплями соли NaCl. После входа в воду капли могли делиться на несколько частей, которые существовали независимо, либо повторно сливались воедино.

На Рис. 2а можно видеть четыре отдельные капли (две пронумерованные крупные размером около 8 мм, и две мелкие). Промежуток времени от падения капель в воду до начала самопроизвольного триггеринга составлял от нескольких десятков до сотен миллисекунд. Триггеринг начинался с локального возникновения возмущений паровой пленки вокруг одной из расплавленных капель (место триггеринга обозначено белой стрелкой на Рис. 2а). Через некоторый небольшой промежуток времени, составлявший несколько десятков мкс, эти возмущения распространялись на всю поверхность капли (Рис. 2б–в). Затем появлялось характерное кратковременное (в течение одного кадра видеосъемки, т.е. в данном случае не более 20 мкс) локальное светящееся пятно характерным размером примерно 1 мм (Рис. 2г), которое может быть связано с кавитационной люминисценцией. После этого следовало начало парового взрыва, сопровождающееся интенсивным ростом объема пара.

Светящееся пятно наблюдалось нами в достаточно большом количестве опытов на каплях NaCl. Упоминания о нем имеются еще в обзоре [2]. Затем процесс взрывного парообразования распространялся на соседние капли (Рис. 2д). Временная пауза между микровзрывами на соседних каплях (время передачи импульса давления) приемлемо коррелирует с величиной скорости звука в воде.

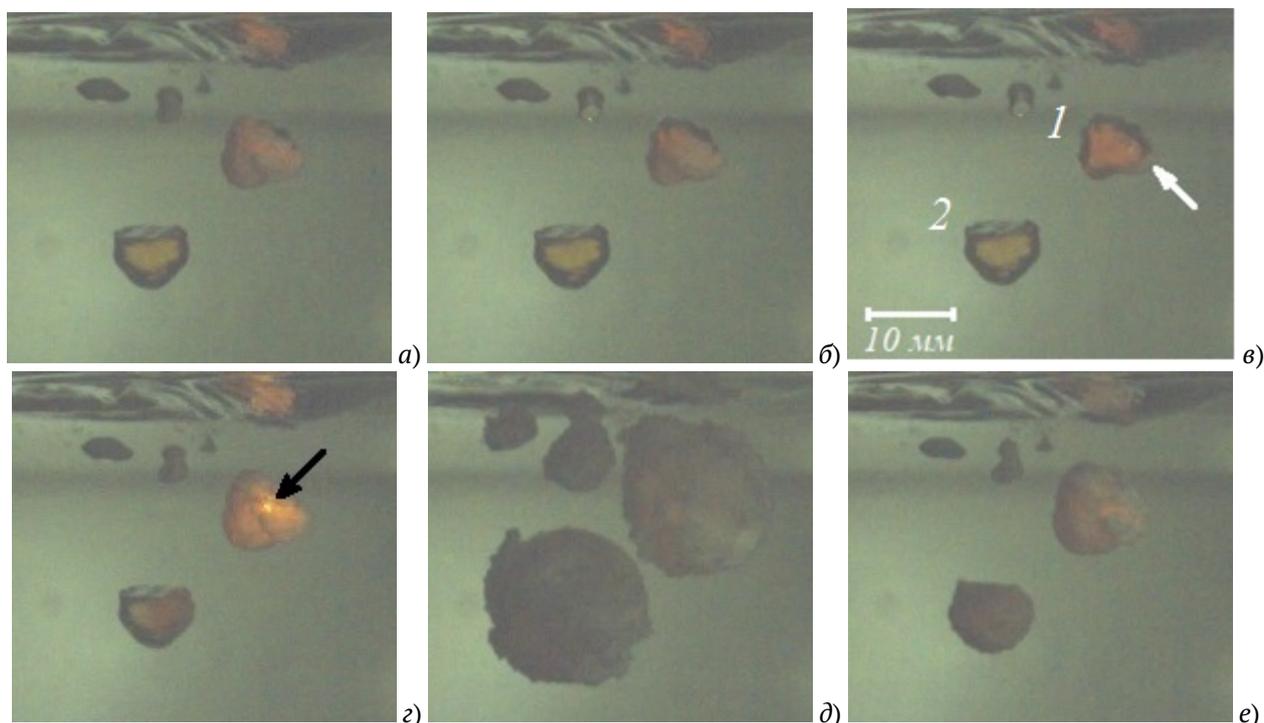


Рис. 2. Распространение парового взрыва между каплями соли ( $t_{\text{в}} = 23^{\circ}\text{C}$ ,  $t_{\text{NaCl}} = 910^{\circ}\text{C}$  в тигле). Время экспозиции – 10 мкс. Размер кадров  $44 \times 40.5$  мм. Время от кадра *a)* – начала самопроизвольного триггеринга на первой капле; *б)* – 20 мкс; *в)* – 40 мкс; *г)* – 60 мкс; *д)* – 100 мкс; *е)* – 380 мкс. Белой стрелкой отмечено место начала триггеринга, черной стрелкой – кратковременная световая вспышка. Нумерация крупных капель приведена на кадре *a)*

## Список литературы

- [1] Reid R.C. Rapid phase transitions from liquid to water // *Advances in Chemical Engineering*. 1983. V. 12. P. 105–208.
- [2] Fletcher D.F., Theofanous T.G. Heat Transfer and Fluid Dynamic Aspects of Explosive Melt–Water Interactions // *Advances in heat transfer*. 1997. V. 29. P. 129–213.
- [3] Berthoud G. Vapor explosions // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2000. V. 32(1). P. 573–611.
- [4] Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Термическое взаимодействие высокотемпературных расплавов с жидкостями // *Теплофизика высоких температур*. 2022. Т. 60(2). С. 280–318.
- [5] Вавилов С.Н., Васильев Н.В., Зейгарник Ю.А. Паровой взрыв: экспериментальные наблюдения // *Теплоэнергетика*. 2022. № 1. С. 78–84.
- [6] Вавилов С.Н., Васильев Н.В., Зейгарник Ю.А., Клименко А.В., Скибин Д.А. Спонтанный триггеринг парового взрыва: результаты экспериментальных исследований // *Теплоэнергетика*. 2022. № 7. С. 15–22.



## Управление вихреобразованием при выращивании трубчатых кристаллов<sup>1</sup>

Везуб Н.А., Простомолотов А.И.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Актуальными являются разработки непланарных технологий на основе монокристаллических трубок кремния малого диаметра, предназначенных для изготовления на их основе мощных силовых полупроводниковых приборов. Вытягивание из расплава трубок малого диаметра (35 мм) сопряжено со значительными трудностями в обеспечении необходимого вихреобразования внутри трубки. В данной работе использовалось малогабаритная установка Редмет-10, предназначенная для вытягивания монокристаллов кремния по Чохральскому. В конструкцию теплового узла этой установки были внесены существенные изменения с учетом результатов проведенного математического моделирования процессов гидродинамики, позволившие вырастить монокристаллические трубки кремния малого диаметра.

### Компьютерная модель

В данной работе применялась интегрированная математическая модель [1], и программный

комплекс Crystmo/Net [2], позволяющая параметрически исследовать гидродинамику, перенос тепла и примеси в расплаве кремния и на основе этого оптимизировать условия выращивания трубок кремния. Разработанный расчетный макет модифицированного теплового узла показан на Рис. 1.

Для кристаллизации трубы необходимо определить тепловые условия для выращивания трубок, когда в центральной области расплава (внутри трубы) формируется более высокотемпературная зона, чем под её стенками. С этой целью моделировались условия, обеспечивающие больший нагрев дна тигля при применении одного стандартного бокового нагревателя за счет надлежащего выбора положения тигля относительно нагревателя. Заметим, что при малом диаметре трубки создание требуемого радиального градиента температур вызывает значительные трудности при экспериментальной отработке процесса выращивания.

### Результаты моделирования

Предполагается, что тигель и кристалл вращаются в одну сторону со скоростью 10 об/мин. Расчетные параметры (критерии подобия):  $Re = 2120$ ,  $Gr = 6.2 \times 10^6$ ,  $Pr = 10^{-2}$ . В расчетах варьировалось вертикальное положение тигельной сборки (1) относительно неподвижных элементов теплового узла ( $2 \div 5$ ).

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме госзадания ИПМех РАН (№ государственной регистрации 123021700045-7).

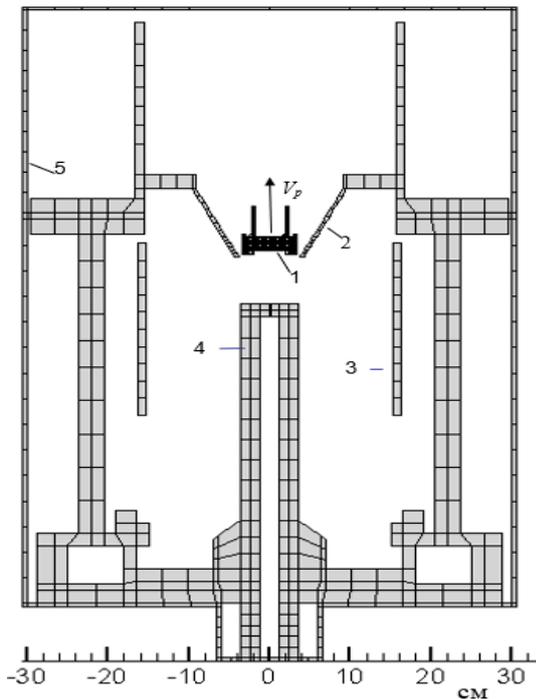


Рис. 1. Расчетная схема теплового узла для выращивания монокристаллических трубок кремния методом Чохральского на установке Редмет-10: 1 – ростовая сборка (трубка и расплав кремния, кварцевый тигель, подставка тигля), 2 – тепловой экран, 3 – нагреватель, 4 – полый нижний шток, 5 – корпус.  $V_p$  – скорость вытягивания трубки,  $\Omega_C$  – скорость вращения тигельной сборки

Результаты параметрических расчетов приведены на Рис. 2 и 3: тепловые поля в ростовой сборке и структура течения расплава для двух характерных ее положений. Изотерма  $T = 1683$  К соответствует положению фронта кристаллизации крем-

ния.

В нижнем положении ростовой сборки (1) (Рис. 2(a), (б)) боковые стенки тигля практически не закрыты экраном (2) и значительно прогреваются за счет радиационного потока тепла от нагревателя (3).

В верхнем положении ростовой сборки (Рис. 3(a), (б)) боковая стенка тигля с расплавом полностью закрыта от радиационного потока тепла от нагревателя. При этом преобладает донный нагрев, что заметно по перегреву центра расплава. Вытягивание трубки заданного диаметра происходит устойчиво. Однако при этом, по сравнению с предыдущим вариантом, примерно на 20 % увеличивается мощность нагревателя. Можно отметить характерную особенность процессов теплопереноса в тепловом узле Редмет-10, что особенно заметно для верхнего положения ростовой сборки, когда нужный прогрев дна тигля достигается после надлежащего нагрева вершины нижнего штока (4). Процесс нагрева тигля происходит как бы в два этапа: на первом за счет тепловой радиации от нагревателя нагревается вершина нижнего штока (4) до значительной температуры, а на втором этапе тепловая радиация от штока снизу приводит к разогреву дна тигля.

## Заключение

Выбор метода Чохральского для выращивания монокристаллических труб малого диаметра потребовал существенной модернизации теплового узла стандартной ростовой установки Редмет-10. Его модернизация была связана с оптимизацией размещения тигля с расплавом относительно стандартного нагревателя и бокового конического экрана, что потребовало проведения компьютерного моделирования термомеханических процессов и верификации расчетных данных с соответствующими

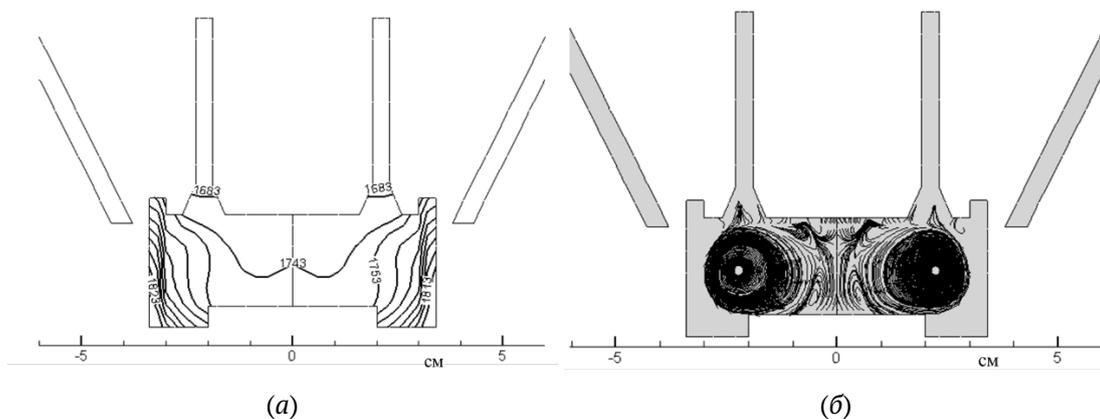


Рис. 2. Нижнее положение ростовой сборки: (а) – изотермы [K], (б) – траектории течения расплава

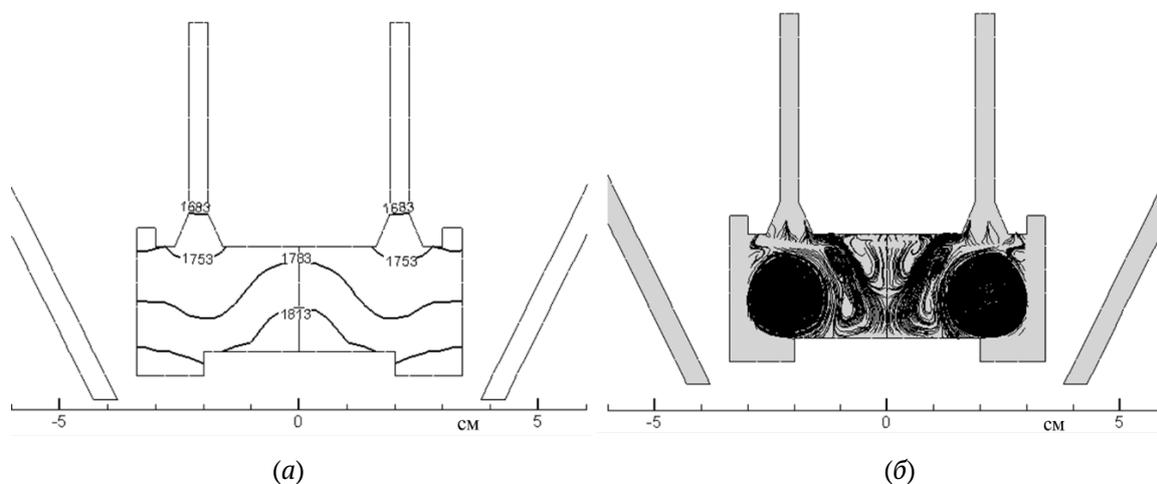


Рис. 3. Верхнее положение ростовой сборки: (а) – изотермы [К], (б) – траектории течения расплава

щими температурными измерениями с помощью термопар. Экспериментальная апробация показала, что выращенные трубки монокристаллического кремния малого диаметра имеют нужные размеры и обладают надлежащими электрофизическими свойствами для изготовления на их основе силовых полупроводниковых приборов по непланарной технологии.

### Список литературы

- [1] *Верезуб Н. А., Простомолотов А. И.* Механика процессов выращивания и термообработки монокристаллического кремния // Изв. РАН. Механика твердого тела. 2020. № 5. С. 51–63.
- [2] *Prostomolotov A., Ilyasov H., Verezub N.* Crystmo/Net remote access code for Czochralski crystal growth modelling // Science and Technology. 2013. V. 3. No 2A. P. 18–25.



## Влияние геометрии канала и параметров теплообмена на течение жидкости в коническом диффузоре<sup>1</sup>

Галеева Д.Р.\*, Киреев В.Н.\*\*,\*\*

\*Уфимский университет науки и технологий, Уфа

\*\*Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В данной работе с помощью численного моделирования рассматривается влияние угла раскрытия диффузора на скорость и вязкость жидкости, а также исследуется температурное воздействие на течение несжимаемой термовязкой жидкости. В диффузоре длины  $L$  под действием перепада давления  $\Delta p$  происходит течение несжимаемой термовязкой жидкости.  $R_1, R_2$  — радиусы входного и выходного сечений. Жидкость втекает при постоянной температуре  $T_{in}$ , на стенках диффузора происходит конвективный теплообмен с окружающей средой, температура которой равна  $T_\infty < T_{in}$ .

Уравнения математической модели в цилиндрической системе координат имеют вид [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} &= 0, \\ \rho \left( \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \\ + \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) &+ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} + \mu(T) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{u_r}{r^2} \right), \\ \rho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \\ \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \mu(T) \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r}, \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} &= \alpha \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right), \end{aligned}$$

где  $u_r$  и  $u_z$  — радиальная и осевая компоненты скорости,  $p$  — давление,  $T$  — температура,  $\rho$  и  $\alpha$  — плотность и коэффициент температуропроводности жидкости,  $\mu = \mu(T)$  — зависимость вязкости жидкости от температуры.

На стенке диффузора задается конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона–Рихмана:

$$-k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{wall} = h(T - T_\infty),$$

где  $k$  — коэффициент теплопроводности жидкости,  $h$  — коэффициент теплоотдачи.

В работе рассматривается два вида функциональной зависимости вязкости от температуры:

– монотонная зависимость вязкости от температуры вида (рис. 1(a))

$$\mu(T) = \mu_{\max} e^{-B(T-T_\infty)};$$

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

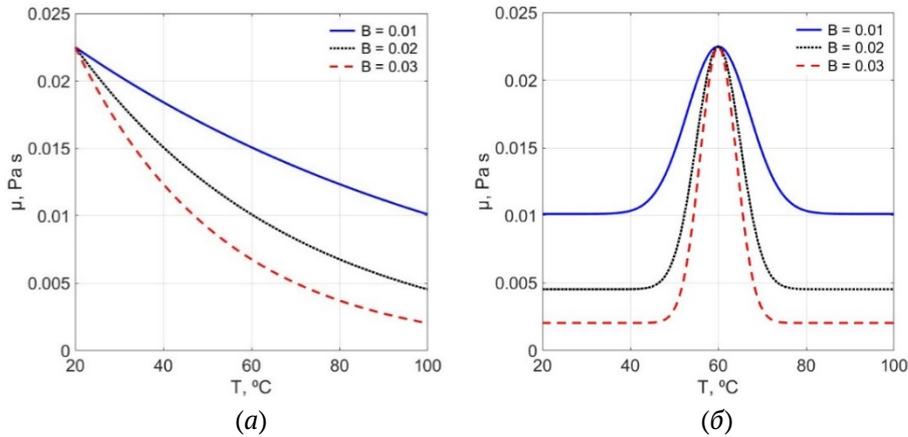


Рис. 1. Монотонная (а) и немонотонная (б) зависимости вязкости от температуры

– немонотонная (аномальная) зависимость вязкости от температуры вида (рис. 1(б))

$$\mu(T) = \mu_{\min} \left[ 1 + Ae^{-B(T-T_*)^2} \right], \quad T_* = \frac{T_{in} + T_{\infty}}{2},$$

где  $A > 0$  и  $B > 0$  – параметры, описывающие характер изменения вязкости.

С целью получения одинаковых диапазонов изменения вязкости для случаев монотонной и немонотонной зависимостей вязкости от температуры параметр вычисляется по формуле

$$A = e^{-B(T_{\infty}-T_{in})} - 1.$$

Для удобства анализа влияния геометрии диффузора и условий теплообмена на характер течения термовязкой жидкости введем два безразмерных параметра: число Нуссельта  $Nu = hR_2/k$ , характеризующее интенсивность теплообмена на

стенке диффузора и отношение радиусов входного и выходного сечений диффузора  $\xi = R_1/R_2$ .

На рис. 2(а) показаны продольные распределения вязкости в диффузоре для различных значений числа Нуссельта в монотонном случае. С увеличением числа Нуссельта распределение температуры в диффузоре снижается, вязкость жидкости ближе к концу диффузора увеличивается, а скорость жидкости падает. При  $Nu = 284$  параметры соответствуют значениям при условии Дирихле, когда на стенках поддерживается постоянная температура  $T = 20^\circ\text{C}$ .

В случае немонотонной зависимости вязкости от температуры распределения параметров носят более сложный характер (рис. 2(б)). При увеличении числа Нуссельта наблюдается высоковязкая зона – область вязкого барьера (рис. 3(б)). Образование вязкого барьера в неоднородном темпера-

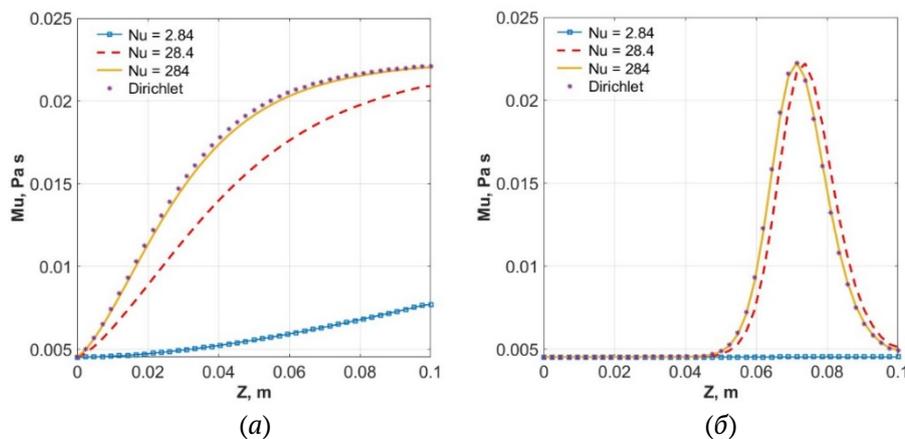


Рис. 2. Продольное распределение вязкости в монотонном (а) и немонотонном (б) случаях для различных значений Nu при  $\xi = 0.3$

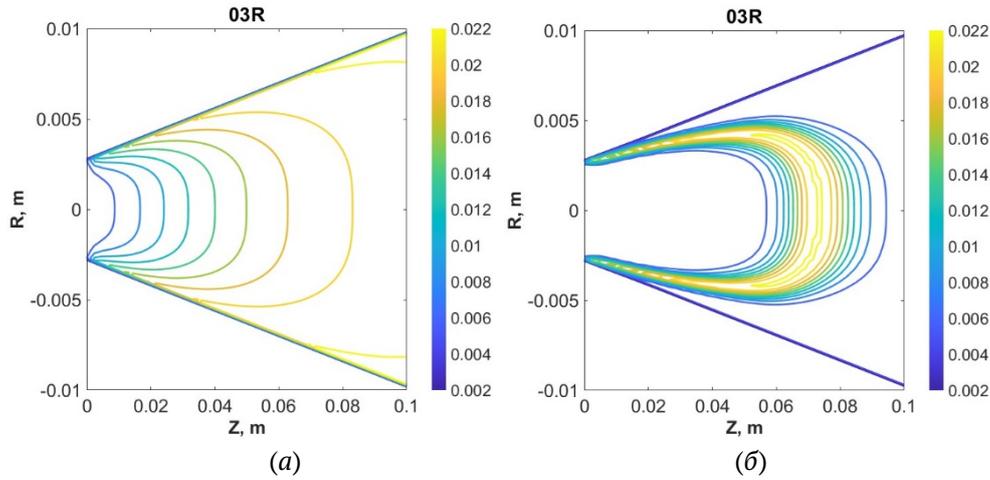


Рис. 3. Изолинии вязкости для случая монотонной (а) и немонотонной (б) функции вязкости при  $Nu = 28.4$  и  $\xi = 0.3$

турном поле приводит к локальному увеличению гидравлического сопротивления потоку аномально термовязкой жидкости, а значит к уменьшению скорости потока. Рассмотрим влияние параметра  $\xi$  на течение жидкости в случае монотонной и немонотонной вязкости. Графики на рис. 4(а) показывают, что по мере уменьшения  $\xi$  скорость жидкости уменьшается. Температура перестает повышаться, жидкость не прогревается. Для диффузоров с малым входным радиусом вязкость быстро становится постоянной  $\mu = 0.0225$  Па·с, что соответствует температуре  $20^\circ\text{C}$ . Это означает, что чем больше угол раскрытия диффузора, тем быстрее охлаждается жидкость.

В немонотонном случае, на рис. 4(б) видно, что чем меньше радиус входа, тем ниже скорость потока.

Однако за счет возникновения замкнутого вязкого барьера скорость жидкости падает не монотонно. При  $\xi = 0.2$  и  $\xi = 0.1$  можно наблюдать область с повышенными значениями скорости, которую можно интерпретировать как зону формирования затопленного струйного течения, связанного с распределением значений вязкости в рассматриваемой области.

### Список литературы

- [1] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть II. М.: Физматгиз, 1963. 728 с.

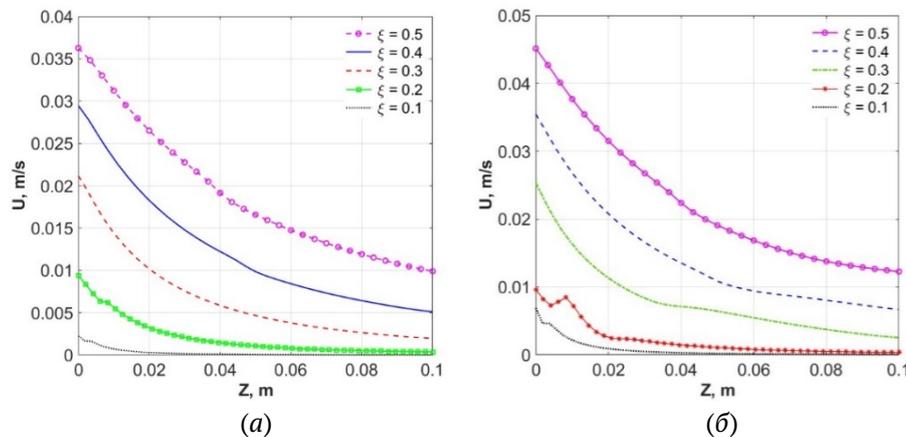


Рис. 4. Продольное распределение осевой компоненты скорости для монотонной (а) и немонотонной (б) вязкости для различных  $\xi$  при  $Nu = 2.84$



## Моделирование экспериментов по перемешиванию теплоносителя на стенде СОУ с помощью кода OpenFOAM

Джафари Урегани Н., Абди Х., Мелихов В.И., Мелихов О.И.

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

### Введение

Одной из важных систем безопасности АЭС с ВВЭР является система аварийного охлаждения активной зоны (САОЗ), которая вступает в работу в случае возникновения аварии с потерей теплоносителя из первого контура реакторной установки. После снижения давления в первом контуре начинается подача относительно холодной (30 – 50 С) воды САОЗ, которая смешивается с горячим теплоносителем (290 С), при этом возникает опасность попадания холодной воды на корпус реактора, так называемый, тепловой удар. Таким образом, требуется определение локальных температурных характеристик на поверхностях, подвергающихся воздействию воды САОЗ. Для этого необходимо исследовать закономерности перемешивания двух жидкостей с разными температурами в условиях, моделирующих геометрию корпуса реактора. С этой целью на кафедре АЭС НИУ «МЭИ» была сооружена экспериментальная установка СОУ (Смешение

Опускной Участок), представляющая собой модель корпуса реактора ВВЭР, соединенного с гидроемкостью, из которой подается холодная вода САОЗ, Рис. 1. Изучалось перемешивание холодной и горячей воды в опускном участке реактора, в котором были установлены три сетки термодар, позволяющие фиксировать изменения температуры вблизи места подачи воды САОЗ. Всего на установке СОУ было выполнено 25 экспериментов, в которых варьировались различные параметры: температура воды САОЗ, температура воды в контуре, расход воды из гидроемкости, расход воды в циркуляционном трубопроводе.

В данной работе выполнен анализ одного эксперимента с помощью CFD кода OpenFOAM [1].

### Результаты моделирования кодом OpenFOAM

Была построена расчетная сетка с помощью программного обеспечения Salome [?], состоящая из 1 924 396 ячеек (Рис. 2), при этом минимальный размер ячейки составляет 5 мм, а максимальный размер ячейки — 5 см. Для описания турбулентности использовалась  $k - \epsilon$  модель, значение параметра  $y^+$ , характеризующего разбиение сетки вблизи твердой поверхности не превышало 10.

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Абди Хоссейн, [Hoseinabdi1990@gmail.com](mailto:Hoseinabdi1990@gmail.com)  
© Джафари Урегани Наджмех, [Najmehjafari.m.sc@gmail.com](mailto:Najmehjafari.m.sc@gmail.com)  
© Мелихов Владимир Игоревич, [volodymyr.mel@yandex.ru](mailto:volodymyr.mel@yandex.ru)  
© Мелихов Олег Игоревич, [oleg.melikhov311@yandex.ru](mailto:oleg.melikhov311@yandex.ru)

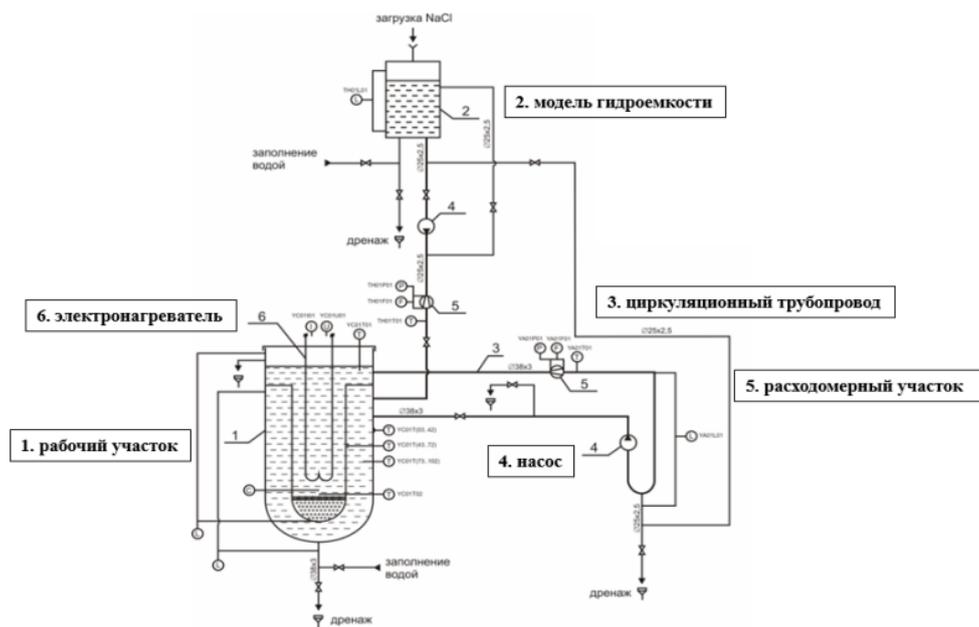
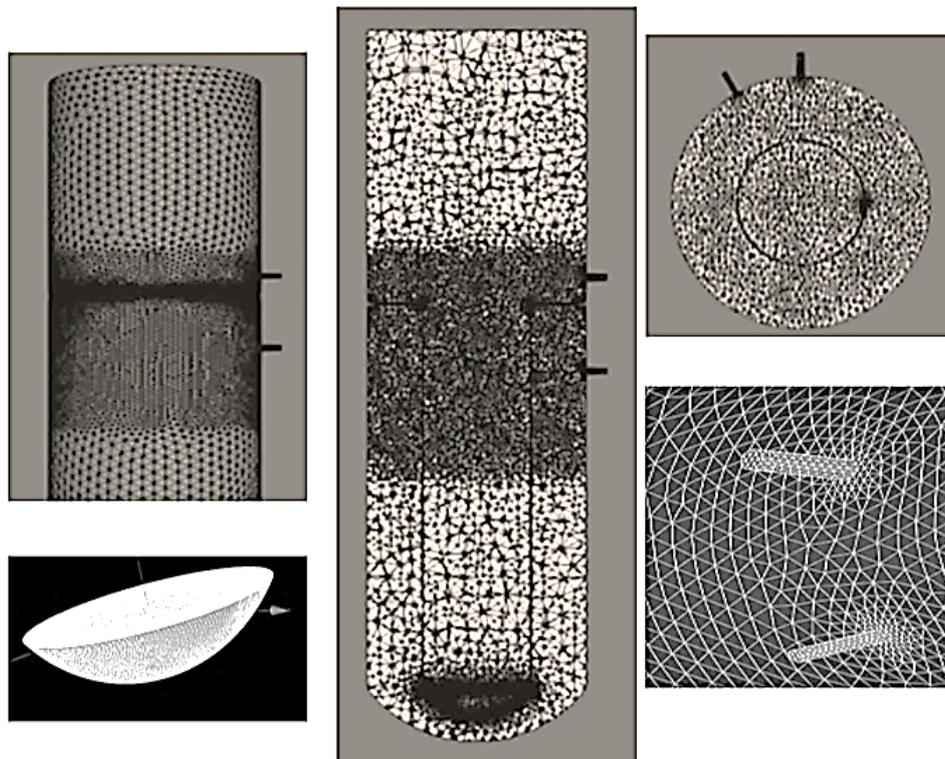
Рис. 1. Основные компоненты установки CO<sub>2</sub>

Рис. 2. Сетка, созданная в программе Salome-meca

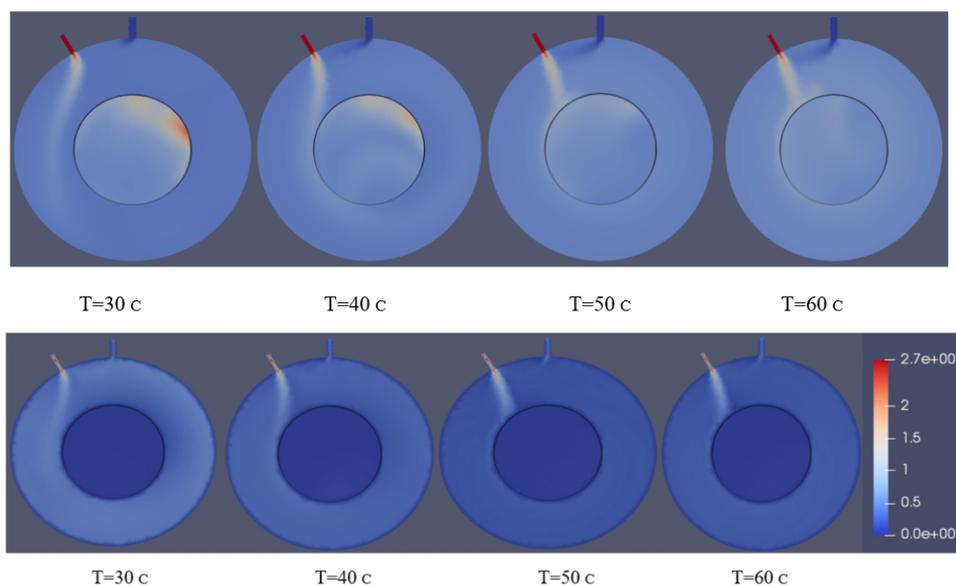


Рис. 3. Распределения температуры (сверху) и скорости (снизу) в горизонтальной плоскости на уровне входного патрубка

Для анализа был выбран эксперимент с подачей горячей воды из гидроемкости (76 C) в опускающей участок модели реактора, заполненный холодной водой (13 C). Скорость воды, поступающей из отверстия диаметром 20 мм, составляла 2,45 м/с. Длительность эксперимента равнялась 60 с. Теплоотдача в окружающую среду (воздух) от внешних поверхностей модели реактора и гидроемкости в экспериментах не определялась, поэтому были выполнены два расчета с коэффициентами теплоотдачи 5 и 10 Вт/(м<sup>2</sup>К), чтобы определить степень влияния этого параметра на термогидродинамические процессы, протекающие внутри модели реактора.

На Рис. 3 показаны распределения температуры и скорости в последовательные моменты времени, характеризующие проникновение струи горячей воды в опускающей участок. Видно, что к 50-й секунде струя достигает поверхности внутренней

выгородки, расположенной непосредственно перед входным патрубком и растекается по ней.

Изменение температуры во времени для одной из термопар, расположенной на поверхности выгородки, показано на Рис. 4 Среднеквадратичное отклонение расчетных значений температуры от экспериментальных данных для всех 100 термопар, расположенных в зоне перемешивания, составило 1,32 К для коэффициента теплоотдачи  $\alpha = 5$  Вт/(м<sup>2</sup>К) и 1,49 К для  $\alpha = 10$  Вт/(м<sup>2</sup>К). Учитывая, что погрешность измерений составляет  $\pm 2$  К, можно констатировать хорошее совпадение расчетов и эксперимента.

### Список литературы

- [1] <https://www.openfoam.com>
- [2] <https://www.salome-platform.org>



Рис. 4. Изменение температуры для термопары Т44 в расчетах и эксперименте



## Новые механизмы разделения газовых смесей в сверхсильных центробежных полях под воздействием волн

Джуля Д.Н., Боговалов С.В., Тронин И.В.

НИЯУ МИФИ, Кафедра Молекулярной физики, Москва

В данной работе проведено исследование разделения бинарной изотопной газовой смеси в сильном центробежном поле под воздействием плоской акустической волны. Во вращающемся газе, разделение звуковыми волнами может происходить не только за счёт термодиффузии, как в обычной трубке, но и за счёт других механизмов. Одним из них является бародиффузия за счёт возмущения давления в волне. Возмущение давления в волне, распространяющейся вдоль оси вращения, имеет иную экспоненциальную зависимость, чем давление невозмущенного газа. Из-за этого возникает возмущение концентрации газовой смеси. Другой механизм разделения возникает из-за радиальных колебаний газа на фоне радиальных градиентов концентрации. В этой работе рассмотрен бародиффузионный механизм разделения. Получены аналитические выражения для аксиальной скорости и возмущения концентрации газа в волне, определена зависимость аксиального градиента концентрации в стационарном случае от частоты волны.

### Введение

В газовой центрифуге (ГЦ) волны генерируются естественным образом газоотборниками. Эти волны могут в несколько раз увеличивать поток отбора по сравнению со стационарным случаем [1]. Известно, что волны могут приводить к разделению газовых смесей [2]. В сверхсильных центробежных полях возникают новые специфические механизмы разделения под воздействием волн. Было проведено исследование плоских волн в таких системах в случае отсутствия диссипации. Получены дисперсионные соотношения для таких волн [3]

и обнаружена акустическая волна, существование которой не тривиально во вращающемся газе тем, что в ней отсутствуют радиальные колебания. Для этой волны получено выражение для коэффициента поглощения за счёт вязкости и теплопроводности газа [4]. Из оценок, можно сказать, что это единственная волна, которая не затухает на длине волны газа, длина затухания для  $UF_6$  составляет порядка 1 м, что сопоставимо с высотой ГЦ Игуасу. В этих условиях акустические волны могут влиять на сам процесс разделения.

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Джуля Денис Николаевич, [denis.dzhulya@mail.ru](mailto:denis.dzhulya@mail.ru)  
© Боговалов Сергей Владимирович, [svbogovalov@mephi.ru](mailto:svbogovalov@mephi.ru)  
© Тронин Иван Владимирович, [IVTronin@mephi.ru](mailto:IVTronin@mephi.ru)

Уравнение на возмущение концентрации лёгкого компонента газовой смеси  $\delta$  относительно концентрации  $C_0$  в отсутствие волны в центробежном поле в первом порядке возмущения соглас-

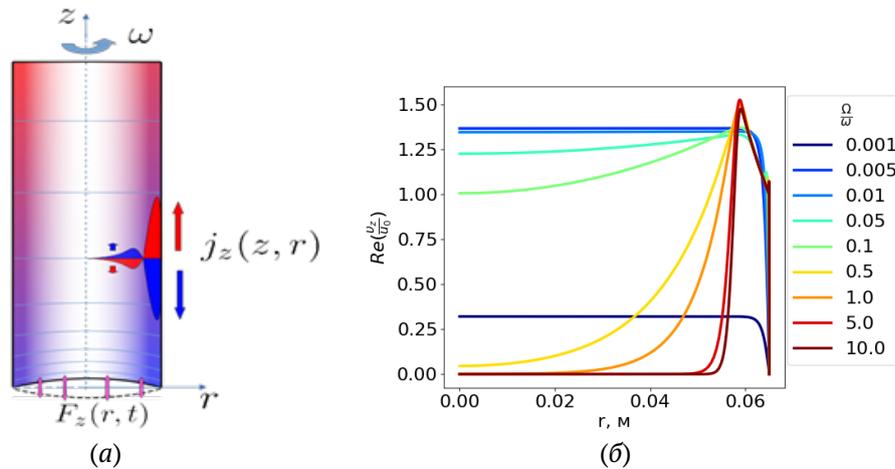


Рис. 1. (а) Схема процесса разделения в ГЦ плоской акустической волной; (б) Распределения безразмерной аксиальной скорости вдоль радиуса ГЦ для различных отношений частот  $\Omega/\omega$

но [5] имеет вид:

$$\rho_0 \frac{\partial \delta C}{\partial t} - \rho_0 D \nabla \delta C = \rho_0 D \left( \nabla \frac{k_T}{T} \nabla T + \nabla \frac{k_P}{P} \nabla P \right) - \rho_0 v_r \frac{dC_0}{dr}.$$

Здесь  $\rho_0, C_0$  — плотность газа и концентрация лёгкого компонента смеси в отсутствии волн,  $k_P, k_T$  — коэффициенты баро- и термо- диффузии,  $D$  — коэффициент диффузии газа,  $v_r$  — радиальная скорость колебаний газа,  $T, P$  — температура и давление газа. Из этого уравнения видно, что изменение концентрации будет происходить за счёт трёх механизмов: из-за радиальных градиентов температуры, вызывающих радиальную термодиффузию газа; из-за различий между радиальными градиентами давления в волне и в невозмущённом волной газе, вызывающих дополнительную бародиффузию газа; и из-за радиальных колебаний газа, возникающих в вязком слое и приводящих к радиальному переносу лёгкого компонента смеси из-за радиального градиента концентрации. Термодиффузионный механизм присутствует и в не вращающемся газе [2], бародиффузия и радиальный перенос возникают из-за вращения газа. В данной работе рассмотрим механизм разделения возникающий за счёт бародиффузии. Исследованию влияния радиальных колебаний на разделение будет посвящена следующая работа.

### Постановка задачи

Рассмотрим вращающуюся бинарную газовую изотопную смесь с частотой вращения  $\omega$ . В ней распространяется плоская монохроматическая волна

с частотой  $\Omega$  и волновым вектором  $k$  направленным вдоль оси вращения ГЦ. Из-за бародиффузионного слагаемого вдоль радиуса ГЦ возникнет возмущение концентрации лёгкого компонента смеси  $\delta C$ . Это приведёт к аксиальному потоку массы лёгкого компонента, который в стационарном случае уравновешен аксиальной диффузией газа. Нам нужно получить оценку для аксиального градиента концентрации во втором порядке малости по амплитуде возмущения в волне.

### Основные уравнения и результаты

Если предположить, как это сделано в [2] и [5], что здесь возмущение давления не сильно отличается от возмущения давления в случае газа без диссипации [3], то тогда можно получить уравнения на аксиальную скорость газа  $v_z$  и на возмущение концентрации  $\delta C$  из уравнений газодинамики в первом порядке по возмущению.

Можно выделить несколько характерных масштабов длины  $\ell$  — масштаб изменения плотности газа в ГЦ,  $\delta_v, \delta_D, \delta_\chi$  — ширины пограничного слоя вязкости, диффузии и теплопроводности,  $\lambda = 2\pi c/\Omega$  — длина волны и  $l_\eta$  — масштаб толщины слоя газа в пристеночной области. Для наших условий наблюдается иерархия масштабов:  $\delta_v, \delta_D, \delta_\chi \lesssim \ell \ll l_\eta, \delta \ll \lambda$ . В приближении пограничного слоя уравнения на  $\delta C$  и  $v_z$  можно решить независимо.

Полученные зависимости  $v_z$  и  $\delta C$  от радиальной координаты  $r$ , представлены на Рис. 1(б), 3(б). Возмущение концентрации происходит в пограничном слое около стенки на масштабе  $\delta_D$  и на расстоянии  $l_\eta$  от стенки возникает её рост, амплитуда  $v_z$  при уменьшении частоты волны уменьшается.

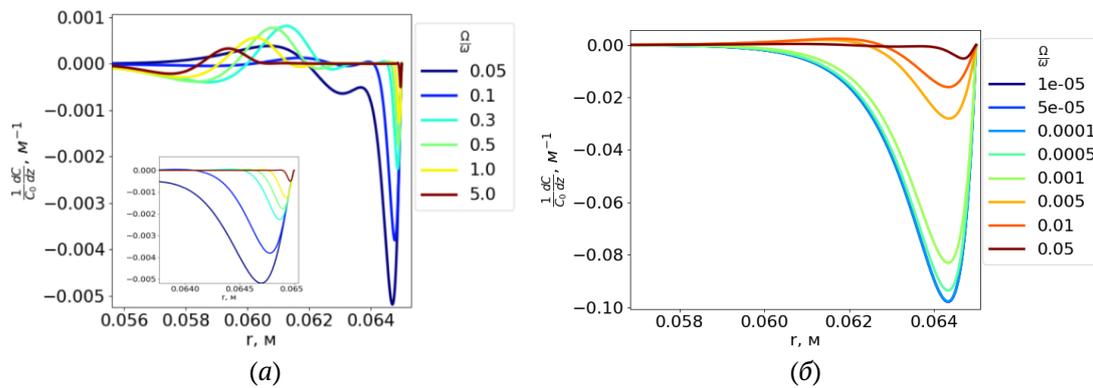


Рис. 2. Распределение аксиальный градиент концентрации легкого компонента газовой смеси  $\text{UF}_6$  вдоль радиуса, создаваемого возмущением давления акустической волны для больших частот (а) и малых частот (б) при частоте вращения ГЦ  $\omega = 2\pi \cdot 1700 \text{ сек}^{-1}$  и амплитуде колебаний  $u/c = 10^{-1}$

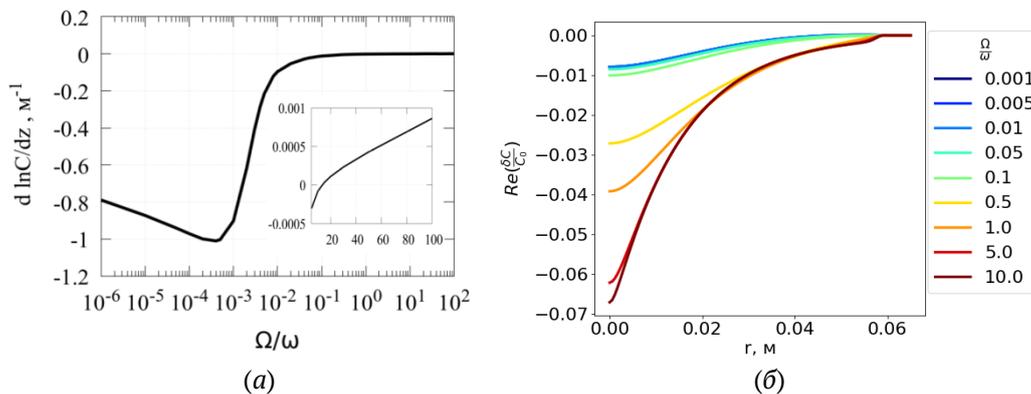


Рис. 3. (а) Средний аксиальный градиент концентрации лёгкого компонента газовой смеси  $\text{UF}_6$  создаваемый возмущением давления акустической волны в зависимости от отношения частоты колебаний волны к частоте вращения ГЦ  $\omega = 2\pi \cdot 1700 \text{ сек}^{-1}$  при амплитуде колебаний  $u/c = 10^{-1}$ ; (б) Возмущение концентрации лёгкого компонента газовой смеси  $\text{UF}_6$   $\delta C$ , создаваемое возмущением давления акустической волны в зависимости от радиальной переменной

На Рис. 2 представлены распределения локально-го аксиального градиента концентрации лёгкого компонента смеси для разных частот волны.

## Заключение

В данной работе проведено исследование разделения газовой смеси акустической волной в сверхсильных центробежных полях, обнаружены новые механизмы, приводящие к разделению, рассмотрен бародиффузионный механизм разделения и получена зависимость разделения от частоты звуковой волны.

## Список литературы

- [1] Богвалов С.В., Кислов В.А., Тронин И.В. Влияние волн на циркуляцию в газовой центрифуге Игуасу // Проблемы математической и теоретической физики и математическое моделирование. 2016. С. 25–27.
- [2] Swift G., Spoor P. Thermal diffusion and mixture separation in the acoustic boundary layer // The Journal of the Acoustical Society of America. 1999. V. 106(4). P. 1794–1800.
- [3] Bogovalov S., Kislov V., Tronin I. Waves in strong centrifugal fields: dissipationless gas // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2015. V. 29(1). P. 111–125.
- [4] Bogovalov S., Kislov V., Tronin I. Waves in strong centrifugal field: dissipative gas // Theoretical and Computational Fluid Dynamics. 2019. V. 33(1). P. 21–35.
- [5] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. М.: Наука. ГРФМЛ. 2000. С. 733.



## Стохастические уравнения для моделирования процессов переноса в установках на базе органического цикла Ренкина

Дмитренко А.В.<sup>\*\*\*</sup>, Колпаков М.И.<sup>\*</sup>, Лазарева М.А.<sup>\*</sup>, Нестеренко И.С.<sup>\*</sup>, Рагулин И.Ю.<sup>\*</sup>, Королев А.Д.<sup>\*</sup>, Мишин А.А.<sup>\*</sup>, Хлобыстов С.М.<sup>\*</sup>, Фесенко А.А.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Российский университет транспорта «МИИТ», Москва

<sup>\*\*</sup>Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

На современном этапе изучения процессов в природе и технике остаются востребованы инженерные методики. Здесь представлены результаты, полученные на основе стохастической теории турбулентности и теории эквивалентности мер, учитывающие интенсивность турбулентности при кипении и конденсации в агрегатах энергетики.

### Введение

#### Модуль органического цикла Ренкина

На сегодняшний день одним из актуальных решений использования вторичной энергии является применение модуля органического цикла Ренкина (далее — ОЦР). Данный цикл позволяет ис-

пользовать энергетические ресурсы низкого потенциала с целью повышения энергоэффективности объекта [1, 2].

Варианты исполнения схем утилизации низкопотенциальной энергии на установках ОЦР представлены на Рис. 1.

В случае использования фреона R245fa схема дополняется участком пароперегрева, который отмечен точкой 6 на Рис. 1(б). Ключевым моментом для ОЦР является выбор рабочего тела, физико-химические характеристики которого определяют энергетическую эффективность цикла. Вопросу выбора рабочего тела для ОЦР посвящено достаточное количество исследований [2–4]. Поэтому задача поиска рабочих тел ОЦР, обладающих требуемым набором свойств, имеет компромиссное решение

#### Уравнения переноса

Для описания процессов переноса для условий аппаратов, представленных на Рис. 1 разработана стохастическая теория в [3, 4]. Эквивалентность мер между детерминированным и случайным движением записано для области начала генерации

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Дмитренко Артур Владимирович, [AVDmitrenko@mephi.ru](mailto:AVDmitrenko@mephi.ru)  
© Колпаков Михаил Игоревич, [fdiolit@mail.ru](mailto:fdiolit@mail.ru)  
© Лазарева Мария Александровна, [m.a.kolosova@yandex.ru](mailto:m.a.kolosova@yandex.ru)  
© Нестеренко Илья Сергеевич, [nemo1709@mail.ru](mailto:nemo1709@mail.ru)  
© Рагулин Илья Юрьевич, [ilya-ragulin@mail.ru](mailto:ilya-ragulin@mail.ru)  
© Королев Александр Дмитриевич, [alkorolev0400@gmail.com](mailto:alkorolev0400@gmail.com)  
© Мишин Алексей Андреевич, [Maamsk871@gmail.com](mailto:Maamsk871@gmail.com)  
© Хлобыстов Сергей Михайлович, [Khlobystov1997@gmail.com](mailto:Khlobystov1997@gmail.com)  
© Фесенко Андрей Александрович, [fesenko.andrej@mail.ru](mailto:fesenko.andrej@mail.ru)

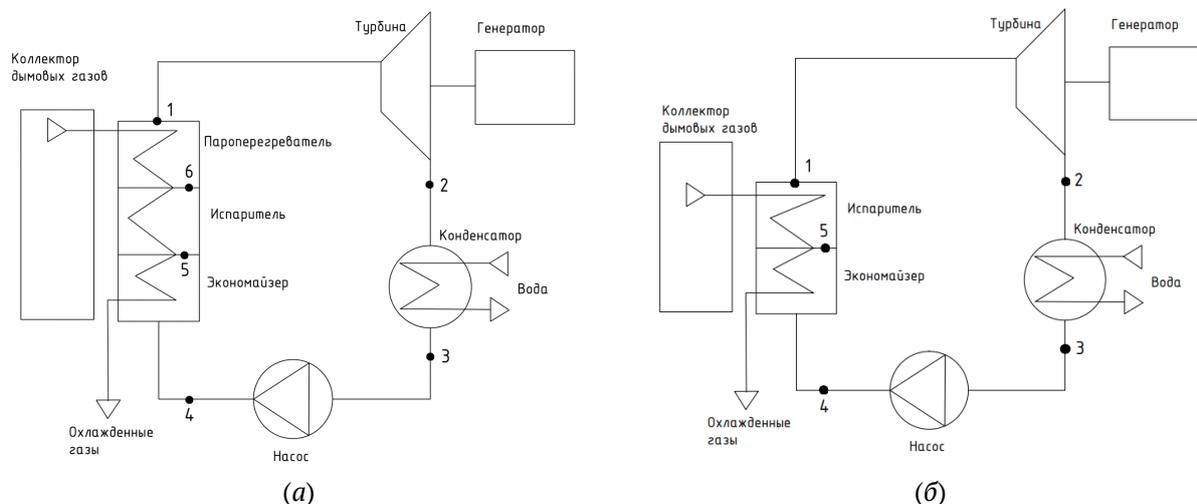


Рис. 1. Принципиальная схема ОЦР: (а) схема котельной на базе ОЦР без перегрева пара с рабочими телами R113, R141b, R365mfс; (б) схема котельной на базе ОЦР с перегревом пара, где в качестве рабочего тела выступает фреон R245fa

Таблица 1. Свойства некоторых органических веществ, применяемых в ОЦР и сравнение их с водой

Рабочее тело	Формула	$t$ , °C	$p$ , бар	$t$ , °C
Вода	H <sub>2</sub> O	379.9	220.6	100
R-245fa	C <sub>3</sub> H <sub>3</sub> F <sub>5</sub>	154.1	36.4	14.8
R-134a	CF <sub>3</sub> CH <sub>2</sub> F	101.1	40.6	-26.1

Таблица 2. Сравнение результатов для расчета  $Nu_d$

Re	$Nu_d$ , уравнение (1)	$Nu_d$ , уравнение (2)
10 <sup>4</sup>	46	53
10 <sup>5</sup>	344	337
10 <sup>6</sup>	2587	2125

(1,0) как

$$Nu_d = 0.2 \left[ \left( \frac{\sqrt{E_{st}/\rho}}{U_0} \right) Re_d \right]^{7/8} [(Pr)^{7/12}], \quad (1)$$

которая сопоставлялась с эмпирическим уравнением

$$Nu = 0.021(Pr_L)^{0.43}(Re_d)^{0.8}(Pr_L/Re_d)^{0.25}. \quad (2)$$

## Выводы

В настоящее время перспективным способом утилизации низкопотенциальной тепловой энергии на объектах энергетики является применение технологии ОЦР. Расчеты по формуле (1), полученной на основе стохастических уравнений [1–4], показывают удовлетворительное соответствие величинам, полученным по эмпирическим зависимостям при кипении и при конденсации (2). Существенное влияние на термодинамическую эффективность и экологичность оказывает выбор органического рабочего тела для проектируемой установки, поэтому применение разных методологий.

## Список литературы

- [1] Lake A.A., Bolland O. Working fluids for low-temperature heat source // Applied Thermal Engineering. 2010. V. 30. P. 1262–1268.
- [2] Колосова М.А., Колпаков М.И., Дмитренко А.В. Особенности расчёта конденсационного оборудования для электроэнергетических комплексов на основе органического цикла Ренкина // Энергетик. 2022. № 10. С. 50–54.
- [3] Dmitrenko A.V. Analytical determination of the heat transfer coefficient for gas, liquid and liquid metal flows in the tube based on stochastic equations and equivalence of measures for continuum // Contin. Mech. Thermod. 2017. V. 29(6). P. 1197–1206.
- [4] Dmitrenko A.V. Theoretical calculation of laminar-turbulent transition in the round tube on the basis of stochastic theory of turbulence and equivalence of measures // Cont. Mech. and Thermod. 2022. <https://doi.org/10.1007/s00161-022-01125-4>.



## Экспериментальное исследование взаимодействия импульсной струи воды с расплавленным металлом<sup>1</sup>

Ильиных А.Ю., Усанов В.А.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Столкновение капель и струй жидкости со свободной поверхностью одной и той же или другой жидкости было предметом обширных исследований в течение последнего столетия, начиная с пионерских работ Уортингтона [1]. Взаимодействие падающей жидкости и принимающей жидкости характеризуется быстрым перераспределением импульса, энергии и массы, вызывающим разлет быстрых мелкодисперсных капель и образование центральной струи, которая поднимается выше точки столкновения [2–4]. В частности, было установлено, что такие параметры, как глубина слоя принимающей жидкости, вязкость и поверхностное натяжение, играют важную роль в развитии полости и формировании центральной струи.

Хотя существует множество работ, посвященных столкновению капель с поверхностью одной и той же жидкости (или жидкости с аналогичной плотностью), гораздо менее изучены такие взаимодействия, когда объем жидкости с меньшей плотностью ударяется о поверхность гораздо более тя-

желой жидкости (скажем, взаимодействие воды с жидким металлом). Особое значение имеют такие взаимодействия, когда гидродинамические аспекты сосуществуют с тепловыми, как в случае, когда вода взаимодействует с высокотемпературным расплавом какого-либо металла или ядерного материала (кориума). Быстрое испарение охлаждающей жидкости при контакте с высокотемпературным расплавленным материалом может привести к паровым взрывам, которые рассматриваются как одна из основных опасностей тяжелых аварий [5].

Настоящая работа посвящена исследованию воздействия импульсной струи воды со свободной поверхностью слоя расплавленного металла. Эксперименты проводятся при соотношении плотности расплава и воды около 10:1, в отличие от гораздо лучше изученных систем (вода-вода, вода-чернила, вода-глицерин, жидкий металл-жидкий металл и т.д.), где это соотношение составляет около 1:1. Это исследование значительно расширяет недавнее исследование взаимодействия воды и металла [6, 7] за счет улучшения повторяемости параметров струи воды, и изучения влияния формы емкости для расплава, глубины слоя расплава и температуры воды. Его новизна также состоит в детальном изучении гидродинамики образования полости (каверны) в слое расплава и ее скло-

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00289) и в рамках гос. задания ИПМех РАН (тема 123021700057-0)

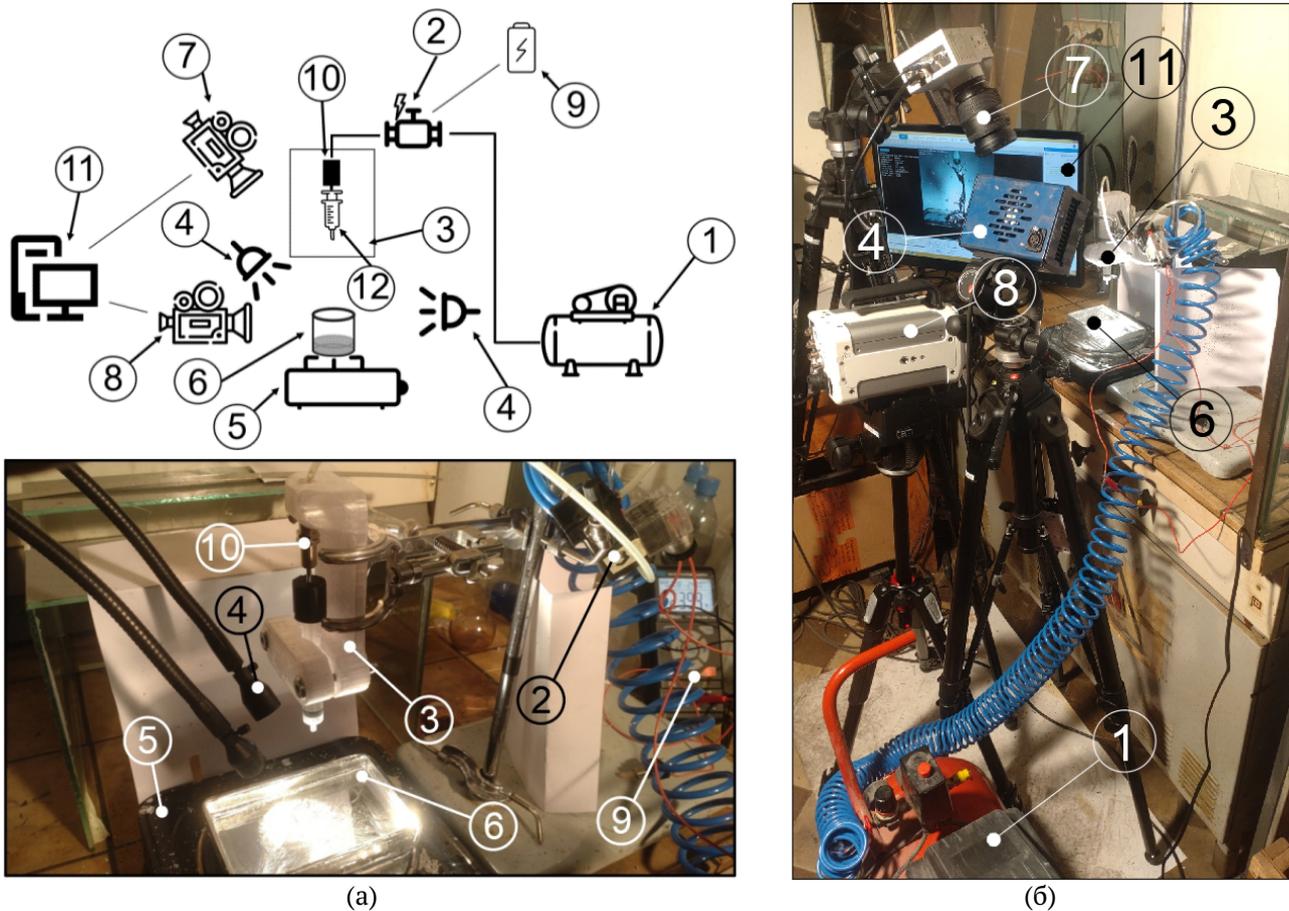


Рис. 1. Экспериментальная установка для изучения брызг расплава, вызванных воздействием импульсной струи воды: (а) вид спереди; (б) вид сбоку; (в) система подачи воды (увеличенный вид). 1 – воздушный компрессор, 2 – пневмоклапан, 3 – держатель шприца, 4 – источники света, 5 – электронный сосуд, 6 – испытательный сосуд, 7 – видеокамера Opttronis CR3000×2, 8 – видеокамера Photron FASTCAM Nova S9, 9 – источник питания постоянного тока 24 В, 10 – пневмошток, 11 – компьютер, 12 – шприц

пывания. Проведенное исследование повторяемости проливает свет на неопределенность высоты всплесков расплава, возникающих при одних и тех же начальных условиях. Свободно падающие капли воды, также рассмотренные в [6, 7], не рассматриваются в текущей работе, поскольку их воздействие вызывало гораздо более слабые всплески расплава из-за высокого соотношения плотности расплава и воды.

### Параметры экспериментальной установки

Экспериментальная установка, используемая в данном исследовании, показана на Рис. 1. Ключевым элементом конструкции экспериментальной установки является система подачи водяной струи, главным требованием к которой ставилось обеспечение повторяемости скорости и формы водя-

ной струи. Центральным элементом системы подачи является медицинский шприц (в эксперименте использовались два типа шприца на 2 мл и 5 мл), на поршень которого воздействует пневмошток, обеспечивая подачу воды с постоянной скоростью. Управляющее давление воздуха в ресивере компрессора для привода пневмоштока варьировалось от 0,6 МПа до 0,7 МПа.

В качестве принимающей жидкости в экспериментах был выбран сплав Розе, состав которого Sn – 25%, Pb – 25%, Bi – 50%. Этот сплав обладает низкой температурой плавления равной 94°C и высокой плотностью 9720 кг/м<sup>3</sup>. Сплав Розе имеет удельную теплоемкость 0,147 кДж/(кг·К), коэффициент теплопроводности 16,3 Вт/(м·К), коэффициент поверхностного натяжения 410 мН/м. Для импульсной струи бралась водопроводная вода объемом 0,4–1 мл с начальной температурой от 25°C до 90°C, температура расплава во всех экспериментах

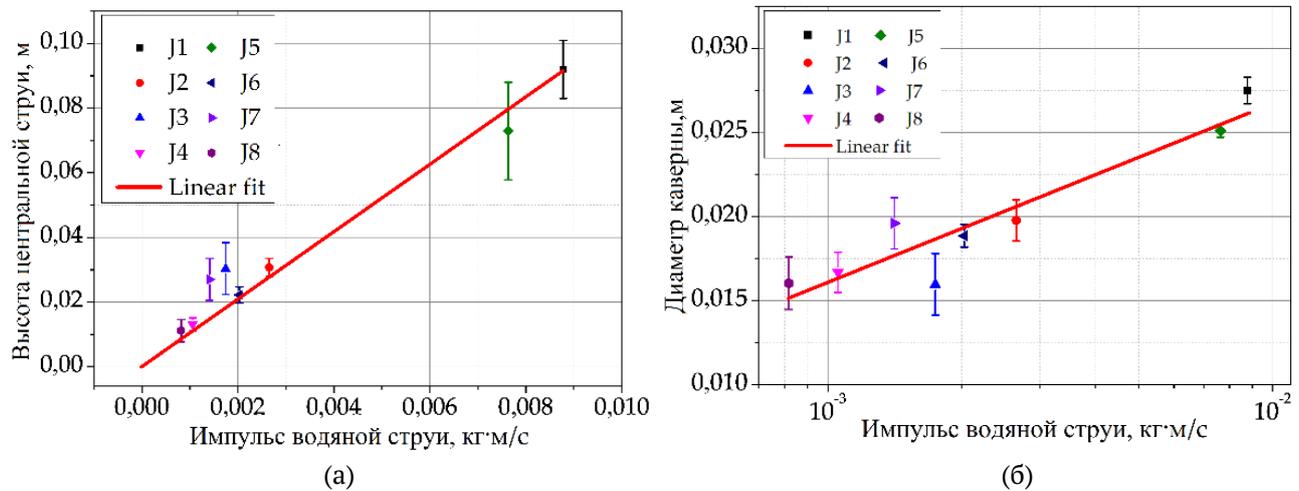


Рис. 2. (а)– зависимость высоты кумулятивной струи от импульсы водяной струи, (б)– зависимость диаметра каверны от импульсы водяной струи.

была равна 300°С. Всего было проведено 14 серий опытов (J1–J14) с вариацией различных параметров эксперимента, в каждой серии выполнялось по пять опытов с одинаковыми параметрами для того, чтобы оценить повторяемость результатов и соответствующую неопределенность, всего было проведено 70 опытов. Также для исследования влияния формы резервуара с расплавом брались круглая и прямоугольные кюветы с глубиной расплава 14 мм и 18 мм.

## Результаты

В первых сериях опытов (J1–J8) исследовалась зависимость параметров всплеска от импульса водяной струи (определяемый как произведение массы воды и скорости струи до удара). Определение величины скорости и геометрических размеров струи, а также параметров всплеска, осуществлялось оптическим методом, путем определения координат по кадрам, записанным на высокоскоростную камеру. Как уже было сказано выше, скорость водяной струи прямо зависит от давления управляющего воздуха. В проведенных сериях опытов осредненная скорость водяной струи менялась в диапазоне от 4,1 м/с до 8,8 м/с с максимальным стандартным отклонением 0,8 м/с и относительным стандартным отклонением 10,3%. Импульс струи, определяемый по формуле  $I = \rho V U$ , варьируется от 0,8 г·м/с до 8,8 г·м/с. Высота кумулятивной струи по мере увеличения импульса струи также увеличивается с 11,2 мм до 96,3 мм с максимальными стандартным отклонением величины 13,7 мм и относительным стандартным отклонением 26,8%. Диаметр каверны, также как и высота

кумулятивной струи, увеличивается с 16 мм до 27,5 мм, с максимальными стандартным отклонением величины 1,6 мм и относительным стандартным отклонением 8,8%. Полученные зависимости, представлены на Рис. 2.

Прямая линия на каждом графике соответствует линейной функции, полученной как наиболее подходящая для необработанных (неосредненных) данных, следующим образом:

$$h = k_h \cdot I$$

где  $h$  – усредненная высота подъема центральной струи,  $I$  – суммарный импульс струи воды и  $k_h = 10,45$  – коэффициент пропорциональности, полученный методом наименьших квадратов

$$D = a_D \log_{10} I + b_D,$$

где  $D$  – диаметр каверны,  $a_D = 1,017 \cdot 10^{-2}$ ,  $b_D = 4,67 \cdot 10^{-2}$ .

Переходя к сравнению случаев с круглой кюветой и прямоугольной видно, что в прямоугольном сосуде (вариант J11) результирующая центральная струя, образованная расплавом, была медленнее (1,66 м/с против 2,75 м/с) и поднималась на меньшую высоту (75,6 мм против 96,3 мм) при сопоставимом диаметре каверны (25,7 мм против 27,8 мм). Скорость удара в случае с прямоугольной кюветой была немного выше, чем в случае с круглой (9,03 м/с против 8,8 м/с). Более слабая центральная струя может быть объяснена асимметричной (нецилиндрической) формой прямоугольного сосуда, которая может проявляться разной скоростью внутренних и капиллярных волн, проходящих вдоль и поперек сосуда, и может вызвать асимметричное

сжатие полости и, таким образом, более слабую центральную струю. Для цилиндрического сосуда с осевым воздействием струи, напротив, волны отражались от стенки и достигали полости примерно в одно время, усиливая центральную струю.

Сравнение случаев с меньшими импульсами водяной струи приводит к одному и тому же выводу относительно скорости центральной струи (более медленной в прямоугольном сосуде). Однако высота подъема центральной струи в прямоугольной и круглой кюветах практически совпадает.

Влияние температуры воды на параметры всплеска не были настолько однозначными. Повышение температуры воды снижало вязкость и поверхностное натяжение жидкости, тем самым снижая сопротивление в системе подачи воды и увеличивая скорость удара. Относительная разница в скорости удара в случаях с горячей водой (70–90°C) водой и водой холодной (25°C) при прочих равных условиях достигала 21%, что указывает на увеличение кинетической энергии струи воды на 48%. Также температура горячей воды обладала меньшей разностью по отношению к температуре кипения. Это способствовало вскипанию жидкой воды при взаимодействии с расплавом и горячим дном сосуда, что потенциально приводило к более быстрому испарению и образованию больших объемов пара.

Результаты, полученные в тестах с горячей водой, не позволяют сделать вывод об относительной роли испарения воды в увеличении разбрызгивания металла по сравнению с чисто гидродинамическими эффектами из-за более быстрой генерации струи при том же давлении управляющего воздуха. Поэтому для выяснения этого вопроса требуются специализированные экспериментальные и теоретические исследования.

## Заключение

Эксперименты, проведенные в этой работе, подтвердили, что, несмотря на большую разницу плотностей между воздействующей и принимающей жидкостями, происходит значительное разбрызгивание расплава, включая образование центральной струи, поднимающейся на высоту нескольких сантиметров. Импульс водяной струи является основным параметром, определяющим максимальный диаметр и глубину полости на поверхности расплава и высоту центральной струи, поднимающейся над бассейном расплава. Влияние размера и формы сосуда на параметры всплеска расплава является слабым по сравнению с влиянием импульса водяной струи. А температура воды и глубина слоя расплава оказывают довольно слабое влияние на характеристики всплеска расплава, по крайней мере, в диапазонах параметров, изученных в данной работе.

## Список литературы

- [1] *Worthington A.M.* A Study of Splashes; Longmans, Green, and Company: London, UK, 1908.
- [2] *Fedorchenko A.I., Wang A.-B.* On some common features of drop impact on liquid surfaces // *Phys. Fluids.* 2004. 16. 1349–1365. <https://doi.org/10.1063/1.1652061>.
- [3] *Castillo-Orozco E., Davanlou A., Choudhury P.K., Kumar R.* Droplet impact on deep liquid pools: Rayleigh jet to formation of secondary droplets // *Phys. Rev. E* 2015. 92, 053022. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.92.053022>.
- [4] *Berberović E., van Hinsberg N.P., Jakirlić S., Roisman I.V., Tropea C.* Drop impact onto a liquid layer of finite thickness: Dynamics of the cavity evolution // *Phys. Rev. E* 2009. 79. 036306. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.036306>.
- [5] *Berthoud G.* Vapor Explosions // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 2000. 32. 573–611. <https://doi.org/10.1146/annurev.fluid.32.1.573>.
- [6] *Yakush S.E., Chashechkin Y.D., Ilinykh A.Y., Usanov V.A.* The splashing of melt upon the impact of water droplets and jets // *Appl. Sci.* 2021. 11. 909. <https://doi.org/10.3390/app11030909>.
- [7] *Chashechkin Y.D., Yakush S.E., Ilinykh A.Y.* Groups of sprays from the impact of a water drop falling freely into a melted metal // *Dokl. Phys.* 2021. 66. 164–168. <https://doi.org/10.1134/S1028335821060033>.



## Осцилляционная динамика фазового включения в осесимметричном вертикальном канале переменного сечения<sup>1</sup>

Карпунин И.Э.

Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет, Пермь

### Введение

Развитие методов интенсификации массообменных процессов во множестве технологических процессов является одним из ключевых направлений исследований. Применение каналов с периодически меняющимся вдоль оси радиусом [1, 2] с целью генерации нестационарных течений при постоянном течении жидкости активно исследуется в связи с практическим применением подобных технологий для интенсификации процессов переноса тепла и массообмена. Исследования осцилляционной динамики фазовых включений в осциллирующем потоке жидкости зачастую носят теоретический характер и в меньшей степени рассмотрены экспериментально. В работах [3, 4] представлен обзор литературы и подробно рассмотрен метод интенсификации процессов с использованием пульсаций и вибраций при наличии постоянного ненулевого течения в канале. Экспериментальные исследования динамики фазовых включений с твердой границей в осциллирующем потоке жид-

кости (при нулевом среднем расходе) в геометрии осесимметричного канала переменного сечения слабо представлены в литературе. Колебания жидкости относительно неподвижных стенок [5] и эластичных [6] приводят к генерации осредненных течений в жидкости. Важным результатом проведенных ранее исследований является то, что в областях умеренных и низких частот обнаружена генерация осредненных потоков, интенсивность которых уменьшается с понижением безразмерной частоты вибраций  $\omega = \Omega R^2 / \nu$ . В работе [7] показано, что гармонические колебания жидкости в канале переменного сечения возбуждают осредненный поток в виде системы тороидальных вихревых течений, структура и интенсивность которых определяются  $\omega$  и пульсационным числом Рейнольдса  $Re$ . В настоящей работе представлены результаты экспериментального исследования осцилляционной динамики твердого сферического тела в вертикальном осесимметричном канале переменного сечения при колебаниях расхода жидкости.

### Экспериментальная установка и методика

Экспериментальная установка представляет собой замкнутый гидравлический контур, в ко-

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (Грант № 23-71-01103).

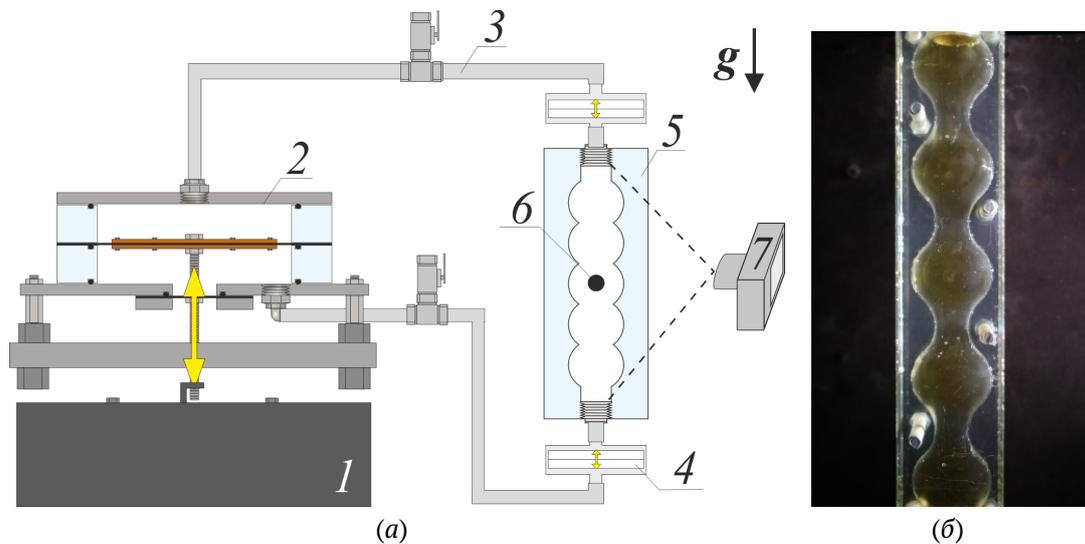


Рис. 1. Схема экспериментальной установки (а), фотография осесимметричного канала (б)

торый включены электродинамический вибростенд 1, насос по типу «тяги—толкай» 2, система шлангов с кранами и разделительными мембранами 3 (Рис. 1(а)). Гармоническое изменение расхода прокачиваемой в контуре жидкости посредством разделительных мембран 4 сообщается кювете 5. Насос 2, работающий по принципу «тяги—толкай», обеспечивает гармоническое изменение объема прокачиваемой в замкнутом гидравлическом контуре жидкости по закону  $Q = Q_0 \cos \Omega t$ . Частота колебаний задается генератором и может изменяться в диапазоне  $f \equiv \Omega/2\pi = 2 - 12$  Гц. Экспериментальная кювета 5 (Рис. 1(а), (б)), расположенная вертикально, представляет собой оргстеклянный параллелепипед размерами  $60 \times 60 \times 150$  мм<sup>3</sup>. Кювета собирается из двух симметричных половин, в которых выфрезерованы пазы переменной глубины. В сборе получается осесимметричный канал переменного сечения. Радиусы канала в узком и широком участках составляют 6.2 мм и 15 мм, соответственно, пространственный период (расстояние между центрами сегментов канала) составляет 42 мм. Фазовое включение 6 представляет собой твердую пластиковую сферу диаметром  $d = 5 - 8$  мм и плотностью  $\rho = 1.38$  г/см<sup>3</sup>.

В экспериментах в качестве рабочей жидкости выступают водоглицериновые растворы различной массовой концентрации. Плотность рабочей жидкости варьируется с помощью растворения в ней соли (йодида натрия NaI или йодида калия KI) в различном процентном соотношении. Видеорегистрация положения фазового включения в кювете осуществляется камерой Fujifilm X-E4 (7) с частотой съемки 60 кадров в секунду. Оптическая ось камеры перпендикулярна плоскости кюветы, а плос-

кая внешняя боковая граница канала переменного сечения и близкие показатели преломления оргстекла и рабочих жидкостей снижают оптические искажения на искривленной границе канала. В экспериментах варьируются частота и амплитуда изменения расхода прокачиваемой через канал жидкости, относительные размеры включения, а также физические характеристики рабочей жидкости.

## Результаты

Исследование колебаний жидкости в осесимметричном канале переменного сечения [7] показало, что осциллирующий поток жидкости приводит к генерации интенсивных осредненных потоков в каждом из сегментов канала (Рис. 2(а)). При малых безразмерных частотах первичные вихри занимают всю область в каждом из сегментов. Результаты предварительных экспериментов настоящего исследования показали, что в зависимости от безразмерной частоты колебаний наблюдаются различные режимы поведения для сферического твердого тела. Так, при малых частотах наблюдается замедление скорости движения включения в сужениях канала на фоне движения в поле силы тяжести. Тем самым, при относительно малых колебаниях жидкости наблюдается уменьшение средней скорости движения. При фиксированной частоте колебаний жидкости в канале при увеличении амплитуды наблюдается эффект удержания фазового включения (Рис. 2(б)). Осциллирующее движение столба жидкости генерирует осредненную силу, действующую на тело, величина которой зависит от параметров тела и его положения в канале. По достижении критической амплитуды осцилляций тело перестает двигаться вдоль канала и занимает квазистацио-

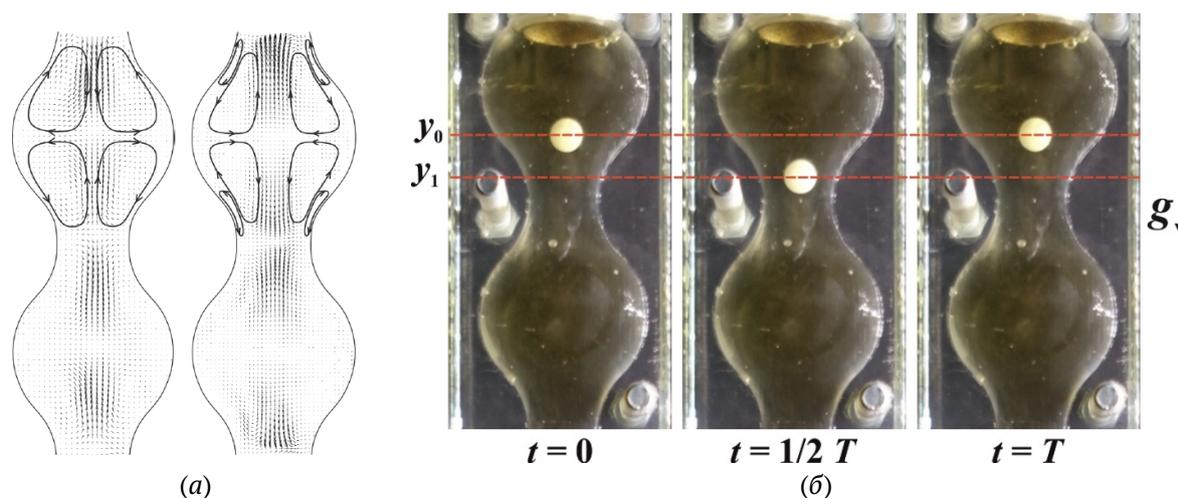


Рис. 2. Структура осредненных потоков в канале переменного сечения [7] в области малых безразмерных частот  $\omega$  (а) и фотографии временной динамики фазового включения в течение одного периода колебаний при  $f = 4$  Гц (б)

нарное положение в одной из ячеек вертикального канала. Сферическое тело удерживается осциллирующим потоком вблизи сужения канала, совершая при этом колебания относительно своего среднего положения. Квазистационарное положение определяется относительной плотностью и размером тела, а также безразмерной частотой. Осредненные потоки (Рис. 2 (а)), генерируемые осцилляциями жидкости в области низких безразмерных частот, вносят определенный вклад в равновесное положение фазового включения относительно канала переменного сечения. При уменьшении амплитуды колебаний жидкости амплитуда колебаний тела уменьшается и по достижении порогового значения тело проходит сужение канала и начинает движение вдоль оси канала.

Предварительные экспериментальные исследования в зависимости от амплитуды и частоты колебаний жидкости, относительного размера и плотности включения показали, что колебания жидкости в подобного рода системе приводят к ряду осредненных эффектов и свидетельствуют о возможности управления положением фазового включения в канале переменного сечения посредством осцилляционного воздействия.

## Список литературы

- [1] *Blancher S., Creff R., Le Quere P.* Analysis of convective hydrodynamic instabilities in a symmetric wavy channel // *Physics of Fluids*. 2004. Vol. 16(10). P. 3726–3737.
- [2] *Lee B.S., Kang I.S., Lim H.C.* Chaotic mixing and mass transfer enhancement by pulsatile laminar flow in an axisymmetric wavy channel // *International journal of heat and mass transfer*. 1999. Vol. 42(14). P. 2571–2581.
- [3] *Chakravorty A.* Process intensification by pulsation and vibration in miscible and immiscible two-component systems // *Chemical Engineering and Processing-Process Intensification*. 2018. Vol. 133. P. 90–105.
- [4] *Nishimura T., Murakami S., Kawamura Y.* Mass transfer in a symmetric sinusoidal wavy-walled channel for oscillatory flow // *Chemical engineering science*. 1993. Vol. 48(10). P. 1793–1800.
- [5] *Иванова А.А., Козлов В.Г.* Вибрационная конвекция при непостоятельных колебаниях полости (изотермический случай) // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2003. № 2. С. 25–32.
- [6] *Козлов В.Г., Сабиров Р.Р., Субботин С.В.* Осредненные течения в осциллирующей сфероидальной полости с эластичной стенкой // *Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа*. 2018. № 2. С. 16–26.
- [7] *Vlasova O.A., Karpunin I.E., Latyshev D.I., Kozlov V.G.* Steady flows of a fluid oscillating in an axisymmetric channel of variable cross-section, versus the dimensionless frequency // *Microgravity Science and Technology*. 2020. Vol. 32. P. 363–368.



## Влияние теплообмена на распределение гидродинамических параметров течения аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале<sup>1</sup>

Мухутдинова А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН

В данной работе исследуется течение аномально термовязкой несжимаемой жидкости в кольцевых каналах с различным соотношением ширины канала к внутреннему радиусу  $h/r_0$ . Граничные условия на внутренней и внешней поверхностях канала различны: на первой половине канала задано граничное условие первого рода, а на второй половине канала – конвективный теплообмен с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана (граничное условие третьего рода). Течение жидкости происходит под действием постоянного перепада давления  $\Delta p$ .

Введем цилиндрическую систему координат, ось  $z$  которой направлена вдоль оси цилиндров. Пусть жидкость течет в кольцевом канале длиной  $L$ , радиусы внутреннего цилиндра –  $r_0$ , внешнего –  $R > r_0$  (Рис. 1). Будем считать канал сильно удлиненным ( $L \gg h$ ).

Математическая модель, состоящая из уравнения неразрывности, уравнений Навье – Стокса и уравнения для температуры [1], записана в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии в безразмерном виде, имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0,$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{\Re} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\mu(T)}{r^2} v_r \left. \right), \\ \frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} &= \\ &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\Re} \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu(T) \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \left. \right), \end{aligned}$$

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pe} \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right),$$

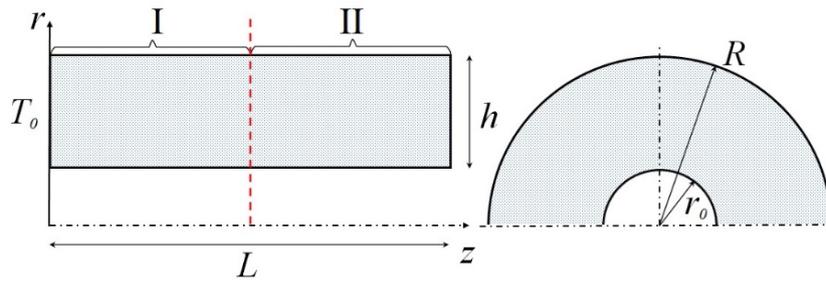


Рис. 1. Схема канала

где  $v_r$  и  $v_z$  – радиальная и осевая компоненты вектора скорости,  $p$  – давление,  $T$  – температура,  $Re$  и  $Pe$  – безразмерные числа Рейнольдса и Пекле.

Входящая в уравнения Навье–Стокса функция  $\mu = \mu(T)$  представляет собой температурную зависимость вязкости жидкости. В настоящей работе рассмотрена аномальная зависимость вязкости от температуры (т.е. вязкость жидкости зависит от температуры немонотонным образом) [2, 3] следующего вида (Рис. 2):

$$\mu(T) = \exp[-B(T - 0.5)^2],$$

где  $B > 0$  – параметр описывающий характер изменения вязкости.

Граничные условия на стенках канала для скоростей задаются условиями прилипания, а для температуры:

при  $0 \leq z < \frac{1}{2}L$

$$T\left(\frac{r_0}{R}, z, t\right) = T(1, z, t) = 0,$$

при  $\frac{1}{2}L \leq z \leq L$

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0/R} = \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=1} = -Nu \cdot T,$$

где  $Nu$  – безразмерное число Нуссельта.

### Численные результаты

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) [3], который был модифицирован для учета переменного коэффициента вязкости. Исходный компьютерный код был написан на языке программирования C++ в среде разработки Qt Creator.

Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости в зависимости от геометрического параметра представлена на Рис. 3. Из рисунка видно, что увеличение параметра  $h/r_0$  приводит к увеличению установившегося значения

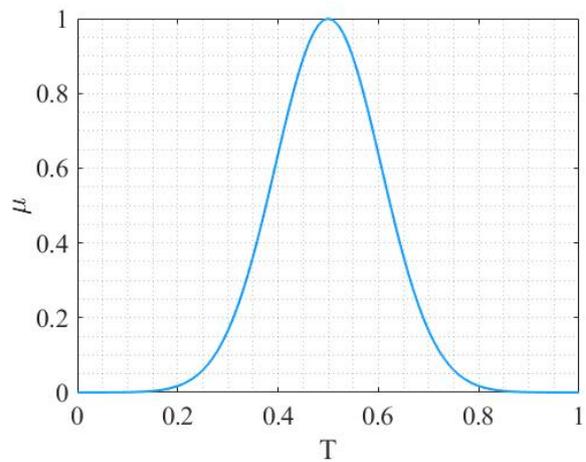


Рис. 2. Зависимость вязкости жидкости от температуры,  $B = 45$

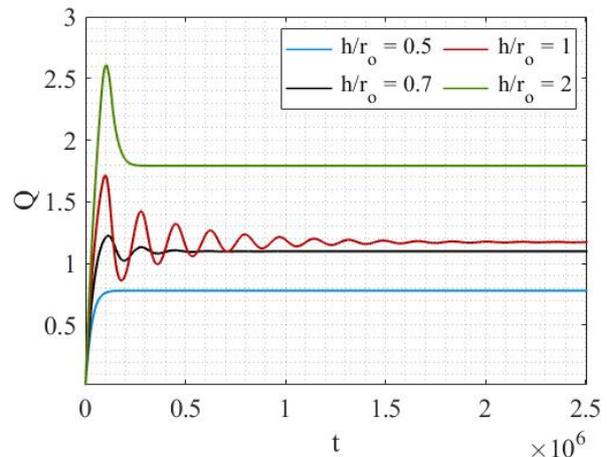


Рис. 3. Динамика установления расхода аномально термовязкой жидкости

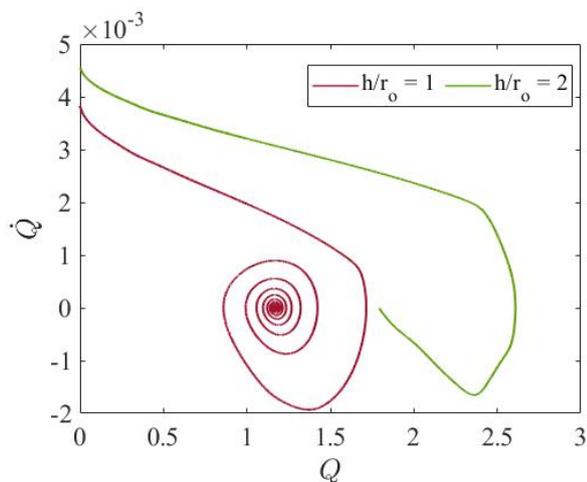


Рис. 4. Фазовый портрет затухающих колебаний изменения расхода жидкости

расхода. При значениях  $h/r_0$  равных 0.7–1.2 наблюдаются колебания расхода. Это объясняется скачкообразным изменением теплообмена. Во второй

половине канала происходит охлаждение жидкости до температуры, соответствующей максимальной вязкости, что приводит к уменьшению расхода. Дальнейшее охлаждение жидкости приводит к уменьшению вязкости (Рис. 2) и увеличению расхода. Затем процесс повторяется с уменьшающейся интенсивностью, что и вызывает уменьшение амплитуды колебаний расхода. Однако, при увеличении параметра  $h/r_0$  за пределы этого диапазона, такие колебания перестают наблюдаться.

Фазовый портрет (Рис. 4) представленных на Рис. 3 затухающих колебаний описывается логарифмической спиралью, которая сходится к точке, называемой «устойчивый фокус».

### Список литературы

- [1] Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Часть 2 // М.: Физматлит, 1963. С. 728.
- [2] Урманчев С. Ф., Киреев В. Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады Академии наук. 2004. Т. 396. № 2. С. 204–207.
- [3] Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.



## Применение модели переноса площади межфазной поверхности для описания двухфазного потока<sup>1</sup>

Никулин А.С., Мелихов В.И.

Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

### Введение

На кафедре АЭС НИУ «МЭИ» разработан расчетный код STEG, предназначенный для моделирования движения пароводяной среды в объеме горизонтального парогенератора (ПГ) на основе подхода, использующего балансовые уравнения массы, импульса и энергии для воды и пара, дополненные полуэмпирическими корреляциями для описания силового и теплового взаимодействия фаз между собой и с окружающими конструкциями (трубные пучки, погружной дырчатый лист и т.п.). В целом код STEG качественно и количественно воспроизводит все основные процессы, характерные для горизонтального ПГ [1].

### Модель переноса и результаты анализа

В коде STEG для определения площади межфазной поверхности, которая необходима для расчета силового и теплового взаимодействия между фазами, использовался упрощенный подход, основанный на введении карты режимов течения (пу-

зырьковый, снарядный, эмульсионный, дисперсный). Целью данной работы было внедрение специального уравнения переноса площади межфазной поверхности в код STEG и выяснение преимуществ/недостатков его использования. Общий вид этого уравнения приведен ниже.

$$\frac{\partial a_i}{\partial t} + \operatorname{div}(a_i u_i) = \frac{2}{3} \frac{a_i}{\alpha} \left[ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \operatorname{div}(\alpha u_g) - \eta_{ph} \right] + \left( \sum_j \phi_j + \phi_{ph} \right) \quad (1)$$

где  $a_i$  — концентрация площади межфазной поверхности, 1/м;  $u_i$  — скорость движения межфазной поверхности, м/с;  $\alpha$  — объемная доля пара;  $u_g$  — скорость движения газовой фазы, м/с;  $\eta_{ph}$  — скорость генерации парового объема в единичном объеме пароводяной смеси при образовании зародышей пузырьков пара в перегретой воде или зародышей капелек воды в переохлажденном паре;  $\phi_j$  — изменение межфазной поверхности вследствие  $j$ -го процесса взаимодействия;  $\phi_{ph}$  — изменение межфазной поверхности вследствие фазового перехода. Рассматривалось три механизма взаимодействия: 1) слияние пузырьков из-за случайных соударений, 2) слияние из-за ускорение пузырька в следе другого пузырька, 3) дробление пузырька турбулентными вихрями.

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-19-00793, <https://rscf.ru/project/22-19-00793/>

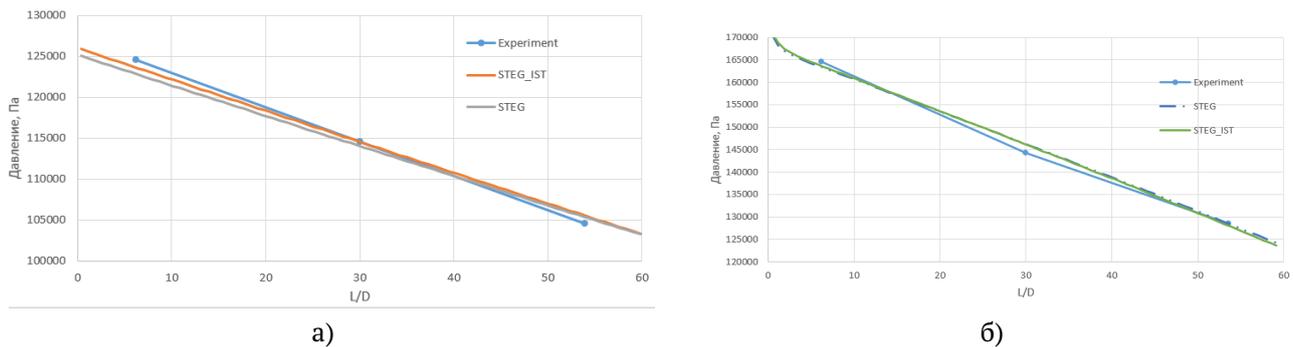


Рис. 1. Распределение давления по длине канала а) скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,19 м/с б) скорость жидкости 5 м/с, скорость газа 3,9 м/с

В [2] были выполнены экспериментальные исследования характеристик двухфазных водовоздушных потоков при атмосферном давлении. Использовалась вертикальная труба диаметром 50,8 мм и длиной 3 метра. Для тестирования модели переноса площади межфазной поверхности был выбраны два режима со следующими параметрами расчета:

- скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,190 м/с, давление на входе 0,127 МПа, объемная доля газа 0,220
- скорость жидкости 5,0 м/с, скорость газа 3,90 м/с, давление на входе 0,170 МПа, объемная доля газа 0,357

На Рис. 1 и 2 представлены результаты сравнения перепада давления и изменение объемной доли по длине канала, полученные при использовании двух подходов с экспериментальными данными.

Как видно из результатов, приведенных на Рис. 1(а) и 2(а) STEG с модулем расчета площади межфазной (STEG-IST) поверхности ближе к эксперименту, чем STEG с картой режимов потока. Максимальное отклонение от экспериментальных значений объемной доли для го кода STEG-IST составило 3,4%, для давления 0,8%, в то время как

для STEG с картой режимов потока данное значение 9,2% и 1,5% соответственно. При рассмотрении графиков на Рис. 1(б) и 2(б) видно, что STEG-IST несколько уступает в точности расчета распределения объемной доли газовой фазы STEG с картой режимов потока, однако максимальное отклонение от эксперимента составило 7,3%, против 5,4%.

## Заключение

Результаты, полученные с помощью кода STEG-IST значительно ближе к экспериментальным значениям при низких скоростях движения фаз, чем результаты кода STEG с картой режимов потока и незначительно уступают в точности при высоких скоростях. Стоит отметить, что данная модернизация позволяет расширить диапазон параметров, в котором код STEG способен качественно и количественно воспроизводить моделирование движения двухфазного потока.

## Список литературы

- [1] Мелихов В.И., Мелихов О.И., Ле Т.Т. Экспериментально-расчетные исследования гидродинамических процессов в горизонтальном парогенераторе // М.: Наука, 2022. 213 с.
- [2] Hibiki T., Ishii M. One-group interfacial area transport of bubbly flows in vertical round tubes // Int. J. Heat Mass Transfer, 2000. V. 43, p. 2711–2726.

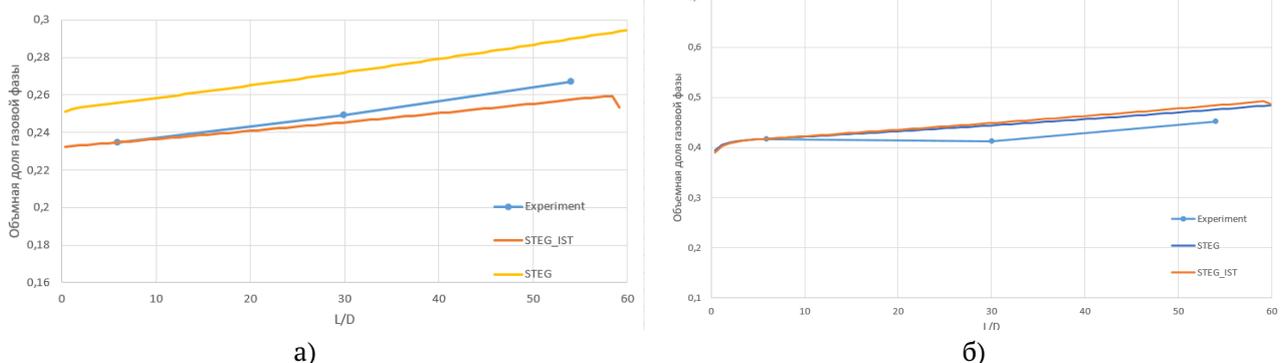


Рис. 2. Распределение объемной доли газа по длине канала а) скорость жидкости 0,491 м/с, скорость газа 0,19 м/с б) скорость жидкости 5 м/с, скорость газа 3,9 м/с



## Моделирование распространения фильтрата твердых коммунальных отходов через защитную дамбу<sup>1</sup>

Паршакова Я.Н.\* , Висков М.В. \*\*, Катаев Р.И. \*\*\*,\*\*\*

\*Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь,

\*\*Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь,

\*\*\*Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь

Представлены результаты исследования процессов миграции загрязнений от свалки твердых коммунальных отходов (ТКО). Для изучения особенностей распространения загрязняющих веществ и определения миграционных параметров использованы архивные данные комплекса полевых и лабораторных исследований в районе расположения свалки. Построена численная модель, описывающая гидродинамику миграции веществ в почвогрунтовой толще. Процесс движения загрязняющих веществ описывается в терминах сухого остатка, растворенного в воде. Учитываются факторами, оказывающими существенное влияние на миграцию ингредиентов ТБО, основными из которых являются: конвективный перенос, диффузия и разница в геологическом сложении основания полигона, которые учтены в математической постановке задачи.

### Введение

Одним из факторов жизни полигонов ТКО, негативно влияющих на экологию, является образование свалочного фильтрата, который определяется как высокотоксичная жидкость, включающая в себя тяжелые металлы, органические загрязнители и аммиачный азот. Он образуется при взаимодействии отходов с просачивающимися в тело полигона атмосферными осадками. Фильтрат, проникая в почву, может попадать в подземные и поверхностные воды, тем самым оказывая негативное влияние на окружающую среду и здоровье че-

ловека [1]. Поэтому весьма актуальными являются различные способы сбора и обработки фильтрата перед его сбрасыванием в водоем или канализационную систему. Выяснение путей миграции свалочного фильтрата представляется очень важным. Создание и применение математических моделей является одним из инструментов решения этой проблемы. Моделирование таких систем, как полигоны ТКО, представляет собой довольно сложную задачу. Трудности обусловлены рядом неопределенностей, связанных с оценкой параметров модели, которая должна адекватно описывать сложные биологические, химические и физические процессы, происходящие на свалках. Для проверки предложенных моделей требуется большое количества полевых данных. В [2] представлен обзор математических моделей, предназначенных для имитации образования и распространения фильтрата на полигонах ТКО. В работе также описываются бу-

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-11-00214.

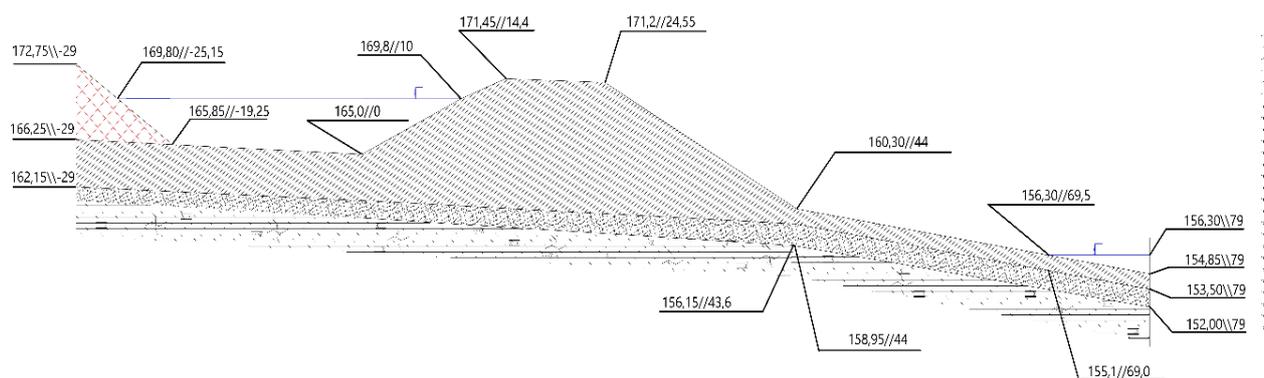


Рис. 1. Исследуемая часть полигона, вертикальное сечение посередине пруда-отстойника

душие потребности и потенциальные улучшения существующих моделей.

Имеющиеся численные и математические модели распространения фильтрата, как правило строятся в рамках двумерного подхода, учитывая динамику загрязнения по горизонтальным направлениям. Движение фильтрата в толщу грунтовых пород по трем направлениям проводится в рамках модельных, либо лабораторных ситуаций. В настоящей работе проведено исследование фильтрата через защитные сооружения старой свалки, функционирующей более трех десятков лет. Проводится сравнение с данными натурных измерений, полученных в 2017 году.

### Характеристики рассматриваемого полигона ТКО

Исследуемый полигон захоронения бытовых отходов эксплуатируется более сорока лет. Полигон располагается на клоне малой реки, рельеф неровный с общим уклоном в северо-восточном направлении к пойме этой реки, протекающей в 300 м к северо-востоку от площадки. Прилегающая территория представляет собой холмистую поверхность водораздела, поросшей луговой растительностью, кустарником, мелколиственными породами деревьев. Фильтрат с полигона растекается по пологому склону и скапливается в понижениях, прудах-отстойниках. По периметру полигон обвалован дамбой, местами со следами временных водотоков, высотой до 6 метров, шириной до 12 метров и осушительная траншея глубиной до 2 м. В нижней части склона на высоте 1,5 метра от подошвы дамбы находится промоина, по которой происходит высачивание фильтратом из пруда. В южной части за дамбой наблюдаются переувлажненные участки. Изыскания показали, что появление этих участков связано, как с обильными осадками, так и за счет появления воды с полигона, как по основа-

нию дамбы, так и под основанием дамбы. В связи с этим возник вопрос о распространении фильтрата из пруда-отстойника через дамбу. В рамках настоящей работы рассматривается участок, размеры которого представлены на Рис. 1. Координаты основных представлены в системе, где крайняя точка расположена на въезде в полигон.

Как видно из Рис. 1 геологическая площадка полигона ТКО до первого водоупорного горизонта, представляет сложением из трех слоев горных пород. На поверхности расположен слой техногенных отложений, представленный насыпными неоднородными, несслежавшимися и слежавшимися, неуплотненными и рыхлыми грунтами. По составу грунты сложены бытовыми отходами и отходами производственной и хозяйственной деятельности. За верхним слоем располагается слой, представляющий собой элювиально-делювиальные пылевато-глинистые отложения четвертичной системы, представленные суглинками мягко-, тугопластичными, с включениями строительного мусора, щебня, песка, в подошве слоя со щебнем и дрсевой песчаников, алевролитов в количестве от единичных включений до 25%. Мощность суглинков лежит в пределах 4,3 м. Из суглинка сложена защитная дамба. Следующий слой, ниже суглинка, представлен алевролитами гинистыми, максимальной мощностью (толщиной) 1,5 м. Вниз за слоем алевролита находится слой аргиллита сильно-выветрельвого (рухлякового), толщина которого до водоупорного горизонта варьируется в пределах 4 метров.

### Математическая модель распространения фильтрата

Трёхмерное численное моделирование распространения фильтрата из пруда-отстойника проводилось с использованием ламинарной модели течения в пористой среде. Задача решалась в рамках

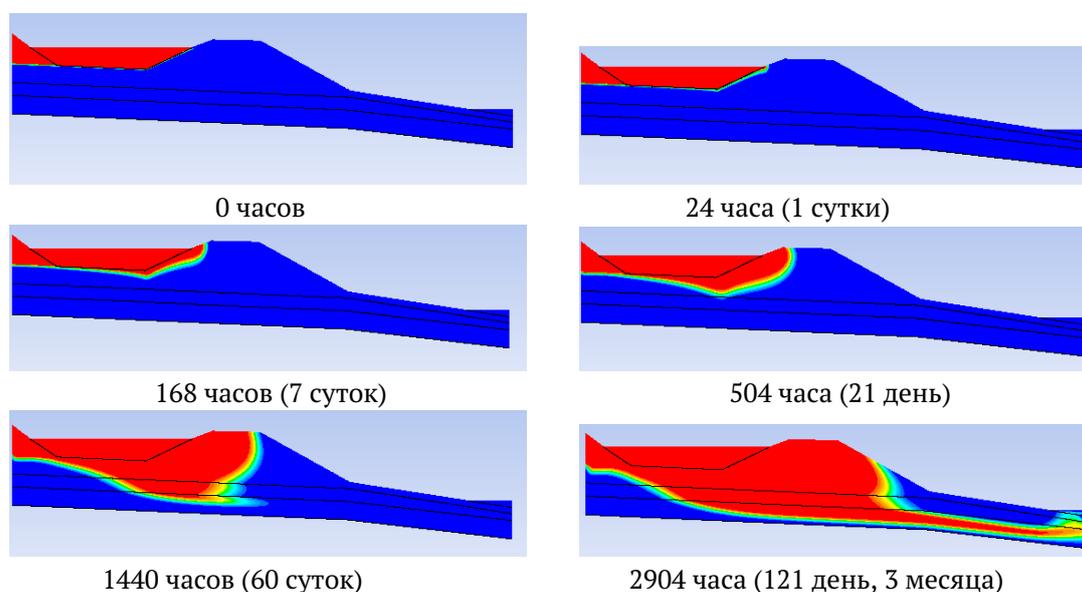


Рис. 2. Временная динамика распространения фильтрата от пруда-отстойника.

нестационарного изотермического подхода. Для решения задачи генерировалась пространственная сетка, состоящая из четырехсторонних элементов.

Трёхмерное численное моделирование распространения фильтрата проводилось на основе геометрии вычислительной области, показанной на Рис. 1. Полагается, что тело полигона (техногенный слой) является водонасыщенным за счет осадков. Рассматривалось распространение фильтрата концентрацией  $C_0 = 4700$  мг/л. Фоновая концентрация примеси составляет 200 мг/л. Динамика распространения фильтрата от пруда-отстойника показана на Рис. 2.

Основное направление распространения фильтрата наблюдается в горизонтальном направлении, при этом слои пористой среды имеют характеризуются проницаемостью и пористостью равнозначной по вертикальному и горизонтальному направ-

лению. Фильтрат распространяется в толщу дамбы, двигаясь по естественному уклону основания полигона. В течении трех месяцев происходит заполнение тела дамбы практически полностью. При этом в озеро за дамбой фильтрат попадает через дно озера. Просачиваясь в водоносный горизонт с грунтовыми водами, фильтрат начинает мигрировать за пределы полигона. В озере за дамбой концентрация растет, после чего выходит на насыщение.

### Список литературы

- [1] Parvin F., Tareq S.M. Impact of landfill leachate contamination on surface and groundwater of Bangladesh: a systematic review and possible public health risks assessment // Applied water science. 2021. Vol. 11(6), 100.
- [2] El-Fadel M., Findikakis A.N., Leckie J.O. Modeling leachate generation and transport in solid waste landfills // Environmental technology. 1997. V. 18(7). p. 669–686.



## Моделирование закономерностей самоиндуцированного капиллярного распада вязкой струи, ее самопроизвольного изгиба, а также взаимодействия капельного потока с жидкой пленкой

Сафронов А.А.

АО ГНЦ «Центр Келдыша», Москва

Решение ряда задач, связанных с использованием космического пространства, требует качественного повышения мощности энергетических установок космических аппаратов. При создании таких систем возникает задача отведения низкопотенциального тепла. Как правило, в космосе она решается с помощью панельных холодильников – излучателей. Однако при повышении отводимой мощности быстро растет площадь, а с ней – и метеоритная уязвимость таких систем. Бронирование поверхности излучателя неприемлемо повышает массу конструкции. Выходом представляется использование капельного холодильника – излучателя (КХИ), идея которого заключается в радиационном остывании распространяющегося дисперсного потока. Создание капельной пелены осуществляется с помощью генератора капель, сбор остывшего потока – уловителем капель.

Капельный поток создается методом капиллярного распада струй, истекающих из капиллярных форсунок генератора капель. Для лучшего

остывания рабочего тела, необходима минимизация скорости капельного потока. При ее снижении до уровня, сравнимого с капиллярным пределом, возникает ряд новых физических эффектов, не типичных для классических задач диспергирования вещества.

Качественно меняются закономерности капиллярного распада струи. Образование капель становится самоиндуцированным процессом. При отделении зародыша капли, в струе формируется коротковолновые бегущие волны. При отражении от капиллярной форсунки, за счет эффекта Доплера меняется их длина волны, и часть спектра преобразуется в длинноволновые растущие, но не распространяющиеся (относительно струи) возмущения. Для качественного описания этого явления вместо моделей абсолютной и конвективной неустойчивостей приходится использовать модели глобальной [1] и граничной [2] неустойчивостей струи. Экспериментальное изучение развития данных неустойчивостей затруднено влиянием силы тяжести, «искажающим» закономерности явления [2]. Количественное теоретическое описание закономерностей самоиндуцированного распада струи из-за сильной нелинейности волновых явле-

ний становится возможным лишь путем численного моделирования. В данной работе для численного моделирования капиллярного распада использовалась методика, основанная на методах механики Лагранжа, разработанная в работе [3]. Метод численного моделирования верифицирован путем сравнения с результатами космического эксперимента по самоиндуцированному распаду не вязкой струи [2]. Применительно к задаче создания КХИ, интерес представляют закономерности распада вязких струй (все жидкости – потенциальные рабочие тела с низкой испаряемостью, обладают высокой вязкостью). Рассчитана зависимость длины нераспавшейся части струи от ее скорости и вязкости жидкости.

При снижении скорости истечения струи интенсифицируется явление ее самопроизвольного изгиба. Его экспериментальное изучение показывает, что изгиб происходит в результате развития коротковолновых возмущений с длиной волны, соизмеримых с диаметром струи. В то же время, в большинстве работ, посвященных изучению закономерностей изгиба струи (например [4]) обсуждаются закономерности развития длинноволновых возмущений. Задача изгиба струи в математической формулировке оказывается аналогичной задаче потери устойчивости сжатой балки [5]; в этом смысле как правило задача исследуется в постановке, аналогичной теории балок Эйлера–Бернулли. В данной работе задача изгиба струи исследована в постановке, аналогичной теории изгиба балок Тимошенко. Дополнительно предложен метод расчета максимального углового отклонения струи, ос-

нованный на учете нелинейных эффектов в окрестности капиллярной форсунки. Проводится сравнение теоретически полученных результатов с экспериментами.

В КХИ ряд ограничений на параметры капельного потока определяются закономерностями взаимодействия капельного потока с уловителем капель. Разработано несколько различных концепций уловителей капель. Но в уловителе любого типа капельный поток взаимодействует с поверхностью движущейся пленки. В уловителе капель КХИ недопустимо возникновение вторичных капель при сборе дисперсного потока. В данной работе методами механики Лагранжа исследуются развитие неустойчивостей на поверхности жидкой пленки, взаимодействующей с капельным потоком.

## Список литературы

- [1] *Yakubenko P.A.* Capillary instability of an ideal jet of large but finite length // *European journal of mechanics. B, Fluids.* 1997. V. 16. Iss. 1. p. 39–48.
- [2] *Umemura A., Osaka J., Shinjo J. et al.* Coherent capillary wave structure revealed by ISS experiments for spontaneous nozzle jet disintegration // *Microgravity Sci. Technol.* 2020. V. 32. p. 369–397.
- [3] *Fuchikami N., Ishioka S., Kiyono K.* Simulation of a Dripping Faucet // *J. Phys. Soc. Jpn.* 1999. 68. p. 1185–1196.
- [4] *Ентов В.М., Ярин А.Л.* Динамика струй капельной жидкости. Институт проблем механики АН СССР. Препринт № 127. 1979. 58 с.
- [5] *Bejan A.* On the buckling property of inviscid jets and the origin of turbulence // *Letters in Heat and Mass Transfer.* 1981. V. 8(3), p. 187–194.



## Численное исследование взаимодействия струи воды с расплавом свинец–висмут<sup>1</sup>

Сиваков Н.С.\* , Якуш С.Е.\* , Мелихов В.И.\*\* ,\*\*\* , Мелихов О.И.\*\* ,\*\*\*

\*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

\*\*Национальный исследовательский университет «МЭИ», Москва

\*\*\*Электрогорский научно-исследовательский центр по безопасности АЭС, Электрогорск

### Введение

Взаимодействие высокотемпературных расплавов с водой может приводить к явлению парового взрыва, встречающемуся в различных областях (тяжелые аварии на АЭС, подводные извержения вулканов, металлургия). Опасность парового взрыва в ядерной энергетике связана с возникновением ударных волн вследствие быстрого вскипания теплоносителя (вода, жидкий натрий) при контакте с расплавом активной зоны, имеющим температуру порядка 3000 К. Резкое выделение пара в процессе взаимодействия и связанное с этим расширение среды приводят к распространению по двухфазной смеси взрывных волн, которые могут нарушить целостность корпуса реактора, повредить окружающие конструкции, нарушить герметичность оболочки [1]. В конечном итоге столь серьезные воздействия, не предусмотренные при проектирова-

нии энергетических реакторов, потенциально могут повлечь за собой непоправимые последствия, такие как выход радиоактивности в окружающую среду.

Перспективным направлением развития атомной энергетики является создание реакторов с тяжелометаллическим теплоносителем (ТЖМТ). Так, в 2021 году в России началось строительство атомного энергоблока мощностью 300 МВт с инновационным реактором на быстрых нейтронах БРЕСТ-ОД-300 со свинцовым теплоносителем. Другим типом ТЖМТ является свинцово-висмутовый теплоноситель (реакторы СВБР). Опасность возникновения парового взрыва при авариях на реакторах с ТЖМТ связана с возможным разрывом теплообменной трубки парогенератора, при котором происходит истечение воды в пространство, заполненное расплавом. Фрагментация воды и расплава, вскипание истекающей воды приводят к возникновению трехфазной смеси из расплава, пара и воды, в которой возможно возникновение паровых взрывов. Поэтому весьма актуально изучение процессов взаимодействия при проникновении струи воды в расплав тяжелого металла, включая экспериментальные и численные исследования.

В работе [2] экспериментально исследовалось

<sup>1</sup>Исследование выполнено при финансовой поддержке РНФ (проект № 21-19-00709).

динамическое поведение струи недогретой воды при проникновении в плоский сосуд с цилиндрическим дном, заполненный расплавом свинец-висмут. Динамика проникновения струи и образования каверны в расплаве визуализировались с помощью нейтронной радиографии с высокой частотой кадров, при этом измерялась глубина проникновения, форма каверны, соотношение ее длины к ширине. Был проведен ряд экспериментов, различающихся скоростью водяной струи и температурой расплава, что позволило рассмотреть гидродинамический и тепловой аспекты взаимодействия.

Данная работа посвящена трехмерному численному моделированию взаимодействия струи расплава свинец-висмут с водой. Основной целью работы являлось сравнение полученных результатов с работой [2], поэтому все параметры задачи (геометрия сосуда, температура воды и расплава, скорость струи) в расчетах принимались в соответствии с экспериментальными данными. Свойства воды и водяного пара, а также свойства расплава свинец-висмут задавались в соответствии с литературными данными.

## Вычислительная модель

Численные расчеты проводились при помощи авторского расчетного модуля *fciFoam*, разработанного в рамках программного пакета с открытым кодом OpenFOAM. В этом модуле в рамках подхода Volume-of-Fluid (VOF) реализована модель сжимаемой среды с фазовыми переходами, не имеющая аналогов в стандартном наборе расчетных модулей. Созданная модель валидирована путем качественного и количественного сравнения с аналитическими и экспериментальными данными. Бо-

лее подробная реализация модели и результаты ее применения для расчета гидродинамических и тепловых явлений при взаимодействии воды с расплавами представлены в работе [3].

## Результаты

В работе исследовано проникновение струи воды диаметром  $D_j = 6$  мм со скоростью  $V_j = 4.7$  м/с в плоский сосуд с расплавом свинец-висмут при температуре  $T_m = 778$  К, температура воды составляла  $20$  °С. Как и в экспериментах [2], расчеты проводились при атмосферном давлении, выделяющийся при вскипании воды пар свободно вытекал из резервуара через открытую верхнюю границу.

Основной экспериментальной характеристикой, полученной в работе [2] и описывающей конфигурацию каверны, возникающей при ударе струи воды по расплаву, является отношение ее глубины к ширине  $H_c/W_c$ . На рис. 1а) произведено сравнение экспериментальной [2] и численной оценок этого отношения. Видно, что численные расчеты дают правильную качественную картину развития каверны, хотя максимальное значение исследуемого отношения оказывается на 30% выше, чем в эксперименте. При этом время достижения максимума достаточно хорошо совпадает с экспериментом. К моменту достижения максимальной глубины проникновения каверна в расчетах уже интенсивно расширяется, тогда как в экспериментах наблюдается примерно постоянное значение отношения в течение некоторого времени после начала затормаживания струи.

На Рис. 1б) представлены рассчитанные и экспериментальные зависимости безразмерной глубины проникновения  $H_c/D_j$  от безразмерного времени  $t^* = tV_j/D_j$ . Наблюдается хорошее совпаде-

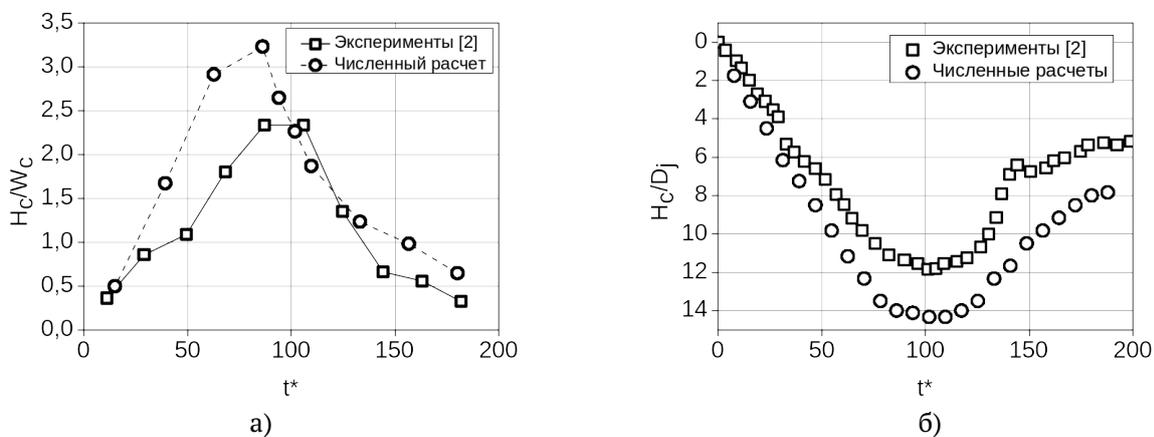


Рис. 1. Сравнение результатов численных расчетов с экспериментальными: а) отношение глубины каверны к ее ширине; б) безразмерная глубина проникновения

ние безразмерного момента времени, соответствующего максимальной глубине ( $t^* \sim 100$ ), различие между абсолютными значениями максимальной глубины каверны составляет порядка 15%.

Результаты численных расчетов методом VOF, демонстрирующие процесс взаимодействия струи воды с расплавом, показаны на Рис. 2. Слева

(Рис. 2а) построены распределения объемных долей расплава, воды и пара в плоскости симметрии, справа (Рис. 2б) приведены поверхности воды и расплава в те же моменты времени.

В начальные моменты проникновения струи в расплав вода растекается по образующей в расплаве каверне, при этом вдоль поверхности кавер-

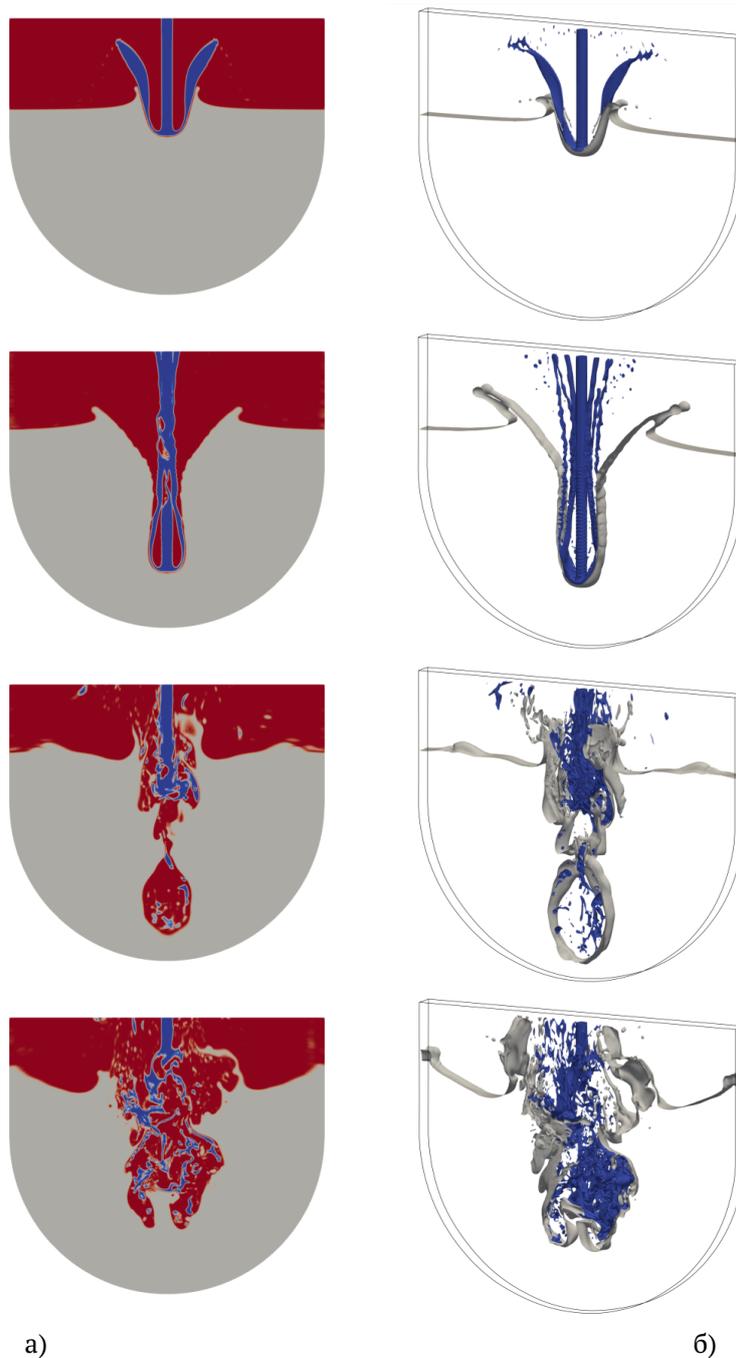


Рис. 2. Взаимодействие струи воды с расплавом: а) объемные доли фаз в плоскости симметрии; б) поверхности расплава и воды.  $t^* = 10, 65, 100, 150$  (сверху вниз)

ны направлен поток воды, поднимающийся вверх (рис. 2,  $t^* = 10$ ). Толщина водяной пленки при приближении ко дну каверны заметно меньше, там происходит вскипание воды, а образующийся пар, в свою очередь, возмущает поверхность каверны, меняя ее конфигурацию. По мере проникновения струи в расплав каверна начинает сужаться (Рис. 2,  $t^* = 65$ ), что приводит к взаимодействию струи воды и противоточного двухфазного потока воды и пара. Далее происходит разделение каверны на две части (Рис. 2,  $t^* = 100$ ), нижняя часть каверны имеет довольно гладкую форму, что может говорить о происходящем в ней пленочном кипении. После достижения максимальной глубины каверна начинает схлопываться, одновременно с этим в области начинается неустойчивое кипение, приводящее к значительной деформации поверхности расплава, что в свою очередь приводит к увеличению теплоотдачи от расплава к воде и еще более сильному вскипанию воды (рис. 2,  $t^* = 150$ ). Часть воды вытесняется из полости, и в дальнейшем форма каверны принимает свою окончательную конфигурацию. Описанные выше этапы взаимодействия хорошо соответствуют этапам, выделенными в экспериментальной работе [2] на основе анализа данных рентгеновской съемки.

## Заключение

При численном моделировании взаимодействия струи воды с расплавом свинец-висмут методом VOF получена картина, хорошо согласующаяся с экспериментальными наблюдениями. На этапе первичного проникновения струи, вплоть до достижения максимальной глубины проникновения, расчет воспроизводит наблюдающиеся в экспериментах конфигурации каверны, включая ее разделение на две части. В процессе взаимодействия, сопровождающегося интенсивным кипением, происходит сильное развитие гидродинамической неустойчивости на поверхности каверны, приводящее к фрагментации расплава и образованию трехфазной области. Для более подробного изучения влияния кипения на динамику взаимодействия в дальнейших работах будет проведена оценка возникающих тепловых потоков и коэффициентов теплоотдачи.

## Список литературы

- [1] Мелихов В.И., Мелихов О.И., Якуш С.Е. Теплофизика и гидродинамика паровых взрывов. М., ИПМех РАН, 2020, 276 с.
- [2] Sibamoto Y., Kukita Y., Nakamura, H. Visualization and Measurement of Subcooled Water Jet Injection into High-Temperature Melt by Using High-Frame-Rate Neutron Radiography // Nucl. Technol. 2002. V.139. P. 205–220.
- [3] Yakush S.E., Sivakov N.S. Numerical Modeling of High-Temperature Melt Droplet Interaction with Water // Ann. Nucl. Energy. 2023. V. 185. Article 109718.



## Цифровая модель лазерного реактора каталитической конверсии метана в углеводороды и водород<sup>1</sup>

Снытников В.Н., Пескова Е.Е.

Институт катализа имени Г.К.Борескова СО РАН, Новосибирск

Современное развитие химических технологий направлено, в частности, на создание малотоннажной переработки метана в этилен, ацетилен, водород. Нами было предложено искать решение этой задачи на путях лазерной термохимии. В этой области химические реакторы разрабатываются на основе воздействия лазерного излучения на реакционную среду. В нашем случае, это газ метан и нанометровые каталитические частицы, которые витают в объеме. Частицы нагреваются излучением, становясь объемным источником радикалов. Сверхравновесная концентрация радикалов в газе ведет к синтезу непредельных углеводородов из метана при относительно невысоких температурах реакционного газа. Размеры оксидных частиц в первом десятке нанометров обеспечивают быстрый сброс их температуры вне лазерного излучения, что приводит к торможению вторичных реакций и к закалке получаемых продуктов.

Для нестационарных задач лазерной термохимии нами разработана математическая модель [1], численный алгоритм и собственный CFD код. В нем

в комплексе решаются задачи дозвуковой многокомпонентной газодинамики с изменением объема из-за химических реакций, с динамикой многокомпонентной пыли, гетерогенно-гомогенной кинетикой радикальных цепных реакций для углеводородов, с переносом и поглощением излучения. Используя этот код, нами создана цифровая модель лабораторного реактора с перспективой масштабного перехода к реакторам большей производительности.

Цифровая модель лазерного реактора с течением газа и твердых наночастиц рассчитывается в двумерной осесимметричной геометрии со стенками, через которые осуществляется нагрев среды помимо лазерного излучения. В реакторе происходит встречное столкновение нагретой газопылевой смеси и метана пониженной температуры без каталитических наночастиц. Лазерное излучение вводится в однофазный поток метана. Оно поглощается в зоне повышенной концентрации этилена. Реакционная среда с продуктами конверсии метана выводится через боковое отверстие в стенке трубы. Лазерный синтез непредельных углеводородов из природного газа изучен для различных параметров. Выяснилось, что на реакционной длине до 40 см изменение числа частиц диаметром 10 нм в диапазоне 1018 - 1019 м<sup>-3</sup> ведет к изменению выходов продуктов в десятки раз при прочих

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке РФФ (грант No 21-19-00429)

одинаковых значениях интенсивности излучения до 100 Вт, температуры смеси и стенок реактора и пр. Поиск активного катализатора и экспериментальное измерение для него энергии активации метана стало одной из ключевых задач проектирования лабораторного реактора. В целом, изучение цифровой модели реактора показало возможность получить высокие, более 60% конверсии сырья в водород и другие целевые продукты в ламинарных

потоках без дополнительной закалки продуктов при использовании технологических лазеров умеренной мощности.

### Список литературы

- [1] Снытников В.Н., Пескова Е.Е., Стояновская О.П. Модель двух-температурной среды газ – твердые наночастицы с лазерным пиролизом метана // Математическое моделирование. 2023. Т. 35. № 4. С. 24 – 50



## Экспериментальные исследования газоразрядной плазмы в стационарных и динамических средах<sup>1</sup>

Солодовников С.И., Рулева Л.Б.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Многолетние исследования квазистационарной газоразрядной плазмы востребованы по сей день [1, 2]. Нормальный тлеющий разряд (НТР) характеризуется наименьшей постоянной плотностью тока. В паре катод-анод при уменьшении электрического тока, протекающего через разряд, напряжение на катодном слое с некоторого момента сохраняет свое минимально возможное значение, разряд стягивается, и занимает лишь часть поверхности катода [3].

Известны исследования [4] динамики свечения плазмы импульсного поверхностного, объемного разряда в покоящемся воздухе и в скоростных потоках при инициировании разряда в наносекундной длительности. Показано, что релаксирующая плазма имеет свечение в течение нескольких микросекунд после окончания тока разряда, которое связано с режимами течения. Вопросы управления конфигурацией ударных волн при обтекании с помощью сверхбыстрого локального нагрева среды при создании и распаде сильнонеравновесной импульсной плазмы показали, что метод эффективен

и на малых дозвуковых скоростях [5].

Эксперименты с газоразрядной плазмой проведены на специально созданной установке [4] для исследования «Нормального тлеющего разряда» (НТР), а затем были адаптированы к установке (ГУ-АТ).

### Лабораторная установка НТР

Схема лабораторной установки НТР показана на Рис. 1, на Рис. 2 приведены вольт-амперные характеристики (ВАХ) в азоте.

В экспериментах использовался источник питания Spellman SA4. Напряжение на газоразрядном промежутке и ток в нем измерялись с использованием аналого-цифрового преобразователя АЦП (10 МГц), подключенного к компьютеру посредством делителей: балластного сопротивления ( $R_0 = 300$  кОм) и шунта ( $R = 75$  Ом), соответственно. Проводилось фотографирование разряда при разных значениях ЭДС ( $\epsilon$ ) источника питания, что позволило получать оценочные значения диаметра токового столба в области положительного столба, катодного и анодного пятен. В неподвижной среде сопряженное численное и физическое моделирование нормального тлеющего разряда (НТР) в молекулярном азоте при давлении 3 и 5 Торр показало удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных данных. Анализ опытных и расчетных

<sup>1</sup>Работа поддержана грантом РФФ № 22-11-00062

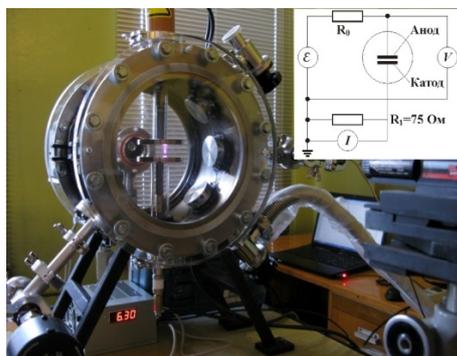
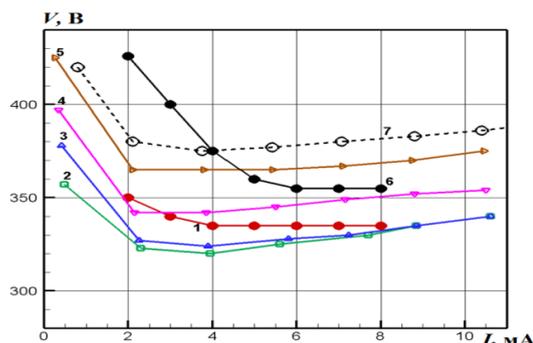


Рис. 1. Установка НТП

Рис. 2. ВАХ в  $N_2$ : 1,6 – эксперимент ( $p = 3$  и 5 Torr); 2–5 ( $p = 3$  Torr), 7 (5 Torr) – расчет

данных позволил идентифицировать НТП и быстро находить области существования квазистационарной газоразрядной плазмы в экспериментах.

### Лабораторная установка ГУАТ

В аэродинамическом блоке ГУАТ [1], объемом 800 л, модели различных форм обтекаются газовыми потоками в широких диапазонах чисел Маха. В соответствии с принципом действия в ГУАТ ударная волна переотражается от торцов и при каждом торможении ее у входа в сопло происходит истечение потока на модель, что в дальнейшем влияет на физическую картину существования разряда.

Проведены экспериментальные исследования модели плоского канала, снабженной высоковольтными электродами. На Рис. 3–5 показаны: фрагмент ГУАТ, высокоскоростная камера перед иллюминатором и модель перед соплом.

Разряд зажигается не только в азоте, но и в воздухе при давлении 5 Torr, напряжении 2 кВ и токе 5 мА. В неподвижном воздухе разряд стабильно горит до момента снижения давления менее 3 Torr. Физические картины экспериментов в ГУАТ и на установке НТП соответствовали друг другу, при этом разрядный столб не совершал движения, и его поперечное сечение не меняло своего мини-

мального значения.

При истечении потока со скоростью  $= 2,94$  на модель, разрядный столб выгнулся по потоку, затем разорвался. При переотражении ударной волны в ударной части ГУАТ в аэродинамической части в области разряда происходило следующее. Когда к соплу подходила волна разрежения, в аэродинамическом блоке разряд вспыхивал снова, затем после изменения давления потока на модель он трансформировался. Все эти процессы регистрировала видеокамера с длительностью одного кадра 300 мкс при приемлемом разрешении, притом, что длительность кадра может быть уменьшена на порядок. На Рис. 6 приведены кадры видеосъемки горения разряда в развитии в положении видеокамеры у иллюминатора.

При регистрации теневой картины ударно-волновых структур видеокамера не «видит» разряд через теплер, а без теплера видеокамера в положении рис. 4 регистрирует разряд, но не «видит» ударно-волновых конфигураций. Теневая картина в развитии показана на рис. 7.

Погрешность регистрации давлений в пробке торможения ударной волны ГУАТ перед соплом составили 1,6% и 5,7%. Сравнение структур показало небольшое увеличение расстояния фронта ударной структуры от модели.



Рис. 3. ГУАТ

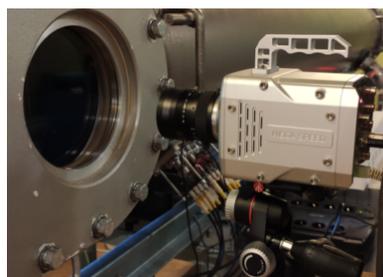


Рис. 4. Видеорегистрация

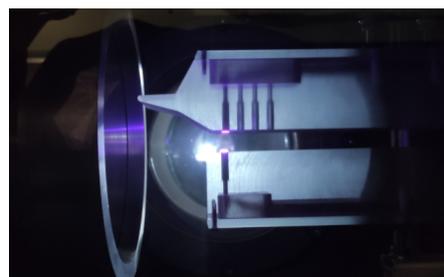


Рис. 5. Модель



Рис. 6. Разряд в потоке ГУАТ



Рис. 7. Теневая картина в развитии

## Выводы

Эксперименты с газоразрядной плазмой в неподвижной среде и в скоростном потоке показали согласие по формированию параметров нормального тлеющего разряда. Отмечено устойчивое горение при давлениях среды: 3–8 торр и токе 3–5 мА.

Анализ опытных и расчетных данных позволил идентифицировать НТР и быстро находить области существования квазистационарной газоразрядной плазмы в экспериментах. Эксперименты с газоразрядной плазмой в области расположения моделей перед соплом показали трансформацию разряда при квазистационарном и нестационарном обтекании моделей воздушным потоком.

## Список литературы

- [1] *Shang J.J.S., Surzhikov S.T.* Plasma Dynamics for Aerospace Engineering. 2018. Cambridge University Press, 388 с. doi: 10.1017/9781108292566.
- [2] *Surzhikov S.T.* Theoretical and Computational Physics of Gas Discharge Phenomena. 2020. De Gruyter. (Berlin, New York.- 537 с. doi: 10.1515/9783110648836.
- [3] *Surzhikov S.T.* Comparative Analysis of the Parameters of the Normal and Abnormal DC Glow Discharges//Plasma Physics Reports. 2022. С. 1261-1272. doi: 10.1134/s1063780x22700337.
- [4] *Surzhikov S.T. and etc.* Normal Glow Discharge: Comparison of Calculated and Experimental Data//Interperiodica Publishing. 2019. С. 154-158. doi: 10.1134/s1028335819040049.
- [5] *Дорощенко И.А. и др.* Исследования плазодинамических процессов наносекундного диапазона при формировании ударных волн от импульсных разрядов // ЖТФ. М.2018. С.684-691.
- [6] *Стариковский А.Ю., Александров Н.Л.* Управление газодинамическими потоками с помощью сверхбыстрого локального нагрева сильнонеравновесной импульсной плазме. 2006, 102 с. <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/2006/2006.11681.pdf>



## Тепломассоперенос и диспергирование при нагреве композиционного топлива гранул гидрата метана и жидкого биотоплива<sup>1</sup>

Стрижак П.А., Антонов Д.В.

Томский политехнический университет, Томск

В работе приведены результаты экспериментальных исследований характеристик взаимосвязанных физико-химических процессов и фазовых превращений при нагреве композиционного жидкого топлива на основе гранул гидрата метана и жидкого биотоплива в виде рапсового масла. Изучены закономерности трансформации поверхности образца топлива при инициировании процессов плавления, испарения, кипения, диссоциации, диспергирования и зажигания. Разработана прогностическая математическая модель тепломассопереноса для композиционного топлива.

### Введение

Основным направлением применения гидратов метана считается энергетический сектор [1]. Их рассматривают как перспективный и экологичный альтернативный дополнительный вид топлива и добавку для энергетических установок [2]. В связи с повышенным интересом к альтернативным видам топлива для повышения экологических характеристик работы энергетических и двигательных установок в последние годы активно развиваются технологии вовлечения биокомпонентов в энергетический цикл. Наибольшую калорийность имеют жидкие биотоплива, в частности, рапсовое масло. Однако прямое сжигание рапсового масла имеет

определенные ограничения. Это является основной причиной использования данного масла в качестве добавки к различным энергетическим топливным смесям. Композиционное топливо, приготовленное из смеси преимущественно отработанных компонентов, характеризуется устойчивым равномерным горением, что позволит заменять им первичные энергоресурсы и снижать негативное воздействие на объекты окружающей среды. Добавление рапсового масла в качестве биотоплива к газовому гидрату позволит получить экологичное и энергоэффективное композиционное топливо. Это и послужило мотивацией настоящей работы. Цель настоящей работы – определение критических условий зажигания образцов композиционного жидкого топлива на основе гранул гидрата метана и жидкого биотоплива в виде рапсового масла на основе результатов экспериментальных исследований и численного моделирования.

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке гранта Приоритет-2030-НИП/ЭБ-006-375-2023

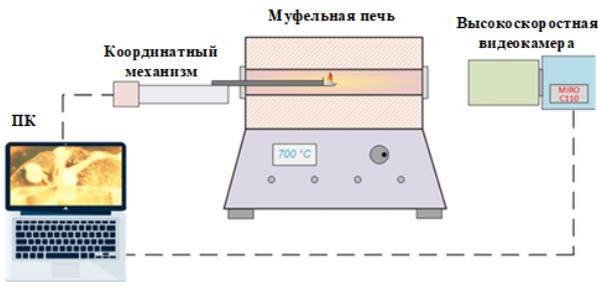


Рис. 1. Схема экспериментального стенда

### Экспериментальная методика

В качестве образцов газового гидрата использовались гранулы гидрата метана с пористостью 28–32%. Содержание метана в грануле гидрата составляло 11–13%. В качестве жидкого горючего компонента использовалось рапсовое масло (ГОСТ 31759-2012).

Для определения характеристик зажигания и горения исследуемых топлив использовался экспериментальный стенд, представленный на Рис. 1.

### Результаты экспериментального исследования

На Рис. 2 представлены типичные видеокадры, полученные при регистрации характеристик зажигания исследуемых топлив. Для всех топливных композиций зарегистрированы специфические особенности. Так, например, зажигание газового гидрата (Рис. 2а) включало два этапа. Сперва инициировалось зажигание в процессе диссоциации метана и кипения талой воды, а затем инициировалось горение в приповерхностном слое газового гидрата с малым размером пламенной зоны.

Данный эффект обусловлен ограниченной скоростью диссоциации метана, т.е. не весь объем гидратизированного газа одновременно вступал в реакцию, а лишь его небольшая доля, диссоциирующая со свободной поверхности. Совместное сжигание гидрата метана и рапсового масла характеризовалось тремя этапами (Рис. 2б). Сперва происходило зажигание диссоциирующего метана и паров рапсового масла, сопровождающееся диспергированием микрокапель жидкости. Далее инициировалось воспламенение рапсового масла, прогретого до критических температур. Горение рапсового масла происходило в газовой фазе. Пары масла наиболее интенсивно формировались при температуре приповерхностных слоев 232 °С за счет интенсивного кипения масла (227 °С). Так как в образце топлива с маслом присутствует гидрат, то при его диссоциации определенный объем воды остается. Формируется граница раздела вода/масло. Этот фактор приводит к диспергированию образца в режимах микровзрыва и паффинга.

На Рис. 3 приведены установленные зависимости значений времени задержки зажигания гидрата метана и рапсового масла от температуры газовой среды в камере сгорания. Максимальные времена задержки зажигания соответствуют смеси рапсового масла и воды. Для данного состава при изменении температуры в камере сгорания от 500 °С до 900 °С времена задержки зажигания снижались с 31 с до 6.5 с. Это обусловлено большими затратами энергии на испарение воды для интенсификации зажигания паров масла. Времена задержки зажигания для гидрата метана изменялись в диапазоне 0.6–5.9 с при температуре в камере сгорания 700–900 °С.

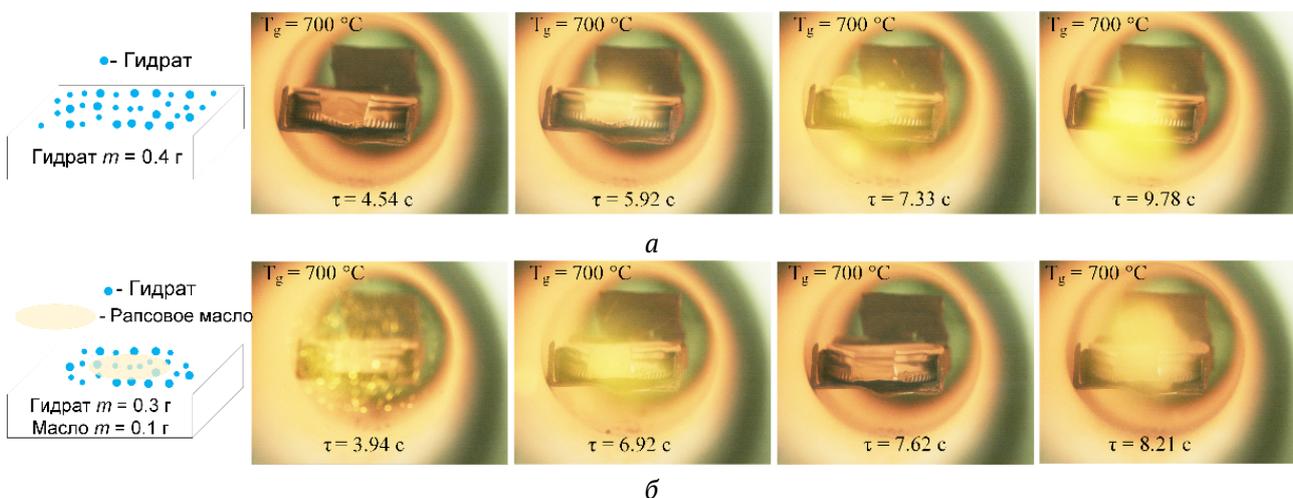


Рис. 2. Видеофрагменты воспламенения образцов исследуемых топлив: а – гидрат; б – рапсовое масло и гидрат

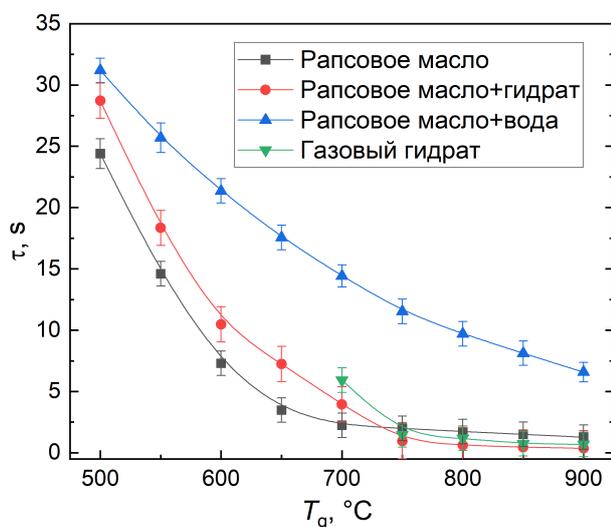


Рис. 3. Зависимости времени задержки зажигания гранул газового гидрата и рапсового масла от температуры газовой среды в камере сгорания

## Математическая модель

Для демонстрации условий прогрева слоев, состоящих из гранул гидрата метана, воды и жидкого биотоплива, разработана модель. При формулировании базовой постановки задачи считалось, что композиционное топливо прогревается в муфельной печи.

Полученные результаты численного моделирования показали, что добавление к газогидрату

дополнительных компонентов в виде воды и рапсового масла приводит к неравномерному распределению температур внутри слоя и росту градиентов температуры. Сформулирован вывод о том, что процессами тепломассопереноса в слое гидрата можно управлять за счет компонентного состава и соответственно интенсифицировать процессы диспергирования и микровзрыва на границе раздела компонентов.

## Заключение

Зажигание исследуемых топлив включало несколько этапов. Горение гидрата метана характеризуется более высокими временами задержки зажигания и длительности горения по сравнению с рапсовым маслом. Разработана математическая модель тепломассопереноса для прогнозирования характеристик физико-химических процессов в камере сгорания с композиционным топливом. Установлено неравномерное распределение температур внутри слоя и рост градиентов температуры при добавлении в состав гидрата дополнительных компонентов.

## Список литературы

- [1] Cui G., Guo T., Xie K., Dong Z., Wu D., Yin J., Li Z. Combustion experiment and numerical simulation of methane hydrate sediment under different airflow environments // *Fuel*. 2023. V. 333. Iss. 126560.
- [2] Cui G., Dong Z., Wang S., Xing X., Shan T., Li Z. Effect of the water on the flame characteristics of methane hydrate combustion // *Appl. Energy*. 2020. V. 259. 114205.



## Особенности структурообразования вблизи реакционного фронта в системе несмешивающихся растворов кислоты и основания<sup>1</sup>

Уточкин В.Ю.

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь

Исследование взаимосвязи химических реакций и конвективного движения жидкости мотивируется двумя глобальными причинами. Первой причиной служит бурное развитие представлений о самоорганизации в сложных нелинейных системах, начавшееся в середине прошлого столетия. Технологические приложения обеспечивают вторую важную мотивацию. Локально воздействуя на концентрационные и температурные поля, реакция способна не только инициировать макроскопическое движение, но и осложнять его динамику более тонкими эффектами. Область применения данных эффектов включает технологические процессы хемосорбции при захвате CO<sub>2</sub> в почве, нефтедобычу и нефтепереработку, сепарацию руд. В качестве отдельной перспективной отрасли можно выделить химические микрореакторы проточного типа, где отыскание оптимального способа перемешивания реагирующих компонентов является ключевой проблемой.

Структурообразование вблизи реакционного

фронта в двухслойной системе несмешивающихся растворов подробно изучались в работах [1, 2]. Найденные режимы неустойчивости были обусловлены формированием в среде плотностных потенциальных ям, проявляющих себя локально. Это подчеркивает, что реакция является локализованным механизмом преобразования плотности среды, что совершенно не свойственно, например, классической тепловой конвекции, возникающей под действием внешнего нагрева жидкости.

В настоящей работе исследуется хемоконвективное движение, вызванное протеканием реакции нейтрализации в вертикально-ориентированной ячейке Хеле–Шоу. В начальный момент времени полость заполнена однородным водным раствором щелочи, который находится в состоянии механического равновесия. На верхней границе ячейки задается фиксированное значение концентрации кислоты (Рис. 1). Через некоторое время после приведения реагентов в контакт система приобретает неустойчивую стратификацию по плотности, что приводит к возбуждению макроскопического движения. Предлагаемая математическая модель данного явления включает в себя уравнения движения жидкости в приближениях Буссинеска и Хеле–Шоу, а также уравнения реакции — диффузии. В

<sup>1</sup>Исследование финансово поддержано Российским Научным Фондом (грант № 19-11-00133).

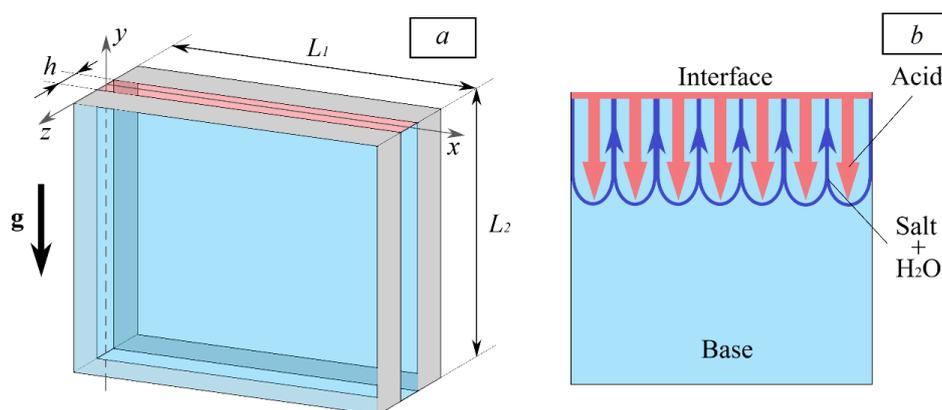


Рис. 1. Схематическое изображение ячейки Хеле-Шоу в координатах  $\{x, y, z\}$  (a), и конфигурации реагентов и продукта реакции в процессе эволюции течения (b)

используемом подходе учитывается не только расход кислоты и основания, но и производство растворителя, что впервые позволило объяснить возникновение регулярной системы вихрей, ранее наблюдавшейся экспериментально.

Проведено формальное параметрическое исследование системы при изменении безразмерного параметра, отвечающего за интенсивность производства воды. Показано, что при некотором критическом значении параметра в системе наблюдается переход от стандартной неустойчивости Рэлея-Тейлора к упорядоченной хемоконвекции. Картина течения представляет собой единую систему пальчиковых структур, чьи кончики выровнены вдоль горизонтальной линии (Рис. 2, а). Нижняя граница вихрей равномерно движется вниз. При этом вместо обычного огрубления структуры, наблюдается рост аспектного отношения вихрей, достигающего нескольких десятков. Изучена эволюция длины

волны конвективной структуры, а также динамика ее нижней границы. Сложные перестройки фронта реакции, которые включают процессы рождения и слияния плевмов, иллюстрируются с помощью пространственно-временных диаграмм (Рис. 2, б). Отмечается, что волновое число вихревой структуры постепенно выходит к асимптотическому значению близкому к единице. Ведущую роль в сохранении квази-постоянного значения длины волны играет процесс вторичной неустойчивости реакционного фронта.

## Список литературы

- [1] Bratsun D., Mizev A., Utochkin V., Nekrasov S., Shmyrova A. Nonlinear development of convective patterns driven by a neutralization reaction in immiscible two-layer systems. // *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2023. DOI: 10.1098/rsta.2022.0178
- [2] Utochkin V., Bratsun D. Spontaneous Ordering of Chemoconvective Fingering Near an Interface in a Reacting Solution. // *Interfac. Phenom. Heat Transfer*, 2022. DOI: 10.1615/InterfacPhenomHeatTransfer.2022046303

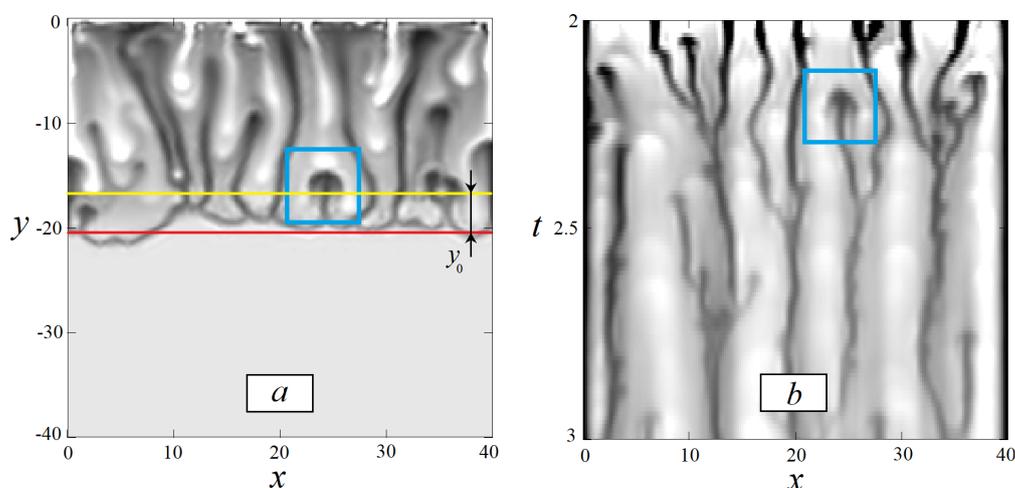


Рис. 2. Пространственное распределение плотности  $\rho(x, y)$  в заданный момент времени (a), и пространственно-временная диаграмма  $\rho(x, t)$  для фиксированного на реакционном фронте значения вертикальной координаты (b)



## Образование Pb-O в возмущенном потоке жидкого свинца: молекулярно-динамический подход

Хнкоян Г.В., Галигеров В.С., Павлов Д.Г., Николаев В.С., Стегайлов В.В.

Объединенный институт высоких температур РАН

Задача контроля состояния кислорода в свинцовых расплавах имеет практическую важность. Для создания моделей, описывающих систему на макроскопическом уровне, необходимо понимание процессов, происходящих на атомистическом масштабе. Нами созданы межатомные потенциалы для системы Pb-O, показана их точность в описании транспортных свойств атомов и концентрации насыщения расплава кислородом. Предложен метод и проведен расчет для предтурбулентного режима течения расплава свинца.

### Введение

На текущий момент перспективным для атомной энергетики является введение в эксплуатацию реакторов на быстрых нейтронах для замыкания топливного цикла. Ввиду принципа действия в таких реакторах в качестве охладителя первого контура используются тяжелые металлические теплоносители, в частности, свинец. Использование свинцового охладителя влечет за собой технологи-

ческую сложность – металлическую коррозию конструкционных сталей. Для предотвращения негативных эффектов коррозии и растворения стали вследствие непосредственного контакта со свинцовым охладителем в расплав вводится кислород для роста защитной оксидной пленки на поверхностях. Контроль состояния кислорода в расплаве также важен для предотвращения шлакообразования – роста твердофазных частиц PbO в объеме теплоносителя.

Нуклеобразование в свинцовом расплаве описывается из термодинамических и кинетических соображений. Практический интерес представляет создание континуальной (CFD) модели, корректно учитывающей процессы в контуре и описывающей его функционирование. В работе [1] предложена модель на основе классической теории нуклеации. Уравнения из работы [1] внедрены в CFD модель, результаты расчета с использованием которой сравнивались с результатами для экспериментального контура [2]. Практическая важность второй работы заключается в учете влияния турбулентного перемешивания как в CFD расчете, так и в эксперименте. Указанная теоретическая модель нуклеации содержит ряд существенных предположений о процессах, протекающих на микроскопическом уровне, в частности, о химическом состоянии кислорода и его диффузии в расплаве, что

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Хнкоян Георгий Врежович, [khnkoian.gv@phystech.edu](mailto:khnkoian.gv@phystech.edu)  
© Галигеров Владислав Сергеевич, [vladgl3@yandex.ru](mailto:vladgl3@yandex.ru)  
© Павлов Даниил Глебович, [pavlov.dg@phystech.edu](mailto:pavlov.dg@phystech.edu)  
© Николаев Владислав Сергеевич, [nikolaev.vs@mipt.ru](mailto:nikolaev.vs@mipt.ru)  
© Стегайлов Владимир Владимирович, [stegailov.vv@mipt.ru](mailto:stegailov.vv@mipt.ru)

также существенно для измерения концентрации кислорода датчиками. Подобные вопросы могут быть изучены первопринципными атомистическими методами (см., например, [3]), которые, однако, позволяют исследовать только системы размером порядка нанометра. Классическая молекулярная динамика (МД) с использованием потенциалов взаимодействия с одной стороны является атомистическим подходом, а с другой позволяет проводить масштабные расчеты для изучения нуклеообразования и турбулентного течения. Актуальной задачей является создание межатомных потенциалов для расплава свинца с примесями и исследование вышеописанных процессов.

### Модель межатомного потенциала взаимодействия

Для оптимизации потенциалов взаимодействия нами создана выборка на основе данных полученных в первопринципных расчетах. Также первопринципные расчеты используются для анализа физико-химического состояния уединенного атома кислорода в расплаве свинца. Показано, что поведение уединенного атома кислорода в расплаве Pb качественно совпадает с таковым в эвтектике свинец-висмут (LBE), см., например, [4].

Для системы Pb-O оптимизированы межатомные потенциалы взаимодействия форм EAM и MTP. Первая используемая модель межатомного потенциала — EAM является вычислительно более эффективной, что позволяет проводить масштабные расчеты (для сотен миллионов атомов), но в то же время менее точной в описании первопринципных данных, чем MTP модель. Выбранная нами модель MTP20 требует примерно в 200 больше вычислительного времени, чем EAM для аналогичного расчета. Целью создания таких моделей, как уже отмечалось выше, является проведение расчетов систем больших размеров, чем те, которые доступны для первопринципных расчетов. При этом мы стремимся воспроизвести наблюдаемое в первопринципных расчетах поведение кислорода.

### Валидация созданных потенциалов

С использованием созданных потенциалов проводятся МД расчеты для сравнения результатов с первопринципными расчетами и экспериментальными данными. Показано соответствие в описании транспортных свойств атомов, а также в описании температурной зависимости концентрации насыщения свинцового расплава кислородом.

На Рис. 1 и Рис. 2 показано соответствие экспериментальным данным температурных зависимостей для коэффициента самодиффузии свинца, а

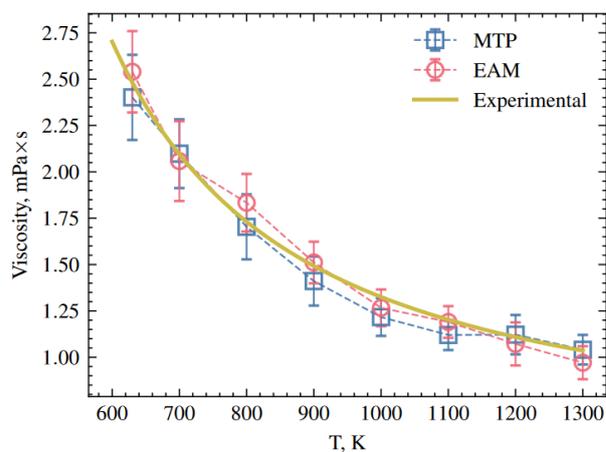


Рис. 1. Сравнение динамической вязкости свинца с экспериментальными данными [5]

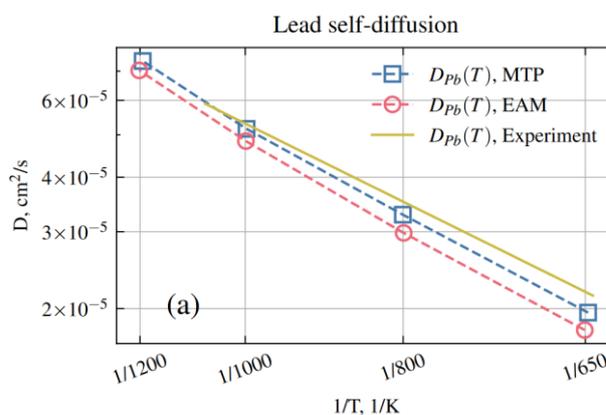


Рис. 2. Сравнение коэффициента самодиффузии свинца с экспериментальными данными [5]

также динамической вязкости расплава свинца. Из соответствия зависимостей можно сделать вывод о точном описании транспорта атомов свинца в расплаве предложенными потенциалами.

### Моделирование предтурбулентного течения в расплаве свинца

Развитие технологий параллельных вычислений на GPU ускорителях делает масштабные атомистические расчеты более доступными при возможности эффективной параллелизации задачи.

Ввиду относительно малых, как правило субмикроскопических размеров рассчитываемых систем, для предотвращения возможных эффектов влияния свободной поверхности в большинстве случаев используются периодические граничные условия (ПГУ). Однако при необходимости поддержания скорости потока, а также его ламинарно-

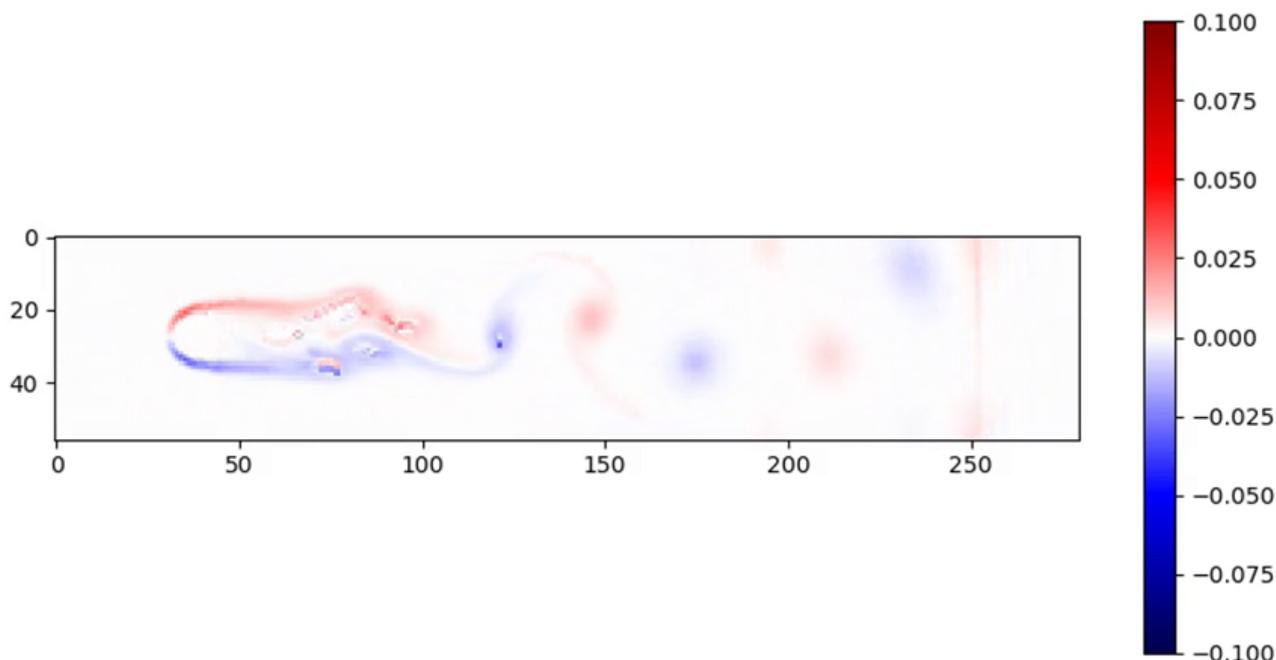


Рис. 3. Завихренность  $\omega = \text{rot } \vec{V}$ ) скорости потока атомов свинца в расчете

сти перед препятствием использование только ПГУ недостаточно.

Для озвученных целей предложен и теоретически обоснован метод, реализующий специальные граничные условия. Суть этого метода состоит в использовании ПГУ и при этом дополнительном переназначении скоростей атомов при их переходе через границу. Метод реализован для широко используемого в случае атомистических расчетов программного пакета LAMMPS. Добавлена поддержка для эффективной параллелизации кода на GPU в рамках модуля LAMMPS/КОККОС.

С использованием разработанного метода, а также потенциала ЕАМ показана возможность получить отрывное течение для потока расплава свинца в атомистическом расчете. Моделирование проводится для ячейки размером  $2500 \times 500 \times 3 \text{ nm}$ , система состоит из  $\approx 108$  миллионов атомов расплава свинца, поток которого обтекает цилиндр свинца радиусом  $R = 321 \text{ nm}$ . Скорость потока атомов свинца составляет  $V = 300 \text{ m/s}$ . Данные параметры расчета соответствуют числу Рейнольдса  $Re \approx 230$ . При таком режиме течения наблюдается вихревая дорожка в потоке за цилиндром. Завихренность  $\omega = \text{rot } (V)$  скорости потока атомов, обтекающего цилиндр, показана на Рис. 3.

Показана возможность масштабирования расчета — увеличения системы с сохранением относительной производительности для достижения больших чисел Рейнольдса. Масштабирование системы также существенно для моделирования нуклеации твердофазного Pb-O в потоке атомов расплава свинца.

### Список литературы

- [1] Gladinez K., Rosseel K., Lim J., Marino A., Heynderickx G., Aerts A. Nucleation and growth of lead oxide particles in liquid lead-bismuth eutectic. // Physical Chemistry Chemical Physics. 2017. V. 19(40). p. 27593–27602.
- [2] Gladinez K., Rosseel K., Lim J., Marino A., Heynderickx G., Aerts A. Formation and transport of lead oxide in a non-isothermal lead-bismuth eutectic loop // Nuclear Engineering and Design, 2019. V. 349, p. 78–85.
- [3] Gil J., Oda T. Structural and chemical analysis of second-row impurities in liquid lead-bismuth eutectic by first-principles molecular dynamics // Physical Chemistry Chemical Physics, 2018, V. 20(48), p. 30480–30491.
- [4] Li D., Song C., He H. Y., Liu C. S., Pan B. C., Wu Y. C. The behavior of oxygen in liquid lead-bismuth eutectic // Journal of nuclear materials, 2013, V. 437(1-3), p. 62–65.
- [5] Fazio C. Handbook on lead-bismuth eutectic alloy and lead properties, materials compatibility, thermal-hydraulics and technologies-2015 edition // Organisation for Economic Co-Operation and Development. 2015. №. NEA-7268.



## Экспериментально-расчетное исследование полей давления при взрывном росте и разрушении паровых пузырей охладителя на перегретой поверхности

Юдин С.М.<sup>\*,\*\*</sup>, Ковешников К.С.<sup>\*,\*\*</sup>, Ивочкин Ю.П.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Объединенный институт высоких температур РАН

<sup>\*\*</sup>НИУ Московский энергетический институт

### Введение

Из множества теорий, описывающих дробление горячего расплава при его взаимодействии с жидкостью-охладителем, можно выделить т.н. кавитационно-акустическую гипотезу. В ее основе лежит предположение о том, что внутри металлической капли возникают зоны с отрицательными давлениями, которые могут быть вызваны внешним воздействием. Наличие таких зон свидетельствует о возникновении растягивающих напряжений, которые в свою очередь могут приводить к разрыву металла изнутри ввиду резкого внутреннего вскипания (кавитации). Данная теория используется для объяснения процесса тонкой фрагментации капель воды и олова при кратковременном воздействии на них лазерным импульсом [1].

Цель данной работы — оценить, может ли взрывное разрушение паровых пузырей охладителя на поверхности расплава [2] инициировать

импульсы давления, достаточные для возникновения явления внутреннего вскипания.

### Экспериментальное исследование

Из-за технических трудностей количественные измерения непосредственно в жидком металле сильно затруднены. Поэтому эксперименты по измерению пульсаций давления, которые сгенерированы коллапсом паровых пузырей при кризисе поверхностного кипения дистиллированной воды, проводились непосредственно в охлаждающей жидкости (Рис. 1).

Опыты выполнены с использованием горячих стальных стержней, имеющих полусферические торцевые окончания. Стержни погружены в воду на глубину радиуса полусферы. Температуры образцов и охладителя, измеряемых термопарами типа хромель – алюмель, варьировались, соответственно, в диапазонах (200–600) °С и (15–95) °С. На фиксированном расстоянии от нижнего торца располагался пьезодатчик, измеряющий импульс давления при взрывном разрушении паровой оболочки (Рис. 1а).

Результаты эксперимента показывают (Рис. 1б), что амплитуда давления, измеренная

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Юдин Степан Михайлович, [yudin\\_uchebnaya@mail.ru](mailto:yudin_uchebnaya@mail.ru)  
© Ковешников Кирилл Сергеевич, [koveshnikov.ks@gmail.com](mailto:koveshnikov.ks@gmail.com)  
© Ивочкин Юрий Петрович, [ivochkin@yandex.ru](mailto:ivochkin@yandex.ru)

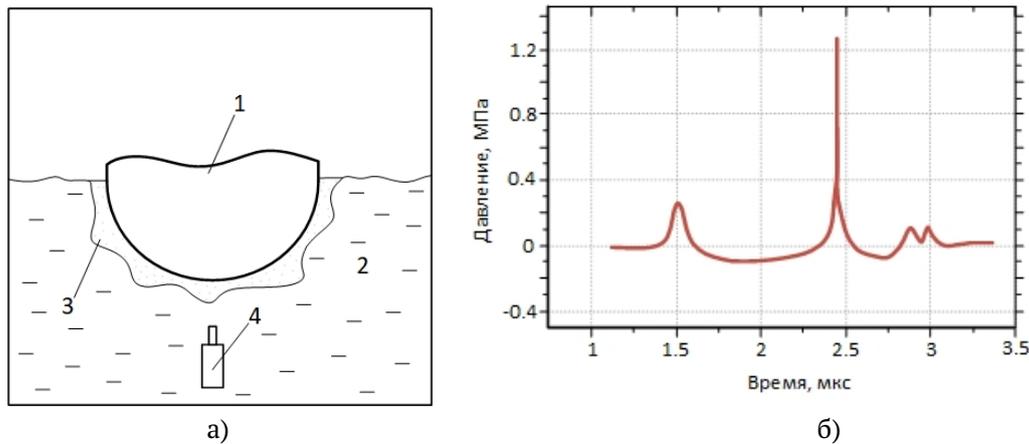


Рис. 1. а) Схема опытного участка установки: 1 – нагреваемый полусферический торец, 2 – охлаждающая жидкость, 3 – паровая пленка, 4 – пьезодатчик; б) Характерный вид осциллограммы давления на расстоянии 6 мм от торца полусферы

на расстоянии 6 мм, может превышать 10 атм., а время длительности отдельного импульса составляет несколько микросекунд.

### Численные оценки

Первоначально, опираясь на экспериментальные данные, было оценено значение амплитуды давления в точке взрывной генерации паровой структуры на горячей поверхности. Для этого проводилось численное моделирование, соответствующее эксперименту, в акустическом приближении в области охлаждающей жидкости (воде).

Расчет производился методом итерационного пересчета амплитуды давления  $p_0$ , т.е. амплитудное давление в предполагаемом месте разрушения - на нижнем торце капли варьировалось до тех пор, пока на интересующем нас расстоянии расчетное значение не совпадало с экспериментальными 1 МПа.

Характерный вид пульсаций, представленный на Рис. 1б позволяет при построении математической модели использовать гауссову форму (1) для описания импульса давления, инициируемого на поверхности расплава:

$$p_{\text{gauss}} = \begin{cases} p_0 e^{-\frac{\pi^2(t-t_0)^2}{t_0^2}}, & t \in [0, t_0], \\ 0, & t \geq t_0 \end{cases} \quad (1)$$

здесь  $t_0$  — длительность импульса задавалась порядком 1 мкс. Также предполагается, что по мере распространения волнового фронта форма импульса не изменяется, а область нагружения имеет линейный размер порядка 1 мм.

В качестве уравнения состояния для воды ис-

пользовалось соотношение в форме Тэта:

$$p = p_0 + \left( \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^n - 1 \right),$$

здесь  $p < 3 \cdot 10^9$  Па, а  $B = 31 \cdot 10^7$ ,  $n = 7, 15$ .

В результате была получена следующая зависимость амплитудного значения давления в охлаждающей жидкости по мере удаления от места схлопывания (Рис. 2а) при наличии только одного поверхностного источника. Согласно результатам расчета, давление при таком нагружении в месте схода паровой структуры может достигать 20 МПа (200 атм.).

Опираясь на полученное значение импульса давления (удара по поверхности) был проведен расчет акустических полей непосредственно в жидкометаллической капле. Импульсная нагрузка осуществлялась в трех различных конфигурациях: одиночный местный источник давления, пара местных источников на верхнем и нижнем торцах капли, воздействие по всей сферической поверхности. В последнем случае имитируется взрывное одновременное разрушение всей паровой пленки.

Для жидкого олова при температуре плавления использовалась зависимость плотности от давления согласно уравнению состояния Ми-Грюнейзена (Рис. 2б).

Результаты расчета свидетельствуют, что внутри жидкого металла действительно возникают отрицательные давления (Рис. 3), которое практически линейно изменяется от количества дискретных источников.

При воздействии импульсом по всей поверхности давление концентрируется в центре капле

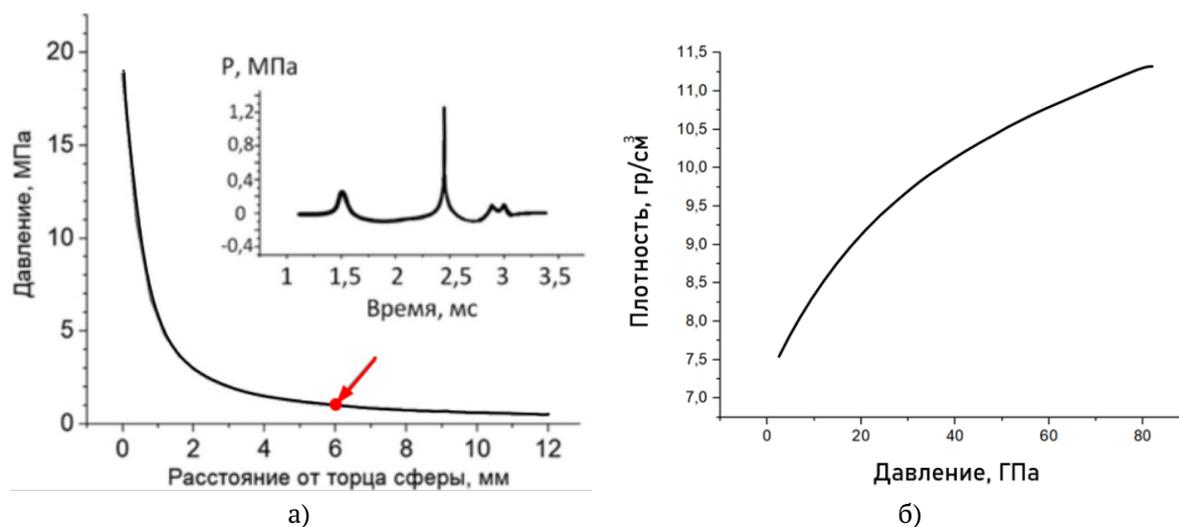


Рис. 2. а) Расчетный график зависимости давления от расстояния до места схода паровой структуры при нагружении одним источником б) график зависимость давления в жидком олове от плотности согласно уравнению Ми-Грюнейзена

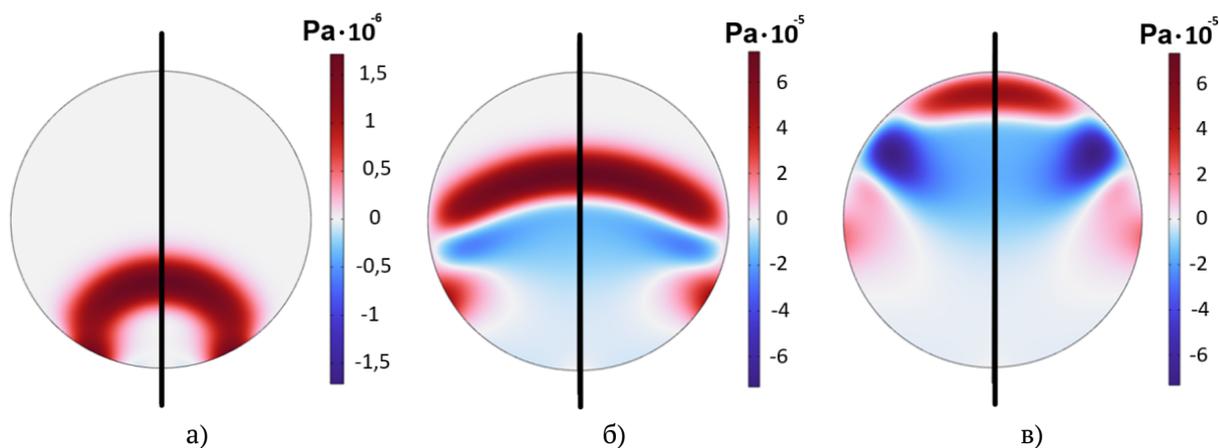


Рис. 3

и может возрастать на 1–2 порядка до (200–2000) МПа.

## Выводы

В результате работы был проведен численный расчет, благодаря которому была установлена кривая зависимости давления по мере удавления от места разрушения паровой структуры, а также оценено значения давления в самом месте разрушения.

Полученные акустические поля в капле жидко-

го олова не противоречат гипотезе кавитационно-акустической фрагментации расплава.

## Список литературы

- [1] Vinokhodov A. Y. et al. Formation of a fine-dispersed liquid-metal target under the action of femto-and picosecond laser pulses for a laser-plasma radiation source in the extreme ultraviolet range // *Quantum Electronics*. 2016. V. 46 (1), p. 23.
- [2] Синкевич О. А. и др. Экспериментальное исследование пленочного и переходного режимов кипения на твердых и жидкометаллических полусферах, погруженных в недогретую жидкость // *Труды РНКТ-4*. 2006. Т. 4. С. 208–211.



## Моделирование фронта горения в процессе окислительной регенерации катализатора<sup>1</sup>

Язовцева О.С.<sup>\*</sup>, Губайдуллин И.М.<sup>\*\*,\*\*</sup>, Загоруйко А.Н.<sup>\*\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup>Математический институт им. В.А. Стеклова РАН, Москва

<sup>\*\*</sup>Институт нефтехимии и катализа - обособленное структурное подразделение Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа

<sup>\*\*\*</sup>Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа

<sup>\*\*\*\*</sup>ФИЦ «Институт катализа им. Г. К. Борескова СО РАН», Новосибирск

Исследование посвящено математическому моделированию процесса окислительной регенерации слоя катализатора, в частности, исследованию условий возникновения фронта горения в слое катализатора при регенерации [1]. Окислительная регенерация катализатора — это выжиг коксовых отложений кислородсодержащим газом с целью восстановления каталитической активности.

Хорошо известны проблемы выжига коксовых отложений, связанные с экзотермичностью реакции. Горение кокса сопровождается резким повышением температуры, возникающим в определенный момент времени [2]. Фронт горения перемещается по длине слоя катализатора, образуя большие температурные забросы, что может привести

к необратимой порче катализатора и возникновению опасных ситуаций на производстве [3].

Математическое моделирование выжига коксовых отложений катализатора позволяет эффективно выявлять проблемные участки горения и исследовать возможности управления процессом за счет подбора начальных данных и технологических параметров.

Модель регенерации слоя катализатора включает в себя нестационарные уравнения диффузии-конвекции-реакции для описания химических и диффузионных процессов в зерне катализатора. Граничные условия отвечают условиям массообмена между газом в зерне и в реакционной смеси. Химическое взаимодействие в ходе выжига описано как окисление углерода до его диоксида [2].

Для упрощения постановки задачи принята гипотеза об изотермичности зерна катализатора. Она позволяет не учитывать в тепловом балансе зерна изменение температуры по линейным параметрам зерна [4].

Уравнения учета движения газа в слое катализатора являются стационарными уравнениями переноса, что соответствует модели идеального вы-

<sup>1</sup>Работа Язовцевой О.С. выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-71-30012). Работа Губайдуллина И.М. выполнена в рамках государственного задания Института нефтехимии и катализа УФИЦ РАН (тема No FMRS-2022-0078).

теснения [5]. Скорость газа принята постоянной [2].

Расчет коэффициентов тепло- и массообмена проведен с использованием критериев подобия [2]. Эффективные коэффициенты теплопроводности реакционной смеси и теплоемкости зерна катализатора рассчитаны с учетом химических составов и пористости зерна [6]. Эффективный коэффициент диффузии рассчитан как среднегармоническое коэффициентов молекулярной и кнудсеновской диффузии с учетом проницаемости пор [7].

Предложенная модель хорошо отражает реальные процессы, протекающие в слое катализатора при его регенерации [2]. Изменение входных данных процесса ощутимо влияет на ход процесса, например, скорость движения фронта горения в значительной степени зависит от скорости реакционной смеси. Это дает основания полагать эффективность динамического управления процессом [8].

Вычислительный алгоритм выполнен на основе интегро-интерполяционного метода. В силу существенной нелинейности уравнения диффузии-конвекции-реакции проинтегрированы явно. При этом уравнения переноса по длине реактора аппроксимированы неявной схемой, поскольку неизвестные функции входят в них линейно. Граничные условия аппроксимированы также неявно: при некоторых параметрах возникает значительный градиент температуры и концентраций на границе зерна катализатора.

В работе представлены результаты моделирования слоя катализатора в процессе окислительной регенерации при нестационарных граничных условиях.

## Список литературы

- [1] Балаев А.В., Дробышев В.И., Губайдуллин И.М., Масагутов Р.М. Исследование волновых процессов в регенераторах с неподвижным слоем катализатора // Распространение тепловых волн в гетерогенных средах. Новосибирск: Наука. Сибирское отделение, 1988. с. 233–246.
- [2] Reshetnikov S.I., Petrov R.V., Zazhigalov S.V., Zagoruiko A.N. Mathematical Modeling of Regeneration of Coked Cr-Mg Catalyst in Fixed Bed Reactors // Chemical Engineering Journal, 2020. V. 380. DOI: 10.1016/j.cej.2019.122374.
- [3] Масагутов Р.М., Морозов Б.Ф., Кутелов Б.И. Регенерация катализаторов в нефтепереработке и нефтехимии. М.: Химия, 1987. 144 с.
- [4] Gubaydullin I.M., Peskova E.E., Yazovtseva O.S., Zagoruiko A.N. Numerical Simulation of Oxidative Regeneration of a Spherical Catalyst Grain // Mathematical Models and Computer Simulations, 2023. V. 15. p. 485–495. DOI: 10.1134/S2070048223030079.
- [5] Слинко М.Г. Моделирование химических реакторов. Новосибирск: Наука, 1968. 96 с.
- [6] Yazovtseva O.S., Gubaydullin I.M., Peskova E.E., Sukharev L.A., Zagoruiko A.N. Computer Simulation of Coke Sediments Burning from the Whole Cylindrical Catalyst Grain // Mathematics, 2023. V. 11 (669). DOI: 10.3390/math11030669.
- [7] Малиновская О.А., Бесков В.С., Слинко М.Г. Моделирование каталитических процессов на пористых зернах. Новосибирск: Наука, СО РАН, 1975. 268 с.
- [8] Губайдуллин И.М. Математическое моделирование динамических режимов окислительной регенерации катализаторов в аппаратах с неподвижным слоем. Уфа: Институт Нефтехимии и катализа АН РБ. 1996. Автореферат диссерт. ... канд. физ.-мат. наук.



## Волновые явления при быстром вскипании жидкостей: физические процессы и проблемы моделирования<sup>1</sup>

Якуш С.Е.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Фазовые переходы, сопровождающиеся значительным увеличением удельного объема вещества, могут служить источником механической энергии за счет расширения образующейся при переходе фазы. Характер этого расширения зависит от скорости фазового перехода — от изобарного при низком темпе (квазистационарный процесс) до волнового, когда расширяющееся вещество служит своего рода поршнем, вызывающим формирование волн сжатия в окружающем пространстве. Из всех возможных типов фазового перехода, наибольший интерес с этой точки зрения вызывает вскипание жидкости, для которого (вдали от критической точки) отношение плотностей в конденсированной (жидкой) и паровой фазах может составлять 2–3 порядка величины. Быстрое вскипание жидкости способно порождать ударные волны, данные явления относятся к категории физических взрывов [1].

Причины интенсивного вскипания жидкости могут быть связаны как с выделением внутренней энергии самой жидкости, так и с сообщением ей

энергии от внешнего источника, которым может служить нагретое до высокой температуры тело или другая жидкость, температура которой значительно превосходит температуру кипения более летучей жидкости. Явления первого типа характерны для аварий при хранении и транспортировке сжиженных углеводородов – аварии типа BLEVE (Boiling Liquid Expanding Vapor Explosion) [2, 3]. Второй тип физических взрывов представляет значительный интерес в связи с проблемами безопасности ядерных энергетических реакторов — паровой взрыв при взаимодействии расплава коридума с водой при плавлении активной зоны, либо воды с тяжелометаллическим теплоносителем при разрыве трубки парогенератора реактора на быстрых нейтронах.

Физические взрывы обладают значительно меньшей энергетической эффективностью по сравнению с взрывами конденсированных веществ. Причинами сильной неидеальности являются конечная скорость выделения энергии (по сравнению с практически мгновенной детонацией при химических взрывах), кроме того, выделение энергии происходит в значительно большей области, что существенно снижает плотность энергии и плотность мощности взрыва.

Моделирование физических взрывов требует привлечения моделей многофазных сред для опи-

<sup>1</sup>Исследование выполнено в рамках госзадания ИПМех РАН (тема 123021700057-0).

сания источника, в котором происходит преобразование внутренней энергии вскипающей жидкости в механическую работу расширения, в сочетании с подходами для описания возникающих в атмосфере или жидкой среде ударных волн, успешно применяемыми в газовой динамике. В работе рассмотрены примеры моделирования физических взрывов указанных типов.

## Взрывы резервуара высокого давления

Для описания быстрых газодинамических процессов при явлении типа BLEVE (взрыв расширяющихся паров вскипающей жидкости) плодотворной оказывается использование гомогенной равновесной модели, в которой предполагается, что паровая фаза при вскипании движется совместно с жидкой фазой, при этом процессы вскипания и конденсации протекают гораздо быстрее, чем собственно расширение облака. Это позволяет использовать предположение о термодинамическом равновесии между фазами, без необходимости рассмотрения кинетики фазового перехода. Наиболее простая модель для двухфазной среды получается в предположении об изэнтропичности процесса [2], более сложное описание включает решение уравнения для энергии двухфазной смеси и определение давления и объемной доли пара по найденной плотности и удельной внутренней энергии [3].

Как правило, считается, что явления типа BLEVE происходят со сжиженными газами, которые хранятся при температуре окружающей атмосферы в виде жидкости высокого давления (например, пропан), тогда как легкие углеводороды (метан) в этом контексте не рассматриваются (их сжижение требует криогенных температур). Однако в связи с бурным ростом во всем мире производства и перевозок сжиженного природного газа (LNG) встает вопрос о более адекватной оценке связанных с этим опасностей. В частности, при выходе из строя системы охлаждения следует ожидать резкого роста давления в резервуаре со сжиженным природным газом, что при последующем разрушении оболочки также может вызвать физический взрыв типа BLEVE. Поэтому встает вопрос о характеристиках взрывных волн и их опасности.

Для демонстрации относительной опасности взрывов от различных сжиженных углеводородов были проведены сравнительные расчеты взрыва резервуара диаметром 10 м, содержащего метан  $\text{CH}_4$ , пропилен  $\text{C}_3\text{H}_6$  и пропан  $\text{C}_3\text{H}_8$  при одинаковых начальных давлениях — 10 и 30 бар. Несмотря на значительные различия в начальных термодинамических параметрах (так, при давлении 10 бар

начальная температура сжиженного метана составляет 149 К, пропана — 300 К, при 30 бар — 177 К и 350 К, соответственно), выделяющаяся при взрыве удельная энергия оказывается довольно схожей: при 10 бар для метана она составляет 21.7 кДж/кг, для пропана — 23.6 кДж/кг, а при 30 бар — 67.5 и 73.6 кДж/кг, соответственно. Более того, характерная скорость расширения, оцененная из выделяющейся энергии, при давлении 10 бар для метана составляет 208 м/с, для пропана — 217 м/с, а при 30 бар — 367 и 383 м/с, соответственно. Фактически, данные скорости определяют скорость «поршня», который толкает газ в атмосфере при разрушении резервуара и вызывает возникновение воздушной ударной волны. Расчеты, выполненные по сопряженной модели, подтвердили слабую зависимость характеристик ударных волн от вещества в резервуаре — практически все определяется начальным давлением, которое соответствует, однако, различным температурам перед взрывом.

## Вскипание воды в расплаве тяжелого металла

Явления типа физического взрыва могут возникать не только в атмосфере, но и в жидкостях. Примером может служить авария с разрывом теплообменной трубки парогенератора ядерного энергетического реактора на быстрых нейтронах со свинцовым теплоносителем. В результате такой аварии в расплав свинца при давлении порядка 1 МПа может выбрасываться насыщенная вода из второго контура, имеющая давление порядка 20 МПа. Истечение может быть как струйным, так и одномоментным, в последнем случае капля воды высокого давления оказывается окруженной значительно более плотной средой низкого давления. Первым этапом перехода воды к новому термодинамическому состоянию является вскипание и расширение пароводяной смеси, и лишь на более позднем этапе роль начинают играть тепловые процессы, связанные с нагревом пароводяной смеси горячим расплавом.

Рассмотренная в первом разделе равновесная гомогенная модель пригодна для описания волн сжатия, распространяющихся в расплаве свинца, а также последующего расширения пароводяной смеси. При этом для внутренней задачи пригодна та же модель, что применялась для описания взрывов резервуаров высокого давления, а внешняя среда (расплав свинца) описывается баротропным уравнением Тейта  $p = p_* + B[(\rho_l/\rho_*)^\gamma - 1]$ , которое нашло широкое применение, например, при моделировании подводных взрывов в воде. Параметры уравнения для свинца были определены

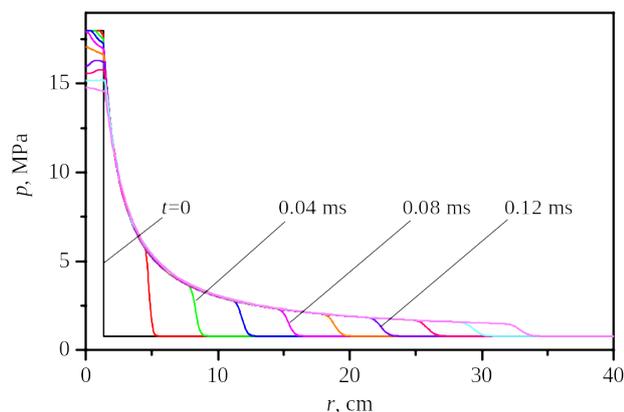


Рис. 1. Волна давления в расплаве свинца при вскипании капли воды

из его справочных свойств [6], в частности – известной начальной плотности и скорости звука в расплаве:  $p_* = 0.1$  МПа,  $\rho_* = 10417.4$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma = 12$  и  $B = 2677.5$  МПа. Для воды использовались табличные данные по свойствам на линии насыщения.

Расчеты по сопряженной модели позволили получить волны давления, распространяющиеся по расплаву свинца при резком выбросе объема воды высокого давления. На Рис. 1 показаны полученные волны давления в свинце при вскипании капли воды радиусом 13 мм с начальным давлением 18 МПа. Видно, что за быстро распространяющимся фронтом давления устанавливается квазистационарное распределение давления, а снижение давления в пароводяной области происходит медленно вследствие большой инерции тяжелого металла, заполняющего внешнее пространство. Дальнейшее расширение смеси вызывает радиальное растекание свинца, оно сопровождается периодическим перерасширением и схлопыванием, аналогично

классической задаче Рэлея. Данные колебания, однако, не играют большой роли с точки зрения оценки опасности разрыва трубки парогенератора реактора, а имеют скорее теоретический интерес.

## Заключение

Физические взрывы представляют собой интересное явление, в котором взаимодействуют как гидродинамические, так и теплофизические процессы. Использование гомогенной равновесной модели является весьма продуктивным, поскольку позволяет описать процессы без рассмотрения деталей на микроуровне, что сопряжено со значительными неопределенностями.

Автор выражает глубокую благодарность своим коллегам по исследованиям О.И.Мелихову и В.И.Мелихову (МЭИ).

## Список литературы

- [1] Гельфанд Б.Е., Сильников М.В. Химические и физические взрывы. М., Полигон, 2003, 416 с.
- [2] Yakush S.E. Model for blast waves of Boiling Liquid Expanding Vapor Explosions // Int. J. Heat Mass Transf. 2016. V. 103. p. 173–185.
- [3] Якуш С.Е. Расчет ударных волн при взрыве резервуара высокого давления со сжиженным газом // Физика горения и взрыва. 2020. с. 83–92.
- [4] Безносков А.В., Бокова Т.А. Оборудование энергетических контуров с тяжелыми жидкометаллическими теплоносителями в атомной энергетике. Н.Н., Нижегород. гос. техн. ун-т им. П.Е. Алексеева. 2012. 536 с.
- [5] Zhang Y., Wang C., Lan Z., Wei S., Chen R., Tian W. Review of thermal-hydraulic issues and studies of lead-based fast reactors // Renewable and Sustainable Energy Reviews, 120 (2020), 109625.
- [6] OECD/NEA. Handbook on Lead-bismuth Eutectic Alloy and Lead Properties, Materials Compatibility, Thermal-hydraulics and Technologies, 2015. Nuclear Energy Agency OECD 2015 Ed.



## Дальние волновые поля на поверхности раздела глубокого океана и ледяного покрова от локализованных источников<sup>1</sup>

Булатов В.В.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

Решена задача о дальних волновых полях, возникающих на границе раздела льда и бесконечно глубокого однородного океана при обтекании локализованного источника возмущений. Получено интегральное представление решения и с помощью метода стационарной фазы построено асимптотическое представление решения для различных режимов волновой генерации. Численные расчеты показывают, что при изменении скоростей потока и толщины льда происходит заметная качественная перестройка фазовых картин возбуждаемых дальних волновых полей на границе раздела льда и жидкости.

### Введение

Изучение волновых процессов в море с плавающим ледяным покровом актуально для изучения его реакции на различные гидродинамические возмущения, движущиеся надводные и подводные суда, процессы распада ледяных полей в интересах судоходства, а также совершенствования методов дистанционного зондирования поверхности ледяного покрытия. Поверхностные возмущения ледяного покрова, которые могут быть зарегистрированы с помощью специальных радиолокационных и оптических систем, несут информацию не только об источниках возмущений, но и о характеристиках морской среды подо льдом [1–3]. Плавающий ледяной покров, определяющий динамическое взаимодействие между океаном и атмосферой, влияет на динамику не только морской поверхности, но и

подповерхностных вод, так как в общем движении по вертикали участвует как ледяной покров, так и вся масса жидкости под ним. Одним из заметных источников возбуждения ледяного покрова могут являться интенсивные внутренние гравитационные волны, в частности что колебания ледяного покрова за счет внутренних волн могут быть от нескольких сантиметров (прилив) до 2–3 метров (цунами), амплитуды до 30 см регистрировались при наличии ветровых волн [4], [5].

Обычно предполагается, что ледяной покров является сплошным (его горизонтальные масштабы превышают длины возбуждаемых волн), и при достаточно общих условиях моделируется тонкой упругой физически линейной пластиной, деформации которой малы. Для проведения прогнозных расчетов возмущений ледяного покрова можно подбирать параметры модели генерации так, чтобы приблизить смоделированную волновую систему к реально наблюдаемым в природных условиях картинам возмущения поверхности льда.

<sup>1</sup>Работа выполнена по гранту РНФ № 23-21-00194.

## Постановка задачи и основные результаты

Целью настоящей работы является решение ранее не рассматриваемой задачи о построении асимптотик дальних волновых возмущений ледяного покрова, возбуждаемых локализованным источником в потоке однородной жидкости бесконечной глубины. Рассматривается поток идеальной бесконечно глубокой жидкости, который обтекает точечный источник мощности массы. Численные расчеты показывают, что при изменении параметров волновой генерации (изменение скоростей потока и толщины льда) происходит заметная качественная перестройка фазовых картин возбуждаемых волновых полей на границе раздела льда и жидкости. На Рис. 1 представлены результаты расчетов фазовых картин возвышения ледяного покрова для значения толщины льда 1 см и скорости потока 10 м/сек. Сплошные линии на рисунке – линии равной фазы, штриховые --- волновые фронты.

Дисперсионные зависимости могут представлять замкнутые, всюду выпуклые кривые, а также могут иметь две пары точек перегиба, которые существуют только при достаточно малых значениях волновых чисел и расположены симметрично. Усложнение топологии дисперсионных зависимостей приводит к генерации дополнительной системы поперечных волн и появлению соответствующих пар волновых фронтов. В этом случае фазовые картины демонстрируют пространственные струк-

туры типа «ласточкина хвоста» (Рис. 1), когда в фиксированной точке наблюдения происходит качественная перестройка одновременно приходящих волновых фронтов [2, 3]. Наиболее интересными с практической точки зрения являются локальные экстремумы дисперсионных зависимостей, так как асимптотики дальних волновых полей в окрестности соответствующих волновых фронтов и каустик, отвечающих этим экстремумам, можно описать с помощью метода эталонных интегралов. Сложность топологии рассчитанных дисперсионных зависимостей требует для корректного асимптотического исследования дальних полей применения специального математического аппарата.

Численный анализ решений показал, что основными параметрами, которые могут приводить к существенной изменчивости качественных характеристик дисперсионных соотношений, являются толщина льда и скорость потока. Остальные параметры (модуль Юнга, коэффициент Пуассона, напряжение, плотность сред), в пределах естественных масштабов их природной изменчивости практически не влияют на динамику поведения дисперсионных зависимостей. Поэтому усложнение наблюдаемых волновых картин возвышения ледяного покрова может являться одним из признаков заметного изменения только таких параметров морской среды как скорость течения и толщина льда.

Увеличение скорости течения при неизменной толщине льда приводит к расширению (в про-

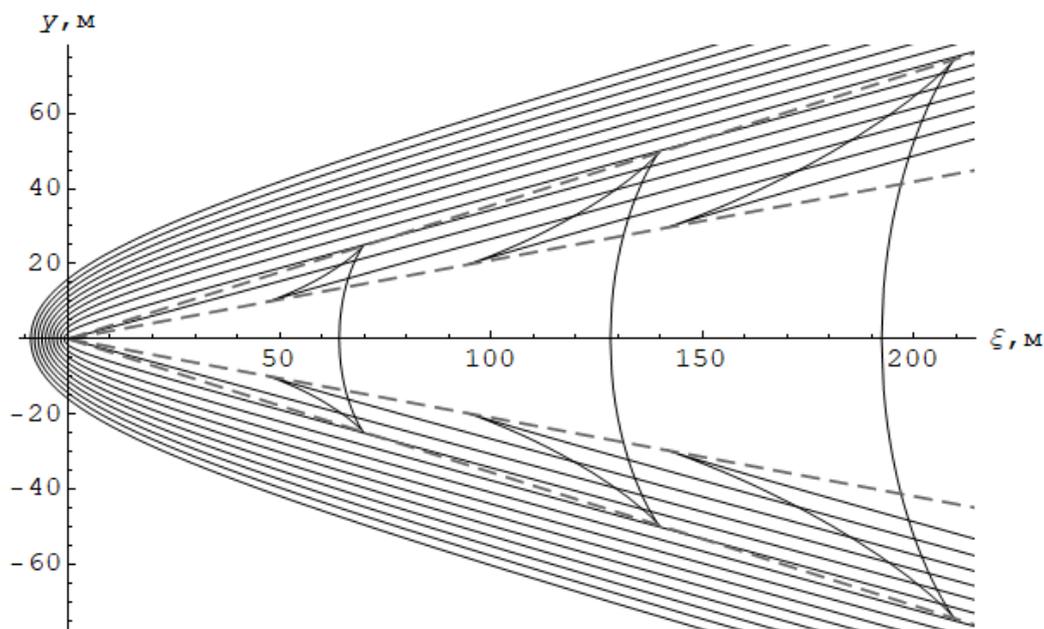


Рис. 1. Фазовые картины волновых возмущений поверхности ледяного покрова

странстве волновых чисел) дисперсионных кривых. Кривая, соответствующая меньшей скорости потока, целиком находится внутри кривой, отвечающей большей скорости потока. Поэтому при увеличении скорости течения длина волны вдоль положительной направления горизонтальной оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного направления этой оси убывает. Также при увеличении скорости потока происходит уменьшение пространственной области, где существуют волновые колебания. Вне этой зоны амплитуды дальних волновых полей экспоненциально малы. Этот же эффект наблюдается при изменении толщины льда при неизменном значении скорости потока. При увеличении толщины льда происходит сужение (в пространстве волновых чисел) дисперсионных кривых, и, соответственно, расширение пространственной области волновых колебаний. Длина волны вдоль положительного направления оси движения источника возрастает, а вдоль отрицательного этой оси – убывает.

Численный анализ асимптотик показал хорошее совпадение с точным решением уже на расстояниях, начиная с десяти и более метров от источника, то есть на таких расстояниях можно использовать понятие дальних волновых полей. Поэтому, исходя из результатов рассмотрения подобного класса задач и оценок пространственных масштабов возможного затухания волновых возмущений в природных условиях, представляется вполне обоснованным использование линейного приближения и метода стационарной фазы для расчета возмущений ледяного покрова и получения физически адекватных результатов.

Построенные асимптотики дальних полей дают возможность эффективно рассчитывать основ-

ные характеристики волновых возмущений на границе раздела ледяного покрова и качественно анализировать полученные решения. Полученные асимптотические результаты с различными значениями входящих в них физических параметров позволяют провести оценку характеристик возмущений ледяного покрова, наблюдаемых в реальных морских условиях и рассчитывать дальние волновые поля, в том числе, и от нелокальных источников возмущений различной физической природы. В результате проведения модельных многовариантных расчетов по асимптотическим формулам смоделированная волновая система может быть приближена к наблюдаемым в натуральных условиях волновым картинам, что дает возможность оценить физические параметры реальных источников в морской среде с ледовым покрытием и определить основные характеристики начальных возмущений, варьируя модельные значения исходных параметров. Таким образом, модели волновой генерации на поверхности раздела морской воды и льда могут быть не только верифицированы, но и использованы для проведения прогнозных оценок.

## Список литературы

- [1] Букатов А.Е. Волны в море с плавающим ледяным покровом. - Севастополь: ФГБУН МГИ. 2017. 360 с.
- [2] Булатов В.В., Владимиров Ю.В. Волны в стратифицированных средах. - М.: Наука. 2015. 735 с.
- [3] Ильичев А.Т. Уединенные волны в моделях гидродинамики. - М.: Физматлит, 2003. 256 с.
- [4] Morozov E. G. Oceanic internal tides. Observations, analysis and modeling. - Berlin: Springer. 2018. 317 p.
- [5] Morozov E. G. The ocean in motion. Springer Oceanography. - Berlin: Springer International Publishing AG. 2018



## Внутренние волны – механизмы их проявления на оптических и радиолокационных изображениях<sup>1</sup>

Булатов В.В. \*, Медведева А.В. \*\*, Станичный С.В. \*\*

\*Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

\*\*Федеральный исследовательский центр «Морской гидрофизический институт РАН», Севастополь

Движения в поверхностном слое океана, вызываемые прохождением внутренней волны, вызывают возмущения в характеристиках границы раздела океан-атмосфера и стратификации верхнего слоя. Внутренняя волна формирует чередующиеся конвергентные и дивергентные зоны, параллельные фронту волны, и собственно изменяет глубину верхнего слоя. Именно эти два фактора влияют на параметры среды, формирующие сигналы датчиков дистанционного зондирования оптических сканеров и радиолокаторов. Ниже приведен обзор особенностей проявления внутренних волн на спутниковых оптических изображениях высокого пространственного разрешения (MSI Sentinel-2, OLI Landsat-8) и на радиолокационных снимках (C-SAR Sentinel-1).

### Радиолокационные изображения

На радиолокационных изображениях поверхностное проявление внутренних волн определяется изменением шероховатости морской поверхности в конвергентно-дивергентных зонах. Выделяются два механизма модуляции – гидродинамический и сликовый [1]. Гидродинамическая модуляция поверхности при прохождении пакета внутренних волн вызывает увеличение шероховатости морской поверхности в зонах конвергенции и соответственно увеличение рассеянного излучения. Обычно случаи гидродинамического проявления

внутренних волн обнаруживаются на фоне низких или умеренных скоростей ветра (примерно от 2–3 до 7–8 м/с).

Сликовый механизм также связан с формированием внутренними волнами системы конвергентно-дивергентных течений и модуляции пленок (сликов) природного или антропогенного происхождения. При прохождении пакета внутренних волн наблюдается противоположные гидродинамическому механизму эффекты: слики, концентрируясь в зонах конвергенции, выглаживают поверхность и способствуют ослаблению обратного рассеяния. Случаи проявления сликового механизма регистрируются обычно на фоне ветров со скоростями до 2–3 м/с.

### Оптические изображения

На оптических спутниковых изображениях механизмы проявления внутренних волн определяются не только изменением шероховатости морской поверхности и отраженного солнечного излу-

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №23-21-00194 «Аналитические методы математического моделирования волновой динамики неоднородных гидрофизических сред».



Рис. 1. Пример инверсии оптического контраста при прохождении пакета внутренних волн из Гибралтарского пролива в Средиземное море; объединенные сцены MSI Sentinel-2 от 21 июня 2017 г.

чения, но также возможным изменением восходящего из водной толщи излучения, формируемого в верхнем слое, толщина которого изменяется при прохождении внутренней волны.

*Гидродинамическая модуляция поверхности.* Наиболее распространенные случаи поверхностного проявления внутренних волн, регистрация осуществляется за счет отраженного излучения и аналогична регистрации радиолокационными сенсорами. Конвергентные (с большей шероховатостью) зоны в оптическом диапазоне в зависимости от взаимной геометрии Солнца и датчика могут быть как более темными, так и более светлыми. В зоне близкой к прямому зеркальному солнечному излучению увеличение шероховатости может вызывать уменьшение принимаемого датчиком сигнала, а на периферии солнечного блика, наоборот, увеличение. В промежуточной зоне может наблюдаться инверсия оптического контраста (Рис. 1), — то есть, из-за геометрических характеристик пакета для зон конвергенции и дивергенции значения яркости восходящего излучения, что в одной части фронта, могут быть противоположными в другой части, а в зоне перехода сравниться.

*Сликовая модуляция поверхности.* Проявление базируется на том же принципе, что и при фиксации радиолокационными сенсорами, пленками могут являться нефтепродукты, масла, пленки биологического происхождения и иные ПАВы. Взаимодействие внутренних волн и пленок регистрируется достаточно редко, на возможность обнаружения влияют характеристики приводного ветра (проявление при ветрах со скоростями примерно до 2–3 м/с) и взаимное расположение Солнца и спут-

ника (проявление при различии в интенсивности сигналов отраженного излучения, поступающих от пленок и окружающих вод в оптический сенсор). Прохождение пакета внутренних волн создает два варианта взаимодействия с пленочными структурами. Первый вариант заключается в том, что пленки концентрируются в зонах конвергенции и отсутствуют в зонах дивергенции — характерно для оптически «тонких» пленок (изменяющих только шероховатость поверхности). Второй вариант связан с оптически «толстыми» пленками — теми, что помимо шероховатости поверхности изменяют и коэффициент отражения поверхности: при прохождении пакета внутренних волн пленки выявляются в зонах конвергенции и дивергенции, но под действием орбитальных течений варьирует их оптическая толщина.

*Модуляция глубины рассеивающего слоя.* Комбинирование оптических каналов позволяет минимизировать или устранить полностью отраженное излучение и выделить восходящую из-под воды рассеянную компоненту сигнала. В рассеянном излучении обнаруживаются внутренние волны, изменяющие толщину мутного слоя: она меньше над гребнями пакета внутренних волн (достигающими или не достигающими поверхности) и больше — над подошвами. Внутренние волны с таким типом проявления обнаруживаются в районах с высоким содержанием гидрозолей (взвешенное вещество, фитопланктон) — преимущественно в зонах речных плюмов или в прибрежных зонах.

*Модуляция объектов в поверхностном слое и на поверхности.* Аналогично сликовому механизму концентрации пленок в конвергентных зонах, могут скапливаться и другие плавающие субстанции. Такими объектами могут быть: различный мусор, пыльца растений, икра рыб, слоевища Саргассовых водорослей, цианобактерии, морская слизь и др. Для этих формирований характерна концентрация в зонах конвергенции при прохождении пакета внутренних волн, и на оптических изображениях выделяются квазипараллельные полосы с повышенной яркостью восходящего излучения с максимумом излучения на различных участках видимого диапазона (что зависит от оптических свойств объектов).

*Модуляция плавающих тающих, раздробленных льдов.* Льды также относятся к плавающим объектам, и их изменение при прохождении внутренних волн имеет сходство с влиянием на иные плавающие объекты. Но проявление пакета внутренних волн на оптических и радиолокационных изображениях зависит от характеристик льда. Так, немногочисленные разрозненные льдины концентриру-

ются в зонах конвергенции в зависимости от размера: большему влиянию орбитальных течений подвержены льдины малых размеров (до десятков метров), меньшему — более крупные (от сотен метров). В тех случаях, когда регистрируются начальные виды льда или тающий однолетний лед, проявление внутренних волн зависит от толщины льда: они могут представлять собой чередование зон преимущественно льда (зоны конвергенции) и преимущественно водной поверхности (зоны дивергенции) при прохождении через поле льда с малой толщиной, и могут выделяться за счет чередования льдов большей и меньшей концентрации. Во втором случае в зонах конвергенции отражение сигнала происходит ото льда, а в зонах дивергенции — от смеси льда и воды. Кроме того, регистрируются случаи, когда прохождение пакета внутренних волн меняет характеристики льда — трансформирует его в менее плотный по ширине фронта.

*Модуляция обрушений поверхностных волн.* Здесь работает гидродинамический механизм, вызывающий увеличение обрушений и площади покрытой пеной в зонах конвергенции. Как правило, такого рода явления наблюдаются при ветрах умеренных или высоких скоростей (от 5–8 м/с и выше) [2]. Обычно такой механизм реализуется для интенсивных внутренних волн — примером таких могут служить внутренние волны, распространяемые из Гибралтарского пролива в Средиземное море. Они генерируются под действием полусуточных приливов из-за сложного рельефа дна на входе в Гибралтарский пролив.

### Список литературы

- [1] *Robinson I. S.* Measuring the oceans from space: the principles and methods of satellite oceanography. Springer Science and Business Media, 2004
- [2] *Kubryakov A. A., Kudryavtsev V. N., Stanichny S. V.* Application of Landsat imagery for the investigation of wave breaking // Remote Sensing of Environment. 2021. V. 253. p. 112–144.



## Циркуляционные конвективные структуры в атмосферном пограничном слое по данным акустического зондирования и результатам моделирования<sup>1</sup>

Вазаева Н.В.<sup>\*,\*\*</sup>, Чхетиани О.Г.<sup>\*</sup>, Зайцева Д.В.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

<sup>\*\*</sup>Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана, Москва

В последние десятилетия большой интерес проявлен к циркуляционным конвективным структурам – замкнутым термоконвекционным структурам, называемым также термиками, и незамкнутым системам, в атмосферном пограничном слое (АПС). Характерные проявления таких структур исследовались на примере экспериментальных данных, полученных в экспедициях ИФА им. А.М. Обухова РАН и по результатам расчета мезомасштабной негидростатической атмосферной модели WRF-ARW, адаптированной к конкретным синоптическим ситуациям – частным случаям.

Полевые эксперименты проводились в сильных и слабых ветровых и различных температурных условиях над Прикаспийской низменностью в восточной части Республики Калмыкия, Россия, в летнее время 2007, 2016, 2018, 2019, 2021, 2022 гг. Доплеровский акустический локаатор (содар) серии ЛАТАН-3 [1] с вертикальным разрешением 20 и 10 м, интервалом излучения импульсов 5 и 3 с, диапазоном высот 600 и 350 м и базовой несущей частотой 2 кГц и 4 кГц измерял вертикальные про-

фили интенсивности эхо-сигнала, пропорционального структурной характеристике температуры, а также профили компонент скорости ветра. По профилям определялась предельная вертикальная скорость, рассчитывались максимальная скорость в интервале существования циркуляционных конвективных структур и их горизонтальный масштаб.

Статистическое распределение выбранных характеристик в дневное время оказалось близким к распределению Рэлея [2], применяемого, в частности, для статистики интенсивных влажно-конвективных вихрей и высоты волн в океане (см., например, рис. 1 для максимальной вертикальной скорости ветра 2016 г.):

$$I?(U) = \frac{2U}{U_0^2} \exp\left(-\frac{U_m^2 - U^2}{U_0^2}\right),$$

<sup>1</sup>Исследования выполнены при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых учёных-кандидатов наук (проект № МК-5516.2022.1.5)

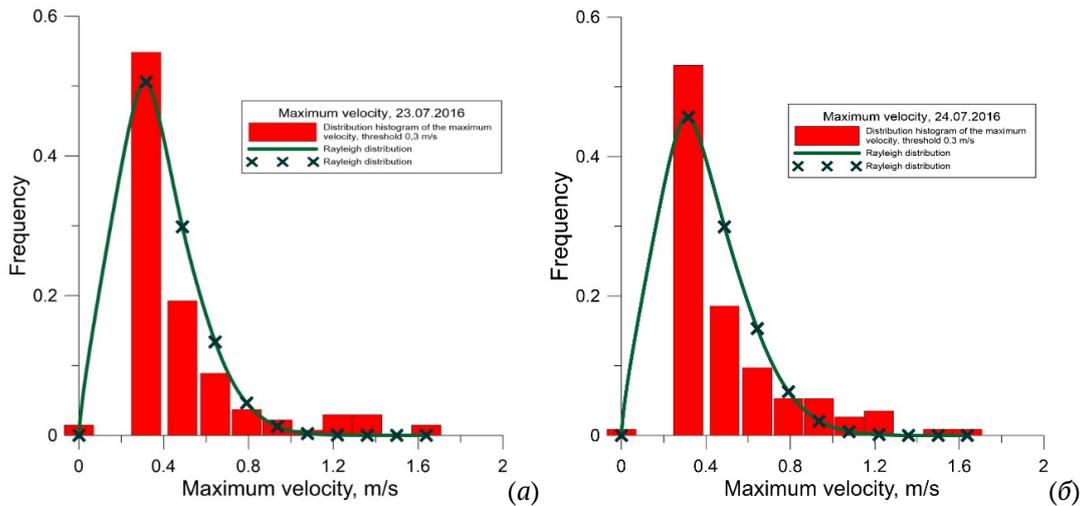


Рис. 1. Гистограмма распределения максимального значения вертикальной скорости (красные прямоугольники), распределение Рэля (зеленая линия), Калмыкия, 23 (а) и 24 (б) июля 2016 г.

где  $U_0^2 = [\langle U^2 \rangle - U_m^2]$ ,  $\langle U^2 \rangle$  — средняя квадратичная вертикальная скорость термиком,  $U_m$  — предельное значение вертикальной скорости термика.

Предполагается, что замкнутые термики движутся вперед за любой относительно небольшой временной шаг с некоторой усредненной скоростью (гипотеза Тейлора), при этом адекватно воспроизводятся пространственное распределение поля скорости и его временные вариации. Этот шаг по времени был принят эмпирически, от 5 до 10 мин. Рассмотрены случаи превышения вертикальных скоростей предельных значений, при которых гипотетически возникала конвективная структура (0.3 м/с, 0.6 м/с и 1.2 м/с). Известно, что в случае ансамбля термиком модель [3] дает одномерное распределение Максвелла.

При исследовании циркуляционных конвекци-

онных структур в АПС создано большое количество теоретических физико-математических моделей. Точные аналитические решения встречаются лишь в некоторых частных случаях, поэтому статистические методы сохраняют свою актуальность и значимость и продолжают развиваться [3–5]. Такие методы исследования данных натуральных измерений имеют особую ценность, в частности, при разработке вихреразрешающего моделирования атмосферных конвективных процессов. С помощью адаптированной модели WRF моделировалось несколько частных случаев над районом измерений в Калмыкии, хорошо визуализирующих как замкнутые термики — «пузыри», — так и незамкнутые структуры конвекции.

В случае горячей подстилающей поверхности замкнутые структуры характерны для слабых вет-

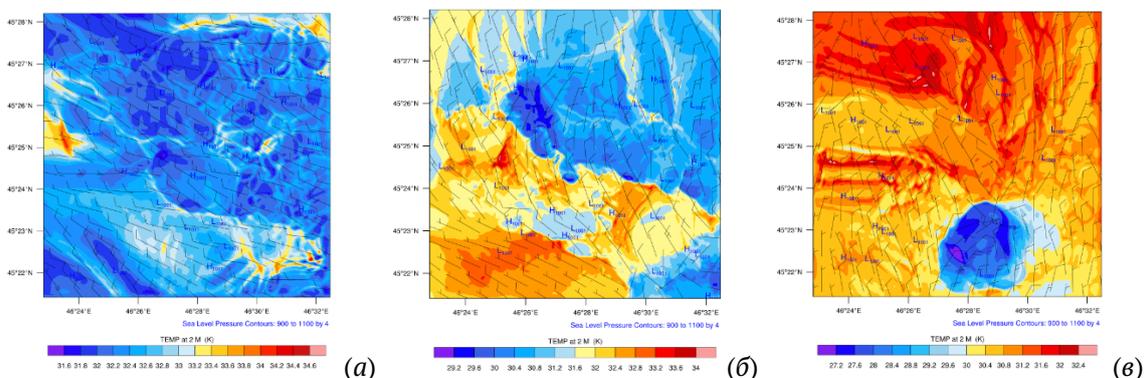


Рис. 2. Температура и ветер на высоте 2 м, атмосферное давление на уровне моря — для 12 (а), 12:30 (б), 13 (в) UTC; над районом измерений, вид сверху. Точка измерений в Калмыкии располагается в центре области, координаты  $45.42^\circ$  с.ш.  $46.47^\circ$  в.д. Модифицированная модель WRF, 23 июля 2021 г. Шаг сетки 60 м

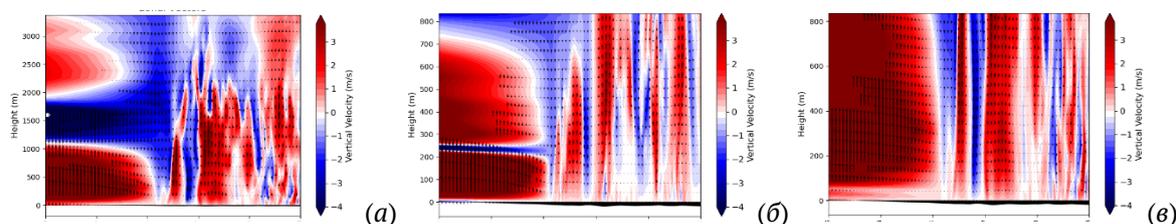


Рис. 3. Распределение вертикальной скорости по высоте в нижнем слое АПС – для 12 (а), 12:30 (б), 13 (в) UTC; над районом измерений, вид сбоку, сечение по долготе точки измерений. Координаты точки измерений в Калмыкии  $45.42^\circ$  с.ш.  $46.47^\circ$  в.д. Модифицированная модель WRF, 23 июля 2021 г. Шаг сетки 60 м

ровых условий. Во всех выбранных случаях конвекция была хорошо развита. При сильном ветре замкнутые структуры термиков исчезали и наблюдалась проникающая конвекция. Этот вывод хорошо визуализируется на рисунке вертикальной скорости вблизи района измерений (см. рис. 2, 3).

Эмпирические параметры распределения Рэля для конвективных структур могут быть реализованы в параметризациях атмосферных моделей, позволяя увеличить точность прогнозирования условий зарождения и пути распространения таких структур и, собственно, понимания процессов в так называемой «серой зоне» численного моделирования.

Приносим благодарность М.А. Калистратовой, Р.Д. Кузнецову, В.Ф. Крамару, В.С. Люлюкину и Д.Д. Кузнецову за вклад в подготовку и проведение экспериментов по акустическому зондированию;

и М.В. Курганскому за полезные советы и интерес к работе.

### Список литературы

- [1] *Kouznetsov R.D.* The multiple-frequency sodar with high temporal resolution // *Meteorol. Z.* 2009. V. 18(2). P. 169–173.
- [2] *Курганский М.В.* Статистическое распределение интенсивных влажно-конвективных спиральных вихрей в атмосфере // *ДАН*, 2000. V. 37(2). P. 240–242.
- [3] *Вульфсон А.Н., Бородин О.О.* Система конвективных термиков как обобщенный ансамбль броуновских частиц // *Успехи физических наук*. 2016. Т. 186(2). С. 113–124.
- [4] *Petenko I.V., Bezverkhii V.A.* Temporal Scales of Convective Coherent Structures Derived from Sodar Data, *Meteorol // Atmos. Phys.* 1999. V. 71. P. 105–116.
- [5] *Petenko I.V. and Shurygin E.A.* two-regime model for the probability density function of the temperature structure parameter in the convective boundary layer // *Bound-Layer Meteor.* 1999. V. 93. P. 381–394.



## Связь тонкоструктурного расслоения стратифицированной водной среды с вертикальным турбулентным массообменом<sup>1</sup>

Герасимов В.В., Зацепин А.Г.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва

В турбулентном течении стратифицированной жидкости со сдвигом скорости вертикальный поток массы  $Q$  обычно представляют в виде:

$$Q = K(dp/dz), \quad (1)$$

где  $K$  — коэффициент вертикального турбулентного обмена, который не является константой, а зависит от числа Ричардсона. Поскольку стратификация подавляет турбулентность можно допустить, что  $K$  есть убывающая степенная функция  $Ri$ :

$$K \sim CRi^{-n}, \quad \text{где } n > 0. \quad (2)$$

Если  $n > 1$ , то из (1)–(2), следует, что поток массы  $Q$  является убывающей функцией градиента плотности  $dp/dz$ .

Это означает, что если где-то в потоке градиент плотности локально увеличился, то поток массы через эту область — уменьшился, из-за чего градиент вырос еще больше.

Данная ситуация неустойчива: малое отклонение от равновесия приводит к дальнейшему росту

отклонения. Поток стремится разбиться на однородные слои, разделенные ступеньками с большим градиентом плотности, где обмен затруднен [1, 2].

При  $n < 1$  неустойчивость отсутствует, локальные неоднородности градиента рассасываются, так как поток массы  $Q$  является возрастающей функцией  $dp/dz$ .

Для экспериментальной проверки данной модели были проведены опыты с однородным по вертикали перемешиванием колеблющимися вертикальными стержнями изначально линейного вертикального градиента солёности:  $(\partial S/\partial z)_0$ , который изменялся по величине от опыта к опыту. Микродатчиком электропроводности измерялись профили солёности  $S(z)$  и, по изменению солёности в приповерхностном слое со временем, рассчитывался средний по вертикали поток соли  $Q_s$ , который рассматривался в зависимости от числа Ричардсона,  $Ri = (g/\rho)(\partial\rho/\partial z)d^2/u^2$ , где  $\partial\rho/\partial z = \beta\partial S/\partial z$  — текущий градиент плотности по вертикали,  $(g/\rho)d^2/u^2 = const$ ,  $g$  — ускорение свободного падения,  $\rho$  — плотность воды,  $\beta$  — коэффициент солёностного сжатия,  $d$  — диаметр стержней,  $u$  — их скорость, средняя по периоду колебания (Рис. 1).

В опытах с тонкоструктурным ступенчатым

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме госзадания FMWE-2021-0002.

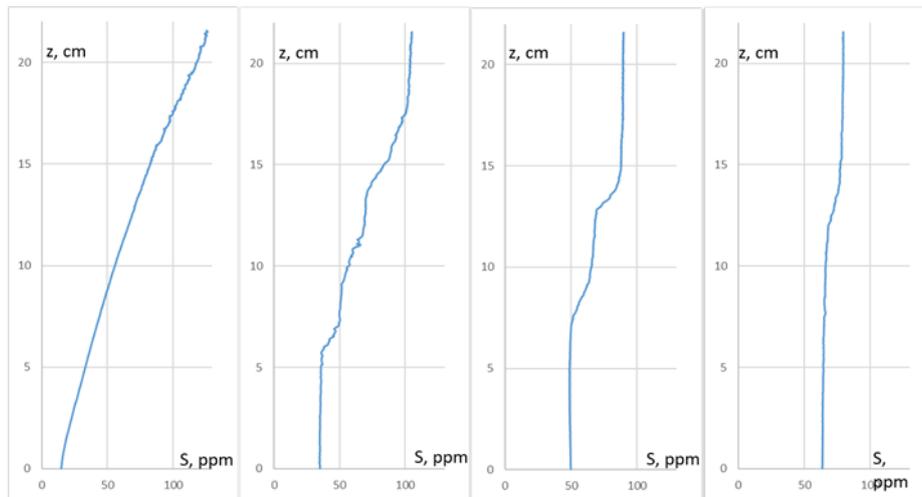


Рис. 1. Профили солености: начальный (квазилинейный), два последующих – ступенчатые и квазилинейный – на завершающей стадии опыта

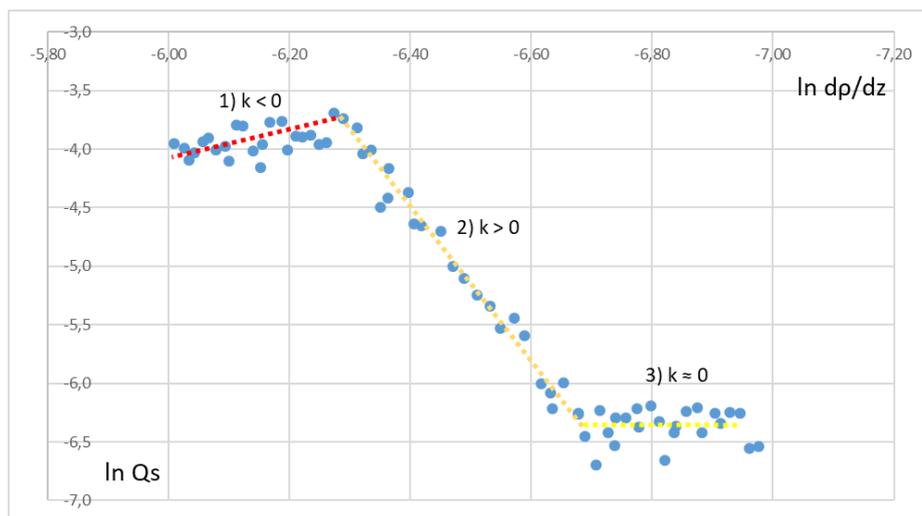


Рис. 2. Зависимость логарифма потока массы от логарифма градиента плотности (переменная составляющая числа  $Ri$ ) с аппроксимирующими линиями, характеризующими различные этапы эволюции тонкой структуры.  $k = n - 1$  – коэффициент аппроксимирующей прямой

расслоением водной среды (наблюдавшемся при большом начальном градиенте солености) обнаружен различный характер поведения вертикального потока солености (массы) в зависимости от текущего значения числа Ричардсона – вертикального градиента плотности (солености).

На Рис. 2 приведены экспериментальные точки и аппроксимирующие линии зависимости логарифма потока солености от логарифма градиента плотности для этапов образования, эволюции и разрушения тонкой структуры: первый этап – образование устойчивых во времени слоев – поток растет с уменьшением градиента; второй этап – слои разрушаются при убывании потока с умень-

шением градиента; третий этап – слои разрушились (опять квазилинейная стратификация), поток практически не зависит от градиента.

Результаты опытов в целом подтвердили механизм тонкоструктурного расслоения изначально линейно стратифицированной водной среды при однородном по вертикали турбулентном перемешивании, предложенный в [1, 2].

## Список литературы

- [1] Phillips O.M. Turbulence in a strongly stratified fluid: Is it unstable? In Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts; Elsevier: Amsterdam, Netherlands, 1972. V. 19. P. 7–81.
- [2] Posmentier E.S. The generation of salinity fine structure by vertical diffusion. J. Phys. Oceanogr. 1977. V. 7. P. 298–300.



## Оценки бюджета доступной потенциальной энергии в черном море при использовании новых схем аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли<sup>1</sup>

Демышев С.Г., Дымова О.А.

ФГБУН ФИЦ «Морской гидрофизический институт РАН», Севастополь

### Введение

Мезомасштабные вихри и течения представляют собой водные динамические объекты, обеспечивающие вертикальный и горизонтальный обмен импульсом, теплом и веществом в океанах и морях. В современных условиях численное моделирование является основным инструментом их анализа и прогноза. Но несмотря на значительные достижения в этой области точность воспроизведения мезо- и субмезомасштабных процессов недостаточно высока, особенно при длительных расчетных периодах. Один из путей решения этой проблемы — построение численных уравнений гидродинамики и энергетики океана, обладающих рядом инвариантов. В соответствии с современными представлениями наличие законов сохранения в дискретной задаче обеспечивает правильное описание физи-

ческих процессов и повышает устойчивость разностной схемы.

Доступная потенциальная энергия (ДПЭ) является главным источником энергии мезомасштабных вихрей [1] в океанах и морях, уравнение бюджета которой описывает роль основных сил в динамике моря. Точность расчета дискретного уравнения для ДПЭ, соответствующего численной постановке, обеспечивает адекватность выводов о физических механизмах исследуемых процессов. В работе [2] предложена схема аппроксимации уравнения скорости изменения доступной потенциальной энергии, в точности соответствующая конечно-разностной постановке. В [3] описаны новые схемы аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли, обеспечивающая сохранение температуры и солености в любой конечной степени. В настоящей работе выполнен расчет уравнения бюджета доступной потенциальной энергии с целью проанализировать пространственную структуру основных энергетических потоков и провести сопоставление с результатами предыдущих расчетов, использующих традиционную аппроксимацию уравнений адвекции-диффузии тепла и соли.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ № 23-27-00141.

### Материалы и методы

Анализ энергетики проведен на примере моделирования циркуляции Черного моря в 2016 г. Численные эксперименты выполнены на основе вихреразрешающей модели Морского гидрофизического института с разрешением 1,6 км. В модели учитывалось реалистичное атмосферное воздействие по данным реанализа ERA5, климатический сток и водообмен через проливы, проводилась ас-

симляция спутниковых данных о температуре поверхности моря. При идентичных настройках модели проведено для эксперимента по реконструкции циркуляции и расчету бюджета энергии с использованием традиционной

$$T_{i+1/2,j,k} = \overline{T_{i+1/2,j,k}}^x, \quad S_{i+1/2,j,k} = \overline{S_{i+1/2,j,k}}^x \quad (1)$$

и уточненной

$$S_{i+1/2,j,k} = \frac{4 S_{i+1,j,k}^4 + S_{i+1,j,k}^3 S_{i,j,k} + S_{i+1,j,k}^2 S_{i,j,k}^2 + S_{i+1,j,k} S_{i,j,k}^3 + S_{i,j,k}^4}{5 S_{i+1,j,k}^3 + S_{i+1,j,k}^2 S_{i,j,k} + S_{i+1,j,k} S_{i,j,k}^2 + S_{i,j,k}^3} \quad (2)$$

$$T_{i+1/2,j,k} = \frac{4 T_{i+1,j,k}^2 + T_{i+1,j,k} T_{i,j,k} + T_{i,j,k}^2}{5 T_{i+1,j,k} + T_{i,j,k}}$$

записи разностных операторов в уравнениях адвекции-диффузии тепла  $T$  и соли  $S$ . Формулы (1) и (2) приведены для координаты  $x$  (для  $y, z$  аналогично). Разница между экспериментами состоит в том, что в эксперименте (1) сохранялись  $T, S$  и  $T^2, S^2$ ; в эксперименте (2) —  $T, S$  и  $T^3, S^5$ .

Валидация результатов моделирования выполнена на основе контактных измерений температуры и солёности буями-профилемерами ARGO и в рейсах НИС «Профессор Водяницкий» в 2016 г. Оценки точности модельных термоалинных характеристик показали, что схемы аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли, обеспечивающие сохранение прогностических параметров в степени больше двух, улучшают точность воспроизведения солёности Черного моря в верхнем 100-м слое в течение всего года, толщины верхнего перемешанного слоя в зимний период и глубины залегания верхней границы слоя скачка тем-

пературы летом в центральной части моря.

### Результаты

По результатам двух экспериментов рассчитаны ДПЭ и составляющие ее бюджета: работа силы плавучести (WRG), адвекция (ADV), вертикальная (DIFV) и горизонтальная (DIFH) диффузия APE в 2016 г. Для всего периода интегрирования средняя по объему ДПЭ в эксперименте 2 превышает примерно в 1,5 раза значения эксперимента 1. Анализ изменения со временем компонентов бюджета ДПЭ показал, что в летний сезон увеличение ДПЭ связано с уменьшением потерь энергии за счет горизонтальной диффузии, а зимой — вследствие уменьшения интегрального вклада работы силы плавучести и потерь за счет адвекции ДПЭ.

Пространственный анализ диффузионной компоненты бюджета энергии летом показал, что в эксперименте 2 (Рис. 1б) наблюдается ослабление

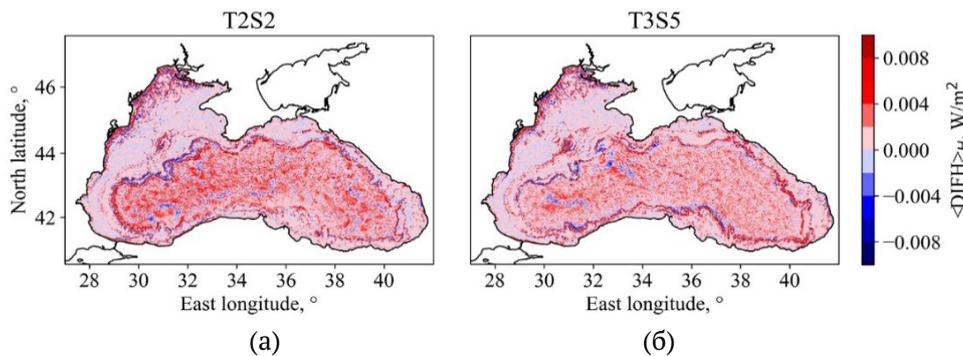


Рис. 1. Пространственное распределение проинтегрированной по вертикали компоненты DIFH по результатам экспериментов 1 (а) и 2 (б) 15 июня 2016 г.

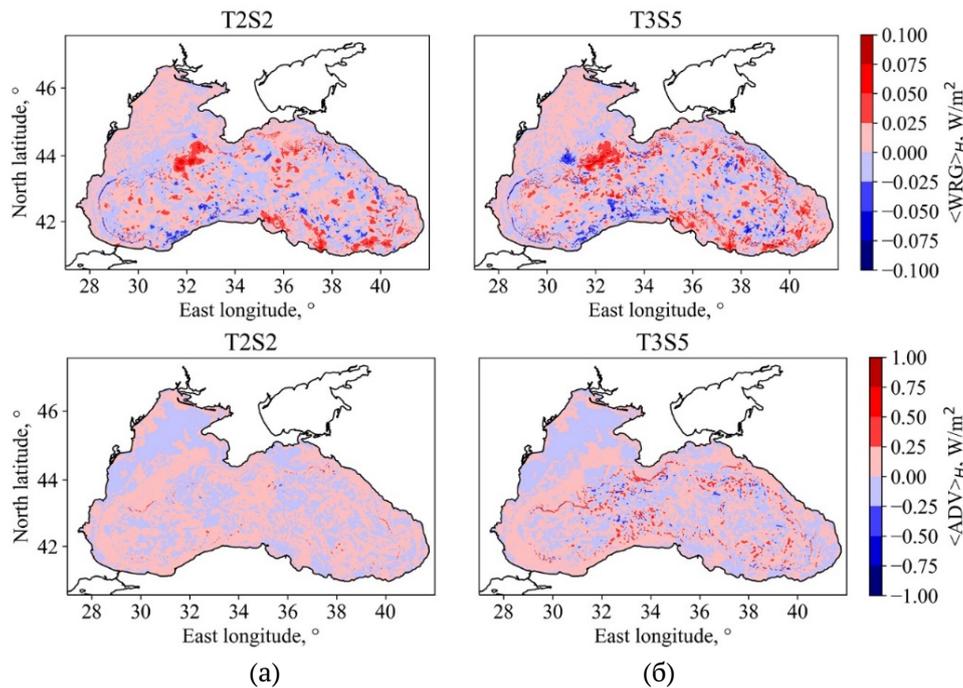


Рис. 2. Пространственное распределение проинтегрированных по вертикали компонент WRG и ADV по результатам экспериментов 1 (а) и 2 (б) 15 декабря 2016 г.

горизонтальной диффузии в прибрежной зоне на Северо-западном шельфе (СЗШ) и в глубоководной части моря. При этом пространственное распределение термохалинных характеристик свидетельствует об уменьшении горизонтальных градиентов  $T$  и  $S$  на СЗШ, а следовательно, и об уменьшении вклада горизонтальной диффузии в бюджет энергии. Ослабление диффузии в центральной части связано с более однородным пространственным распределением поля плотности в глубинных слоях.

Пространственный анализ проинтегрированных по вертикали компонентов бюджета ДПЭ зимой показал, что наибольшие отличия между экспериментами наблюдаются в центральной части и над свалом глубин. По данным эксперимента 2 в западной части моря усиливается преобразование кинетической энергии в потенциальную ( $WRG < 0$ ), а зоны отрицательных и экстремальных значений адвекции ДПЭ увеличиваются (Рис. 2б).

Для летнего и зимнего периодов также получена разница в изменении по глубине запаса ДПЭ для двух экспериментов. Так летом, в верхнем 40-метровом слое средняя ДПЭ выше в эксперименте 1, а начиная с глубин 50 м — в эксперименте 2, достигая максимума на глубине 700 м. Анализ изменения по глубине средней на горизонтах ДПЭ зимой показал, что в отличие от летнего сезона

энергия в эксперименте 1 выше, чем в 2 в слое 50–100 м. На глубоководных горизонтах изменчивость ДПЭ аналогична летнему периоду с увеличением разницы между результатами экспериментов почти в 2 раза.

## Обсуждение

Основная причина отличий в результатах расчетов ДПЭ и ее бюджета — это разница в полях плотности морской воды. Сравнительный анализ пространственного распределения полей ДПЭ и аномалии плотности летом показал, что в верхнем слое ДПЭ меньше в эксперименте 2 вследствие уменьшения величины модуля аномалии плотности на СЗШ. Для зимнего сезона получено, что в эксперименте 2 в западной части моря обширные области повышенных значений ДПЭ соответствуют антициклоническим вихревым образованиям с отрицательными аномалиями плотности. На горизонтах ниже 100 м в течение всего года увеличение ДПЭ связано с ростом аномалий плотности на периферии бассейна вследствие интенсификации мезомасштабных антициклонов.

Валидация результатов моделирования показала, что использование схем аппроксимации, сохраняющих температуру и соленость в степени больше двух, позволяет уточнить поле плотности в верхнем слое Черного моря, а следовательно, и

более точно рассчитать энергетические компоненты системы. В энергетическом аспекте обеспечение высокой степени инвариантности дискретных уравнений адвекции-диффузии тепла и соли приводит к уменьшению диссипации доступной потенциальной энергии. Результаты работы важны для анализа механизмов эволюции мезомасштабных вихрей на основе оценки энергетических вкладов таких физических процессов как диссипация, неустойчивость, работа сил плавучести и давления.

## Список литературы

- [1] Гилл А. Динамика атмосферы и океана. В 2 т. М.: Мир, 1986. Т. 2. 415 с.
- [2] Демышев С.Г. Дискретное уравнение для доступной потенциальной энергии как точное следствие конечно-разностных уравнений модели динамики моря // Морской гидрофизический журнал. 2022. Т. 38(3). С. 239–255.
- [3] Демышев С.Г. Нелинейные инварианты дискретной системы уравнений динамики моря в квазистатическом приближении // Морской гидрофизический журнал. 2023. Т. 39, №5.



## Лабораторное исследование влияния подводного хребта на перемещение антициклонических вихрей над наклонным дном во вращающейся жидкости под действием топографического бета-эффекта<sup>1</sup>

Елкин Д.Н., Зацепин А.Г.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва

При наблюдениях за эволюцией «Севастопольского» антициклонического вихря в Черном море, перемещающимся вдоль изобат над континентальным склоном в юго-западном направлении было обнаружено, что движение вихря замедляется в области подводного хребта, образованного локальным поднятием батиметрии между двумя каньонами — палеоруслом Дуная и палеоруслом Западного Днепра. В связи с этим была поставлена задача лабораторного экспериментального исследования влияния подводного хребта расположенного на наклонном дне и направленного вдоль склона на антициклонические вихри, перемещающиеся вдоль изобат за счет топографического бета-эффекта [1, 2].

Эксперимент производился в цилиндрическом бассейне сделанном из оргстекла и размещенном в центре вращающейся против часовой

стрелки, платформе, в который был вставлен вписанный конус вершиной вверх (Рис. 1). Угол между образующей конуса и горизонталью составлял  $15^\circ$ . Бассейн заполнялся однородной по плотности водой, пресной, или с определенной соленостью, не более 4 ‰. Уровень слоя жидкости в бассейне был таков, что вершина конуса находилась под поверхностью воды. Антициклонические вихри создавались с помощью локального источника постоянного расхода воды той же плотности (солености), что в бассейне — баротропные вихри, или, меньшей плотности (солености) — бароклинные вихри. Этот источник представлял собой вертикальную трубку, конец которой располагался на поверхности водного слоя на расстоянии половины радиуса бассейна от его центра. Он снабжался водой из закрепленной на стойке платформы объемной бюретки, заполненной пресной водой, подкрашенной красителем в ярко синий цвет. Половина опытов проводилась над гладким конусом, а другая половина — при наличии хребта, закрепленного на поверхности конуса вдоль его образующей. Хребет представлял собой правильную треугольную призму. Он располагался на расстоянии от источника, приблизительно равном радиусу бассейна в антициклони-

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 21-77-10052 и в рамках темы госзадания FMWE-2021-0002.

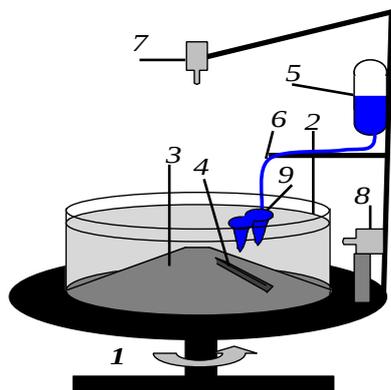


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – циклонически вращающаяся платформа; 2 – цилиндрический бассейн из оргстекла; 3 – усеченный конус; 4 – барьер; 5 – объемная бюретка с краном; 6 – трубка; 7 – видеокамера сверху; 8 – видеокамера сбоку; 9 – вытекающая из источника вода и образующиеся под ним антициклонические вихри

ческом направлении и его высота по отношению к общей глубине слоя воды в области распространения вихрей составляла 0.1–0.2. Таким образом, хребт представлял собой небольшое препятствие, приблизительно подобное своему черноморскому аналогу. Для видеозаписи эксперимента сверху, на платформе располагалась верхняя видеокамера, а для видеозаписи сбоку – боковая видеокамера.

Когда вода в бассейне раскручивалась до состояния твердотельного вращения, включались видеокамеры, и источник, через который пресная вода с квазипостоянным расходом поступала на поверхность воды. Вследствие этого под источником образовывались антициклонические вихри, которые в баротропном случае достигали дна, а в бароклинном заканчивались на некоторой глубине, образуя антициклоническую приповерхностную плотностную линзу. В этом случае, из-за закона сохранения потенциального вихря, под линзой формировалась антициклоническая вихревая колонка, достигавшая дна. Вследствие топографического бета-эффекта баротропные и бароклинные вихри, образующиеся под источником перемещались над конусом в «западном» — антициклоническом направлении. По поверхности водного слоя рассыпались мелкие бумажные пелетки, видеосъемка которых позволяла определить скорость орбитального вращения воды в вихрях.

После каждого опыта, на основе обработки данных видеосъемки, определялись следующие параметры вихревого течения: трансляционная скорость распространения вихрей от источника в ан-

тициклоническом направлении; максимальная орбитальная скорость вращения воды в вихрях; радиус вихрей (по расстоянию от центра вихря до орбиты максимальной скорости) и выявлялось влияние хребта на параметры вихревого течения.

На Рис. 2 а)–г) и 2 д)–з) представлены кадры видеосъемки распространения вихревого течения в антициклоническом направлении над конусом без хребта и с хребтом, соответственно. Хребт сильно замедляет распространение вихревого течения и способствует ослаблению индивидуальных вихрей. Расчеты показали, что при пересечении хребта азимутальная скорость вихревого течения уменьшается в два раза и более. Наиболее сильное замедление течения происходит в случае баротропных вихревых колонок. Плотностная стратификация несколько ослабляет действие топографического бета-эффекта, но не подавляет его полно-

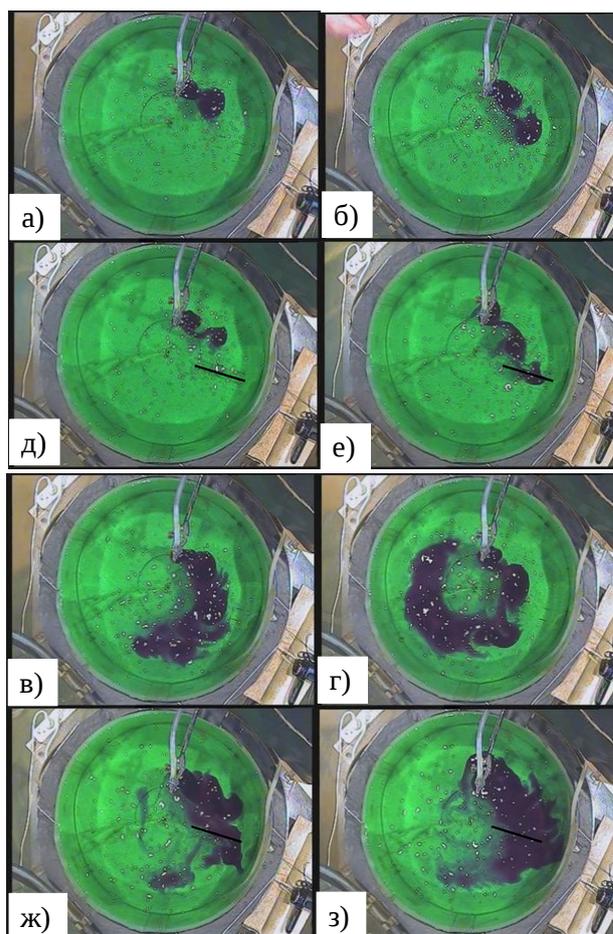


Рис. 2. Вид сверху. Опыт без хребта: а) 12 лаб. сут.; б) 18 лаб. сут.; в) 42 лаб. сут.; г) 66 лаб. сут. Опыт с хребтом: д) 12 лаб. сут.; е) 18 лаб. сут.; ж) 42 лаб. сут.; з) 66 лаб. сут. Соленость воды в бассейне  $S = 1 \%$

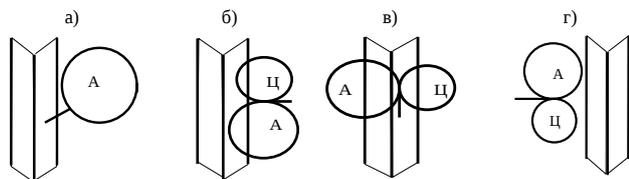


Рис. 3. Схема прохождения антициклонического вихря над хребтом (пояснение в тексте)

стью. Хребет уменьшает глубину проникновения бароклинного вихревого течения и уменьшает величину орбитальной скорости вихрей.

Схема прохождения антициклонического вихря над хребтом показана на Рис. 3. Рис. 3 а) отображает момент времени, когда вихрь (обозначен буквой «А») подходит вплотную к хребту. Стремясь перемещаться вдоль изобаты, заходя на хребет, антициклонический вихрь смещается вниз по склону. При этом выше него образуется циклонический вихрь (обозначен буквой «С») меньшего диаметра (Рис. 3 б)). Данная вихревая пара имеет тенденцию к перемещению в циклоническом направлении, поэтому перемещение антициклона в антициклоническом направлении замедляется. Поскольку антициклон является более крупным и мощным вих-

рем, по сравнению с циклоном, он «прокручивает» последний вокруг себя (Рис. 3 в)). В конце концов, оба вихря пересекают хребет (Рис. 3 г)). Вскоре после этого циклон диссипирует, а антициклон в ослабленном виде продолжает перемещаться в антициклоническом направлении за счет топографического бета-эффекта.

В целом, результаты эксперимента подтвердили натурные наблюдения, а также результаты численного моделирования [3] свидетельствующие о влиянии вдольсклонового подводного хребта, расположенного в западной части Черного моря на процесс распространения и орбитальную скорость «Севастопольского» антициклонического вихря.

### Список литературы

- [1] Зацепин А.Г., Дидковский В.Л. Об одном механизме формирования мезомасштабных вихревых структур в склоновой зоне океана // ДАН, 1996. Т. 347(1). С. 109–112.
- [2] Зацепин А.Г., Дидковский В.Л., Семенов А.В. Автоколебательный механизм формирования периодической вихревой структуры от стационарного локального источника на наклонном дне во вращающейся жидкости // Океанология. 1998. Т. 37(1).
- [3] Kubryakov A.A., Mazyuk A.I., Stanichny S.V. Stationarity and separation of the Sevastopol eddies in the Black Sea: the role of eddy-topographic interaction and submesoscale dynamics // Journal of Marine Systems. 2023. V. 241. P. 103911.



## Экспериментальное исследование затухания волн на поверхности воды, покрытой пластиковой пленкой, с использованием радиолокационных методов<sup>1</sup>

Ермаков С.А.<sup>\*,\*\*</sup>, Доброхотов В.А.<sup>\*</sup>, Лещев Г.В.<sup>\*</sup>, Даниличева О.А.<sup>\*</sup>,  
Хазанов Г.Е.<sup>\*</sup>, Купаев А.В.<sup>\*</sup>, Сергиевская И.А.<sup>\*,\*\*</sup>, Плотников Л.М.<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup>ФИЦ Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН (ИПФ РАН), Нижний Новгород

<sup>\*\*</sup>Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород

### Введение

Как известно, поступление пластикового мусора (ПМ) в океан в последние десятилетия достигло угрожающего масштаба, представляя серьезную экологическую угрозу морским экосистемам. В этой связи проблема дистанционной, в частности, спутниковой диагностики ПМ в океане приобрела исключительную важность и широко обсуждается в литературе. В решении данной проблемы важная роль отводится радиолокационным (РЛ) системам, прежде всего микроволновым радиолокаторам с синтезированной апертурой. Рассеяние микроволнового излучения определяется харак-

теристиками мелкомасштабных гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) на водной поверхности, в частности, их нелинейностью, поэтому важным является анализ гидродинамических эффектов изменчивости характеристик ГКВ в присутствии плавающих в приповерхностном слое воды пластиковых предметов. В настоящее время публикаций, относящихся как к гидродинамической, так и радиофизической частям проблемы довольно мало. Можно упомянуть, например, лабораторные и теоретические исследования затухания волн на воде с упругими пластинами [1] в приложении в проблеме плавающих на поверхности моря волногасителей, а также близкие в определенной степени задачи о затухания волн на макроводорослях [2] и фрагментированном льду [3,4]. Что касается радиофизического аспекта, то, насколько нам известно, имеются пока лишь отдельные качественные наблюдения изменения интенсивности РЛ сигнала в скоплениях ПМ.

Настоящая работа посвящена описанию результатов первых натурных экспериментов с «искусственным ПМ», а также лабораторных экспериментов по моделированию затухания ГКВ на пластиковых пленках.

<sup>1</sup>Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-17-00167, <https://rscf.ru/project/23-17-00167/>.

© Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН  
© Институт проблем механики им А.Ю. Ишлинского РАН  
© Ермаков Станислав Александрович, [stas.ermakov@ipfran.ru](mailto:stas.ermakov@ipfran.ru)  
© Доброхотов Владимир Андреевич, [vdobrokhотов@ipfran.ru](mailto:vdobrokhотов@ipfran.ru)  
© Лещев Георгий Владимирович, [georgeleshev@gmail.com](mailto:georgeleshev@gmail.com)  
© Даниличева Ольга Аркадьевна, [olgadan@ipfran.ru](mailto:olgadan@ipfran.ru)  
© Хазанов Григорий Ефимович, [g.khazanov@ipfran.ru](mailto:g.khazanov@ipfran.ru)  
© Купаев Александр Викторович, [sant3@mail.ru](mailto:sant3@mail.ru)  
© Сергиевская Ирина Андреевна, [i.sergia@ipfran.ru](mailto:i.sergia@ipfran.ru)  
© Плотников Леонид Михайлович, [leonplot@mail.ru](mailto:leonplot@mail.ru)

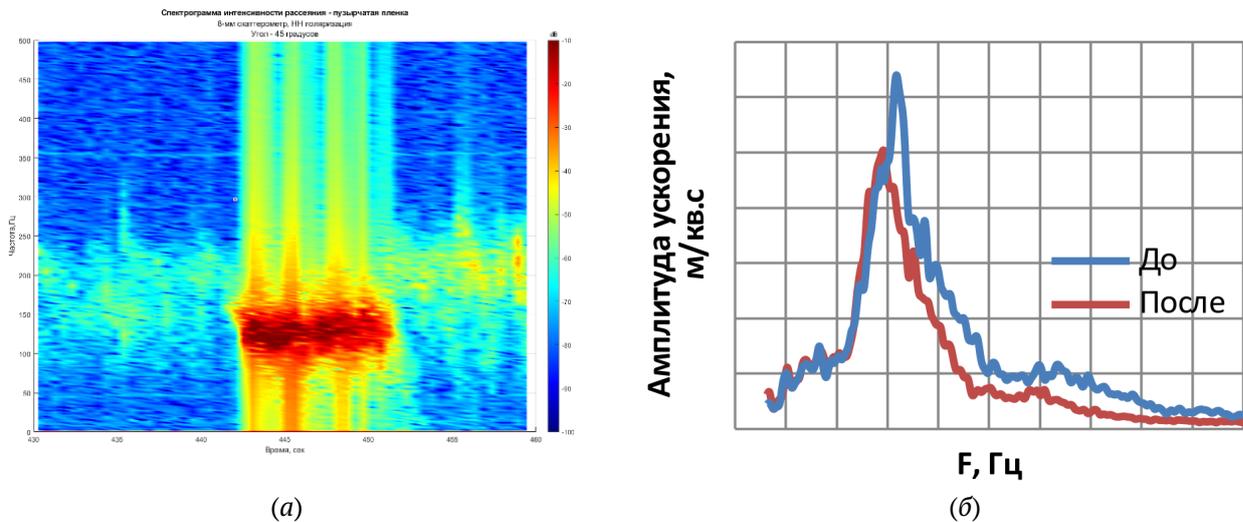


Рис. 1. (а) Спектрограмма РЛ сигнала при прохождении пленки «против ветра», интенсивность РЛ сигнала за подветрой стороной пленки (левая часть) меньше, чем перед наветренной (правая часть), центральная часть – рассеяние на пленке; (б) пектры ускорений в поле ветровых волн до и после прохождения пленки

## Натурные эксперименты

В ходе натурных экспериментов исследовались особенности изменчивости характеристик радиолокационных сигналов в присутствии полиэтиленовой пленки на водной поверхности. Наблюдения проводились на Горьковском водохранилище с маломерного судна с использованием микроволнового скаттерометра, зондирование проводилось при средних углах падения радиоволн перпендикулярно, либо под углом к скорости ветра. В качестве имитатора ПМ использовалась упаковочная «пузырчатая» пленка, как неподвижная (заякоренная), так и свободно дрейфующая в поле ветра и волнения. Исследовалась изменчивость доплеровских спектров радиолокационных сигналов Ка-диапазона при движении локатора параллельно пленке. Наряду с усилением РЛ рассеяния непосредственно в области пленки, обнаружен эффект ослабления интенсивности РЛ сигнала в подветренной области за пленкой (Рис. 1(а)). С использованием установленных на пленке миниатюрных акселерометров зарегистрировано ослабление ветровых волн при прохождении области, занятой пленкой (Рис. 1(б)), что объясняет эффект «РЛ тени» от пленки.

## Лабораторные эксперименты

Лабораторное моделирование влияния ПМ на ГКВ проводилось в овальном ветроволновом бассейне ИПФ РАН, в котором механически возбуждались поверхностные волны с различной крутизной и с длинами порядка 10 – 20 см. В качестве

имитаторов ПМ использовались полиэтиленовые пленки различной толщины и структуры, в том числе, тонкая (20 мкм) стрейч-пленка, толстая пленкой (толщина 200 мкм) и упаковочная «пузырчатая» пленка толщиной около 4 мм. Измерения амплитуд волн выполнялись струнными волнографами. РЛ зондирование ГКВ проводилось с использованием скаттерометра Ка-диапазона, работающего на вертикальной и горизонтальной поляризациях, угол падения микроволн составлял 55 град.

В ходе экспериментов показано, что ГКВ затухают при прохождении области, занятой пластиковой пленкой (рис. 2), коэффициент затухания растет с ростом толщины пленки.

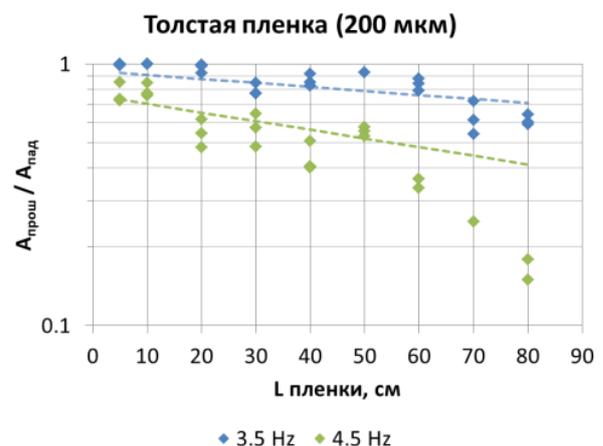


Рис. 2. Относительная амплитуда ГКВ (частоты 3.5 Гц и 4.5 Гц) в зависимости от длины пластиковой пленки

Фазовая скорость ГКВ в присутствии пленки увеличивается по сравнению с чистой поверхностью воды, оценка скорости с учетом упругости и толщины пленки согласуется с экспериментом. Получено, что паразитная капиллярная рябь и buldge-структуры, которые возникают на профиле ГКВ большой крутизны и которые являются основной причиной рассеяния излучения Ка-диапазоне (см. [5]), существенно подавляются пленками, при этом соответственно уменьшается и интенсивность РЛ сигнала. РЛ рассеяние в присутствии пленки становится более неполяризованным по сравнению с рассеянием от ГКВ на чистой воде.

### Список литературы

- [1] *Shugan I., Yang R.-Y., Chen Y.-Y.* An Experimental and Theoretical Study of Wave Damping due to the Elastic Coating of the Sea Surface // *J. Mar. Sci. Eng.* 2020. V. 8. P. 571. doi: 10.3390/jmse8080571.
- [2] *Hemavathi Sundaram, Manjula Renganathan, Thiru S.A.* comparative study of empirical models for the analysis of wave attenuation by two different coastal plant meadows – A synthetic model lab study. December 2020 // *ISH Journal of Hydraulic Engineering*, 2020. V. 28(3). P. 1–8. doi: 10.1080/09715010.2020.1858358.
- [3] *Meylan M. H., Yiew L.J., Bennetts L.G., French B.J., Thomas G.A.* Surge motion of an ice floe in waves: comparison of a theoretical and an experimental model // *Annals of Glaciology*. 2015. V. 56(69). P. 155–159. doi: 10.3189/2015AoG69A646.
- [4] *Ermakov S.A., Khazanov G.E., Dobrokhotov V.A., Vostryakova D.V., Lazareva T.N.* Wave tank modeling of the damping of gravity waves due to ice floes in application to ocean remote sensing, *Proc. SPIE 11857, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions*. 2021. P. 118570U. doi: 10.1117/12.2600164.
- [5] *Ermakov S.A., Sergievskaya I.A., Dobrokhotov V.A., Lazareva T.N.* Wave Tank Study of Steep Gravity-Capillary Waves and Their Role in Ka-Band Radar Backscatter // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. 2022. V. 60, No. 4202812. P. 1–12.



## Волнообразные структуры в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое по данным наземного дистанционного зондирования<sup>1</sup>

Зайцева Д.В., Люлюкин В.С., Кузнецов Д.Д., Вазаева Н.В.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук, Москва

Волнообразные движения с периодами от десятка секунд до нескольких десятков минут регулярно регистрируются в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое (УАПС). В частности, колебания расположения турбулизированных слоёв наблюдаются в поле эхо-сигналов наземных дистанционных средств зондирования атмосферы, например, [1,2]. Такие колебания обычно интерпретируются как проявление внутренних гравитационных волн (ВГВ), захваченных в УАПС. Волнообразные движения могут оказывать значительное влияние на структуру и динамику УАПС, например, [3]. В последние два десятилетия, в связи с проблемами краткосрочного локального прогноза высокого разрешения, интерес к исследованиям взаимодействия волн и турбулентности в УАПС усилился.

В работе были использованы данные многолет-

них измерений, проводимых в пригородной местности на Звенигородской научной станции Института физики атмосферы РАН. Доплеровский акустический локатор (содар) серии ЛАТАН-3 [4] измерял вертикальные профили интенсивности эхо-сигнала, пропорционального структурной характеристике температуры, а также профили компонент скорости ветра. Для регистрации ВГВ проводился визуальный анализ высотно-временных развёрток содарного эхо-сигнала (эхোগраммы). По вертикальной структуре эпизоды волновой активности разделялись на два класса — внутренние гравитационно-сдвиговые волны (Рис. 1, а) и волны плавучести (Рис. 1, б).

### Список литературы

- [1] *Petenko I., Mastrantonio G., Viola A. и др.* Wavy vertical motions in the ABL observed by sodar // *Boundary-layer meteorology*. 2012. Т. 143. №1. С. 125–141.
- [2] *Люлюкин В.С., Каллистратова М.А., Кузнецов Р.Д. и др.* Внутренние гравитационно-сдвиговые волны в атмосферном пограничном слое по данным акустической локации // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана*. 2015. Т. 51. № 2. С. 218–229.
- [3] *Sun J., Nappo C.J., Mahrt L. и др.* Review of wave-turbulence interactions in the stable atmospheric boundary layers // *Journal of the atmospheric sciences*. 2015. Т. 53. № 3. С. 956–993.
- [4] *Кузнецов Р.Д.* Акустический локатор ЛАТАН-3 для исследования атмосферного пограничного слоя // *Оптика атмосферы и океана*. 2007. Т. 20. № 8. С. 749–753.

<sup>1</sup>Исследования выполнены при поддержке гранта Президента Российской Федерации для молодых учёных-кандидатов наук (проект № МК-5516.2022.1.5)

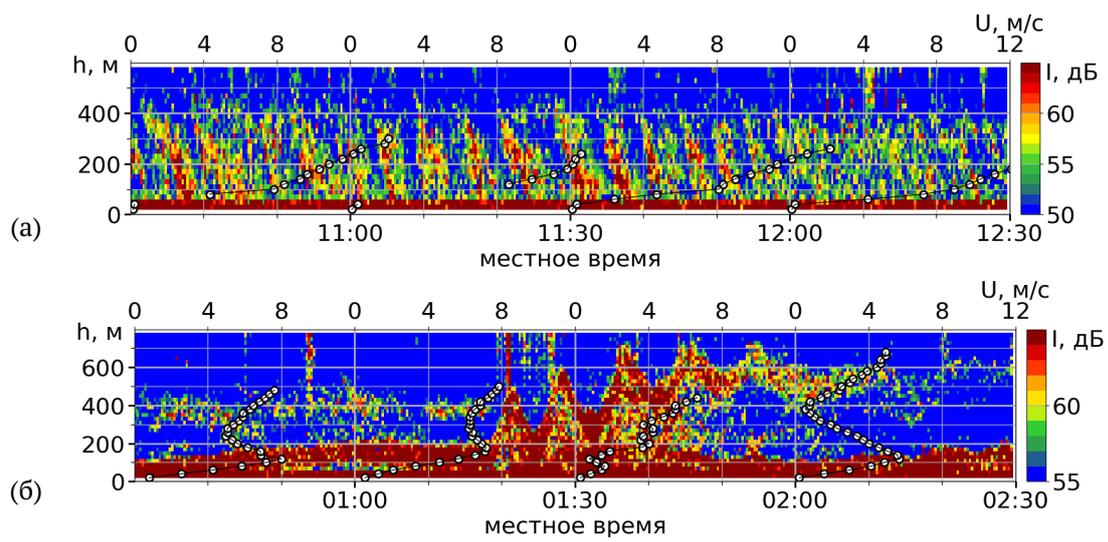


Рис. 1. Примеры регистрации на содарных эхограммах (а) цуга внутренних гравитационно-сдвиговых волн в форме наклонных полос; (б) цуга волн плавучести в форме колебания высоты расположения приподнятого инверсионного слоя



## О прибрежных апвеллингах и даунвеллингах, обусловленных вихревой динамикой вод в северо-восточной части Черного моря<sup>1</sup>

Зацепин А.Г., Подымов О.И.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН, Москва

Физическую природу апвеллингов в Мировом океане обычно связывают с ветровым воздействием, экмановским переносом поверхностных вод от берега и компенсирующим восходящим движением глубинных вод [1–4]. В прибрежной зоне Черного моря ветер также считается основной причиной прибрежных апвеллингов [5]. Однако направление и интенсивность вдольбереговых геострофических течений в верхнем слое океана также играют важную роль в формировании апвеллингов и даунвеллингов, причем такие течения зачастую не имеют прямой связи с ветром [6, 7].

Для Черного моря характерна циклоническая циркуляция, которая влияет на весь бассейн и вызывает подъем вод в его центральной части и их опускание на периферии. Основным структурным элементом этой циркуляции является Основное черноморское течение (ОЧТ) — кольцевое бароклинное течение с максимальной скоростью вблизи поверхности моря. Стрежень ОЧТ в среднем рас-

положен возле подножия черноморского континентального склона, примерно в 20–30 км от берега в северо-восточной части моря, где шельф и материковый склон — узкие. Скорость ОЧТ, в среднем составляющая 0,15–0,25 м/с, но иногда превышающая 1 м/с, быстро уменьшается с глубиной, убывая в несколько раз в области перманентного пикноклоина (далее — пикноклин), который расположен в диапазоне глубин 50–200 м. Вертикальный турбулентный перенос в этом слое сильно подавлен. Из-за этого вертикальный поток растворенного кислорода оказывается недостаточным для того, чтобы эффективно окислить органическое вещество и, начиная с нижней части пикноклина и до дна моря, располагается бескислородная зона, зона сероводородного заражения вод. Следует отметить, что динамика вод активно влияет на процессы вертикального перемешивания и вентиляцию вод пикноклина, а также на положение границы между кислородосодержащими и бескислородными водами.

В северо-восточной части моря, где шельфово-склоновая зона — узкая, из-за меандрирования ОЧТ его стрежень, то приближается к берегу (в циклоническом меандре), то отдаляется от него (в антициклоническом меандре). Вследствие этого течение в прибрежной зоне демонстрирует преиму-

<sup>1</sup>Работа выполнена по теме госзадания FMWE-2021-0002 и при поддержке гранта РНФ №23-17-00056.

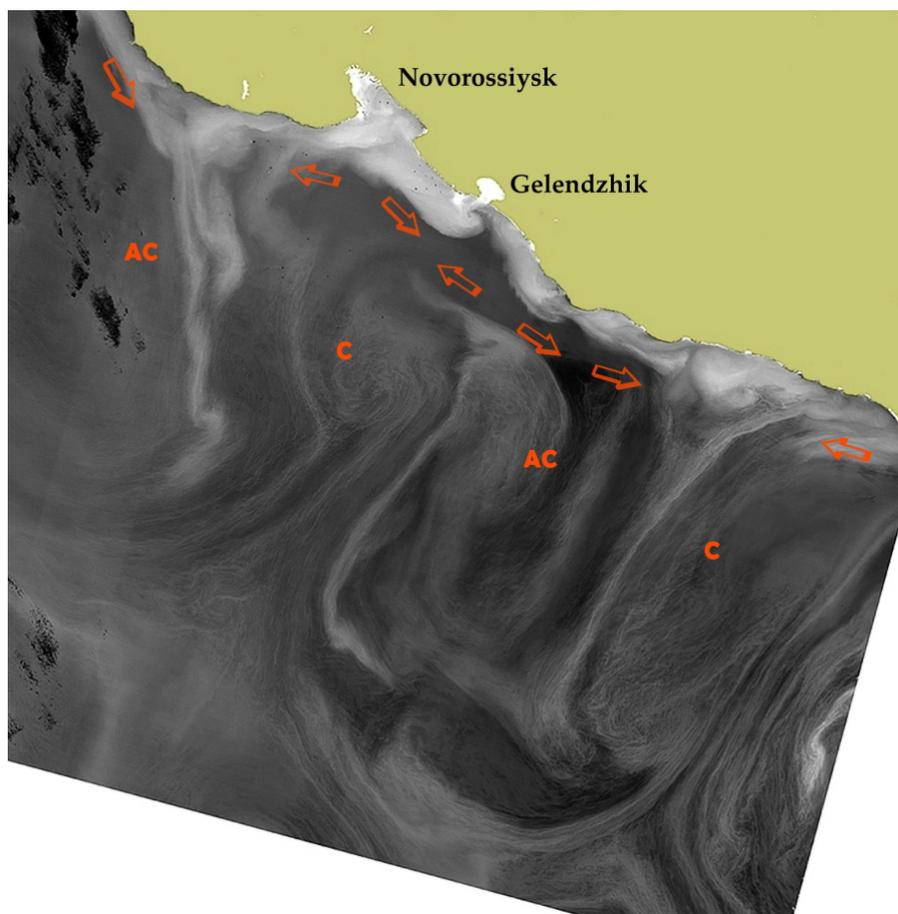


Рис. 1. Череда циклонических (С) и антициклонических (АС) меандров ОЧТ и вихрей в северо-восточной части Черного моря. Красными стрелками показаны знакопеременные вдольбереговые течения на шельфе и верхней части континентального склона. Спутниковый снимок, Ландсат-8, 15 апреля 2015 г. (предоставлен С.В. Станичным, ФИЦ МГИ РАН)

щественно бимодальное поведение. Циклонический меандр вызывает усиление северо-западного течения. Антициклонический — создает антициклонический вихрь и изменяет направление вдольберегового течения на юго-восточное. Вследствие геострофического приспособления поля плотности к полю течения, при этом должна изменяться глубина залегания изопикн в пикноклине и изотерм в сезонном термоклине (далее — термоклин).

На основе анализа данных долговременных совместных измерений вертикальных распределений температуры, плотности и скорости течения на акватории полигона «Геленджик» показано, что квазипериодические подъемы и опускания изопикн и изотерм на шельфе и верхней части континентального склона на синоптическом временном масштабе (5-15 суток), действительно, связаны с изменениями направления и силы вдольберегового течения и геострофическим приспособлением поля плотности к полю скорости [8, 9]. Цик-

лонические и антициклонические меандры ОЧТ (Рис. 1) медленно перемещаются вдоль берега с юго-востока на северо-запад. Вследствие этого, в точке наблюдения на шельфе или, в верхней части континентального склона, возникает квазипериодическое изменение направления вдольберегового течения с северо-западного (циклонический меандр ОЧТ) на юго-восточное (антициклонический меандр ОЧТ, или антициклонический мезомасштабный вихрь). Полный период смены знака течения в среднем составляет около 10 суток. На фазе северо-западного течения пикноклин и термоклин опускаются (фаза даунвеллинга), что приводит к увеличению их толщины и толщины верхнего квазигомогенного слоя (ВКС). На фазе юго-восточного течения пикноклин и термоклин поднимаются (фаза апвеллинга) и сжимаются по вертикали, уменьшается также толщина ВКС.

Установлены статистически значимые линейные зависимости вертикальных смещений изо-

пикн и изотерм от скорости вдольберегового течения, позволяющие оценивать величину «геострофического» апвеллинга или даунвеллинга по данным измерений профиля скорости течения в верхней части континентального склона, на внешнем и внутреннем шельфе. Оценены значения амплитуды колебаний изопикн в пикноклине и изотерм в термоклине, показана их квазисинфазность. При этом отмечено, что геострофический апвеллинг, как правило, бывает неполным, т.е. слой скачка температуры и термоклин не выходят на поверхность моря.

Тем не менее, важным следствием геострофического апвеллинга является приближение сезонного термоклина к поверхности моря, благодаря чему интенсивное воздействие ветра любого направления вызывает значительное турбулентное вовлечение термоклинных вод в ВКС, способствует его охлаждению и обогащению биогенными элементами. Результатом этого может быть повышенная первичная продуктивность: совпадение сильного ветра и геострофического апвеллинга должно оказывать синергетическое воздействие на первичную продуктивность вод прибрежной экосистемы.

Вертикальные колебания изопикн, вызванные геострофическими апвеллингами и даунвеллингами, приводят квазипериодическим изменениям положения нижней границы кислородной зоны и верхней границы сероводородной зоны, которые

могут оказывать влияние на структуру биологических сообществ и глубину распространения бентоса на черноморском шельфе.

## Список литературы

- [1] Ekman V.W. On the influence of the Earth's rotation on ocean currents // Ark. Foer Mat. Astron. Och Fys. 1905. 2. С. 1–53.
- [2] Gill A.E., Clarke A.J. Wind-induced upwelling, coastal currents, and sea-level changes // Deep-Sea Res. 1974. 21. С. 325–345.
- [3] Yentsch C.S. The influence of geostrophy on primary production // Tethys 1974, 6. С. 111–118.
- [4] Kampf J., Chapman P. Upwelling Systems of the World; Springer International Publishing: Cham, Switzerland, 2016. P. 433.
- [5] Stanichnaya R.R., Stanichny S.V. Black Sea upwellings // Sovrem. Probl. Distantionnogo Zondirovaniya Zemli Iz Kosmosa. 2021. 18. P. 195–207. (In Russian)
- [6] Gawarkiewicz G., Korotaev G., Stanichny S., Repetin L., Soloviev D. Synoptic upwelling and cross-shelf transport processes along the Crimean coast of the Black Sea // Cont. Shelf Res. 1999. 19. P. 977–1005.
- [7] Zhurbas V., Oh I.S., Park T. Formation and decay of a longshore baroclinic jet associated with transient coastal upwelling and downwelling: A numerical study with applications to the Baltic Sea // J. Geophys. Res. 2006. 111. C04014.
- [8] Зацепин А.Г., Островский А.Г., Кременецкий В.В. и др. О природе короткопериодных колебаний основного черноморского пикноклина, субмезомасштабных вихрях и реакции морской среды на катастрофический ливень 2012 г. // ФАО. 2013. № 6. С. 717–732.
- [9] Podymov O.I., Ocherednik V.V., Silvestrova K.P., Zatsepin A.G. Upwellings and Downwellings Caused by Mesoscale Water Dynamics in the Coastal Zone of Northeastern Black Sea // J. Mar. Sci. Eng. 2023. 11. 1628. <https://doi.org/10.3390/jmse11081628>



## Об учете влияния стратификации жидкости при моделировании движения подводного глайдера дискообразной формы

Коваль К.А., Сухоруков А.Л.

АО «ЦКБ МТ „Рубин“», Санкт-Петербург

### Введение

В рамках работы рассматривается движение подводного глайдера дискообразной формы в стратифицированной жидкости, состоящей из двух слоев, обладающих различной плотностью. Для учета изменения гидродинамических характеристик (ГДХ) глайдера при движении вблизи скачка плотности предложен метод совместного решения уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения подводного аппарата. Применение данного подхода позволит более точно прогнозировать параметры движения глайдеров в реальных акваториях.

### Подводный глайдер дискообразной формы

В настоящее время количество и номенклатура задач, выполняемых с помощью подводных робототехнических средств, неуклонно возрастает. В некоторых ситуациях целесообразно использование такого класса аппаратов, как подводные глай-

деры, отличающиеся малозумностью и высокой энергетической эффективностью.

На Рис. 1 показан один из возможных вариантов конструктивного исполнения глайдера — аппарат дискообразной формы, разработанный японскими специалистами [1]. Его преимуществом является «всеполюсность» — возможность одинаково маневрировать в любом направлении. Система управления плавучестью, благодаря которой глайдер способен осуществлять перемещения в пространстве, состоит из четырех гидроцилиндров, способных принимать или удалять забортную воду.

### Учет стратификации жидкости при моделировании движения

Реальные акватории характеризуются значительной пространственной неоднородностью гидродинамических полей. Одним из наиболее простых для рассмотрения типов стратификации является резкий скачок плотности:

$$\rho_w(y) = \begin{cases} \rho_1, & y > y_{\Delta\rho}; \\ \rho_1 + \Delta\rho, & y \leq y_{\Delta\rho}; \end{cases} \quad (1)$$

где  $\rho_w$  — плотность жидкости;  $\rho_1$  — плотность верхнего слоя;  $\Delta\rho$  — значение скачка плотности;  $y_{\Delta\rho}$  — координата скачка плотности.

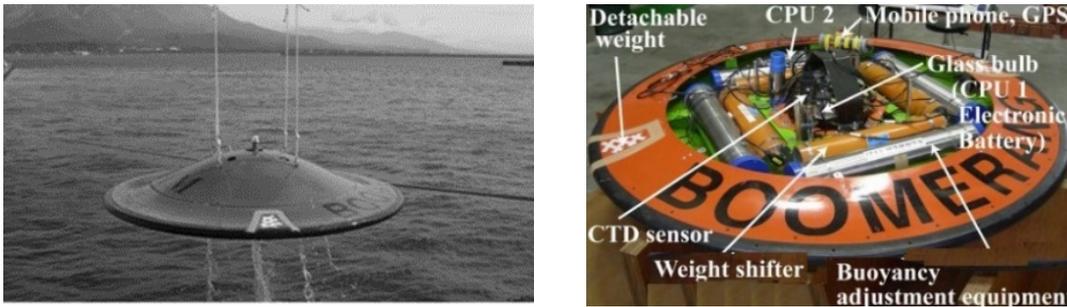


Рис. 1. Глайдер дискообразной формы

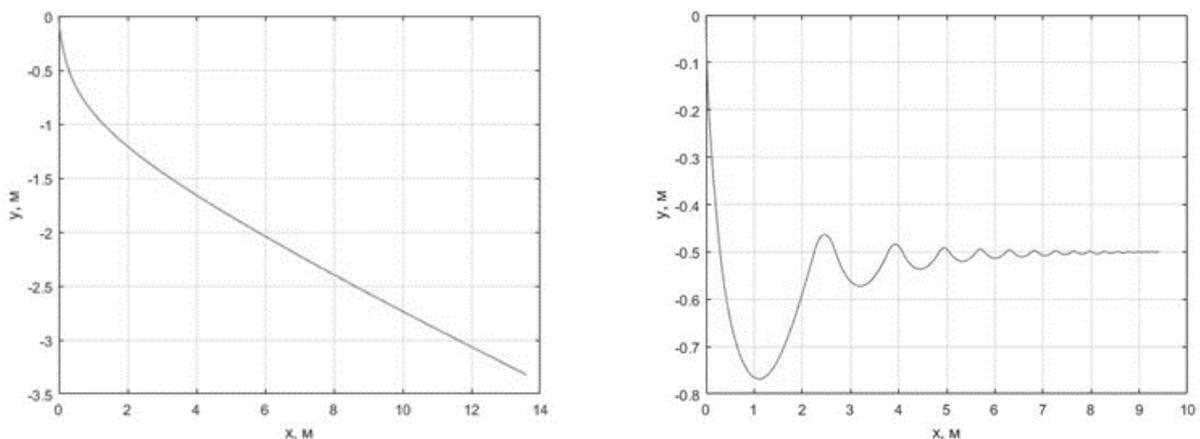
При изменении плотности жидкости изменяются действующие на аппарат выталкивающая и гидродинамическая силы, восстанавливающий момент, связанный с остойчивостью, а также избыточная плавучесть, создаваемая при помощи гидроцилиндров. С учетом данных поправок можно модифицировать математическую модель движения глайдера [2] для случая стратифицированной жидкости. На основе данной модели были определены параметры движения глайдера при его погружении с пересечением скачка плотности. Анализ траекторий, полученных при различных значениях  $\Delta\rho$  и показанных на Рис. 2, позволяет сделать вывод, что скачок плотности оказывает заметное влияние на динамику аппарата, вплоть до невозможности преодолеть пикноклин с использованием штатных средств управления плавучестью.

### Сопряженный подход при моделировании движения

При использовании классического подхода к моделированию движения подводного объекта предполагается, что ГДХ объекта постоянны. Однако, при взаимодействии подводного аппарата с

пикноклином гидродинамические реакции сильно зависят не только от угла атаки, но и от других параметров, характеризующих положение глайдера относительно скачка плотности [3]. Одним из способов учета влияния стратификации на ГДХ может быть совместное решение уравнений динамики вязкой жидкости и уравнений движения аппарата. Суть метода заключается в том, что на каждом временном шаге в гидродинамическом решателе вычисляются силы и моменты, действующие на объект со стороны жидкости, затем на основе этих данных решаются уравнения движения глайдера и определяются перемещения для следующего временного шага. Таким образом, перемещения объекта и воздействия на него со стороны потока взаимосвязаны.

В качестве валидационной задачи для подтверждения адекватности метода рассматривалось всплытие дискообразного глайдера в однородной жидкости. На Рис. 3 показано изменение положения глайдера в процессе расчета. Сопоставление параметров движения, полученных с помощью классического и предложенного метода показано на Рис. 4.

Рис. 2. Траектории при  $\Delta\rho = 3 \text{ кг/м}^3$  (слева) и  $\Delta\rho = 5 \text{ кг/м}^3$  (справа)

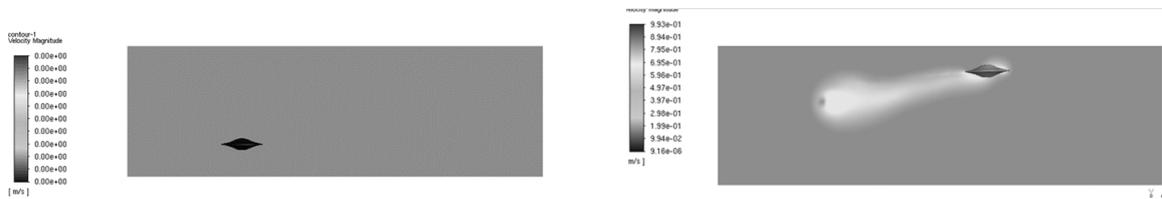


Рис. 3. Изменение положения глайдера в процессе численного расчета с применением сопряженного подхода

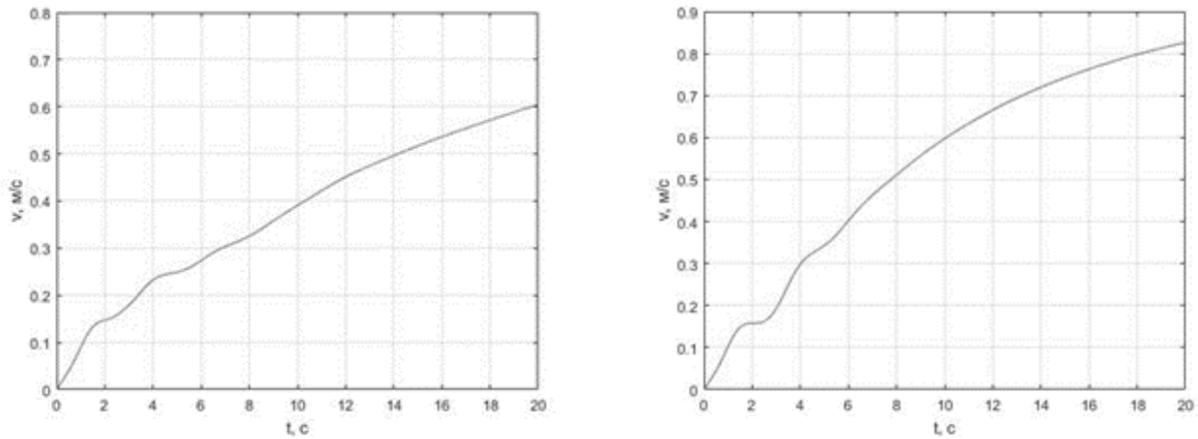


Рис. 4. Изменение положения глайдера в процессе численного расчета с применением сопряженного подхода

После подтверждения адекватности сопряженного подхода он был применен для моделирования погружения глайдера в стратифицированной среде. Задание слоев жидкости различной плотности внутри расчетной области осуществлялось при помощи метода Volume-of-Fluid (VoF). На Рис. 5 показано пересечение глайдером скачка плотности. Параметры движения, полученные при моделировании на основе классического и сопряженного подходов, показаны на Рис. 6. Видно, что в процессе приближения к скачку плотности и при его

пересечении проявляется различие между результатами. Это свидетельствует о влиянии изменения ГДХ при взаимодействии подводного аппарата с пикноклином.

### Заключение

В результате выполнения работы была предложена модификация математической модели движения подводного аппарата, позволяющая учитывать влияние стратификации жидкости. Разработан метод совместного численного интегрирова-

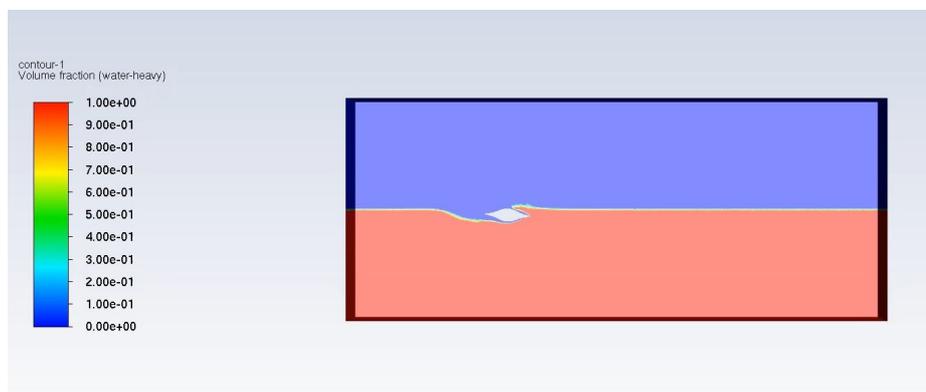


Рис. 5. Пересечение глайдером пикноклина

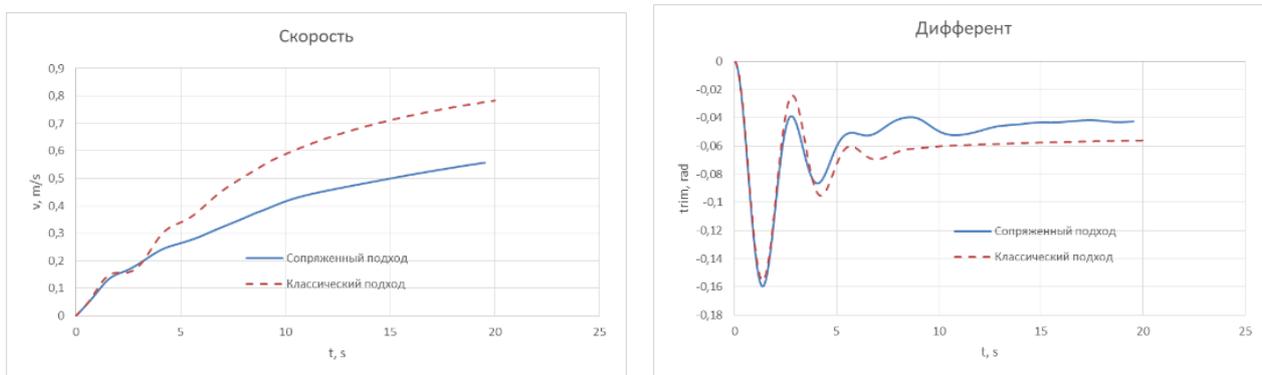


Рис. 6. Параметры движения глайдера (скорость и дифферент) при погружении с пересечением скачка плотности

ния уравнений гидродинамики и уравнений движения подводного аппарата. Использование предложенных подходов позволит значительно улучшить качество моделирования движения глайдеров с учетом реальной гидрологии, а также разработать системы управления, обеспечивающие эффективность и безопасность маневрирования.

## Список литературы

- [1] Koterayama W., Nakamura M., Ito Y., Yoshimura H. Underwater Vehicle for Practical Use in Ocean Observations. Proceedings of the Tenth (2012) ISOPE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. Vladivostok, Russia, October 3-5, 2012. Pp. 170–175.
- [2] Сухоруков А.Л., Титов М.А. Сопоставительный анализ параметров движения подводного глайдера дискообразной формы // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. 2022. № 4(354). С. 38–47.
- [3] Гурьев Ю.В., Слуцкая М.З. Основные закономерности гидродинамического воздействия природных морских условий на подводные объекты. Спб., Научный журнал «Морские интеллектуальные технологии». 2020. Т. 1(2). С. 10–16.



## Расчет переноса вещества и энергии в невязком стратифицированном океане и атмосфере<sup>1</sup>

Лапшина К.Ю.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

### Введение

Исследование волнового массопереноса в сплошных средах имеет большое количество прикладных и академических приложений. Однако, до сих пор исследователи не обращали внимание на перенос вещества связанный с распространением периодического возмущения границы раздела двух стратифицированных жидкостей. Дисперсионные характеристики периодического волнового движения на границе раздела в двухслойной системе невязких стратифицированных жидкостей были определены в [1]. Методика расчета и выражения для скорости массопереноса и траекторий движения материальных частиц в однородных средах получены в работе [2]. В настоящей работе ставится задача о расчете переноса вещества и энергии, связанного с возмущением поверхности на границе раздела двух стратифицированных невязких жидкостей.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 19-19-00598-П, «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», <https://tscf.ru/project/19-19-00598/>)

### Постановка задачи

Рассмотрим две идеальные стратифицированные жидкости в декартовой системе координат  $Oxz$ , в которой ось  $Oz$  направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести  $\mathbf{g}$ , а ось  $Ox$  совпадает с равновесным положением границы раздела  $z = 0$  вдоль которой распространяется периодическое возмущение  $z = \zeta(x, t)$ . Движение считается независимым от горизонтальной координаты  $y$ . Капиллярные силы на поверхности раздела характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$ . Будем считать, что нижнее полупространство  $z < 0$  заполняет более плотная жидкость с плотностью  $\rho_w$ , а верхнее полупространство занимает жидкость с плотностью  $\rho_a < \rho_w$ . Будем считать, что жидкости равномерно стратифицированы по экспоненциальному закону. Здесь и далее индексами  $a, w$  обозначены верхняя и нижняя среды соответственно. Математическая формулировка задачи состоит из уравнений Эйлера и неразрывности для обеих сред, также их следует дополнить граничными условиями на поверхности раздела:

$$z > \zeta : \begin{cases} \rho_a = \rho_{00a} \exp(-z/\Lambda_a)(1 + \tilde{\rho}_a(x, z, t)) \\ \rho_a \partial_t \mathbf{u}_a + \rho_a (\mathbf{u}_a \cdot \nabla) \mathbf{u}_a = -\nabla P_a + \rho_a \mathbf{g} \\ \partial_t \rho_a + \operatorname{div}(\rho_a \mathbf{u}_a) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho_w = \rho_{00w} \exp(-z/\Lambda_w)(1 + \tilde{\rho}_w(x, z, t)) \\ \rho_w \partial_t \mathbf{u}_w + \rho_w (\mathbf{u}_w \cdot \nabla) \mathbf{u}_w = -\nabla P_w + \rho_w \mathbf{g} \\ \partial_t \rho_w + \operatorname{div}(\rho_w \mathbf{u}_w) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$z = \zeta : \begin{cases} \partial_t(z - \zeta) + \mathbf{u}_a \cdot \nabla(z - \zeta) = 0 \\ \partial_t(z - \zeta) + \mathbf{u}_w \cdot \nabla(z - \zeta) = 0 \\ P_w - P_a - \sigma \operatorname{div}(\mathbf{n}) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$\mathbf{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}$$

Здесь  $\rho_{00a,w}$  — равновесное значение плотности сред,  $\Lambda_{a,w} = |d \ln \rho_{a,w} / dz|^{-1}$  — масштаб стратификации,  $\tilde{\rho}_{a,w}$  — описывает возмущение плотности, связанное с волновым движением,  $u = u_x e_x + u_z e_z$  — поле скоростей,  $P_{a,w}$  — давление жидкостей,  $\mathbf{n}$  — вектор нормали к границе раздела, направленный из нижней среды в сторону верхней. В естественных условиях возмущение плотности мало по сравнению со средним значением  $\tilde{\rho}_{a,w} \ll 1$ . Решение задачи ищется в виде бегущей волны методом разложения по малому параметру, пропорциональному амплитуде волнового движения в приближении Буссинеска.

## Расчет скорости массопереноса

Решение линеаризованной задачи (1)–(3) позволяет записать поле скоростей с точностью до первого порядка в эйлеровом представлении  $\mathbf{V}_E = \mathbf{V}_E(\mathbf{r}, t)$  для верхней и нижней сред соответственно:

$$u_{x_a} = -A k_{za} \exp(-k_{za} z) \cos(k_x x - t\omega), \quad (4)$$

$$u_{z_a} = A k_x \exp(-k_{za} z) \sin(k_x x - t\omega)$$

$$u_{x_w} = B k_{zw} \exp(k_{zw} z) \cos(k_x x - t\omega), \quad (5)$$

$$u_{z_w} = B k_x \exp(k_{zw} z) \sin(k_x x - t\omega)$$

Здесь  $A, B$  — амплитуды,  $k_{za,w}, k_x$  — компоненты волнового числа,  $\omega$  — частота волнового движения.

Переход к переменным Лагранжа, для определения дрейфовой скорости и описания движения частиц среды, осуществляется посредством подстановки выражений (4)–(5) в следующую формулу [3]:

$$\mathbf{V}_L(\mathbf{r}_0, t) = \mathbf{V}_E(\mathbf{r}_0, t) + \left( \left( \int_0^t \mathbf{V}_E(\mathbf{r}_0, \tau) \nabla_0 \right) \mathbf{V}_E(\mathbf{r}, t) \right), \quad (6)$$

где  $\mathbf{V}_E(\mathbf{r}, t)$  необходимо взять в точке  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$  и индекс «0» означает — что действие совершается в начальном положении отслеживаемой материальной точки. При переходе в лагранжево представление поле скоростей координаты эйлеровых скоростей изменяют свой статус — это позволяет получить

скорость жидкой частички, которая в нулевой момент времени  $t = 0$  находилась в точке пространства  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ .

При этом для корректного применения формулы (6) необходимо перейти в другую систему координат  $O^* x^* z^*$ , которая движется вместе со средой. Также частота волнового движения изменяется из-за необходимости учета эффекта Доплера:

$$\begin{pmatrix} x^* \\ y^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - U_{\text{drift}} t \\ y \end{pmatrix} \Rightarrow \quad (7)$$

$$\Rightarrow k_x x - \omega t = k_x (x^* + U_d t) - \Omega t$$

$$\Rightarrow \Omega = \omega - k_x U_{\text{drift}},$$

где  $U_{\text{drift}}$  — дрейфовая компонента скорости, которая смещает частицу жидкости с течением времени.

В формуле (6) горизонтальной скорости с точностью до второго порядка малости определены как дрейфовые, так и циклические слагаемые скорости. При подстановке (4)–(5) в (6) слагаемые, имеющие периодический характер, являются циклическими. Дрейфовые компоненты скорости появляются в результате вычисления интегральных слагаемых, путем усреднения их за период мы можем определить дрейфовую компоненту скорости у обеих сред:

$$U_{a \text{ drift}} = \left\{ A^2 k_x k_{za}^2 \frac{\exp(-2k_{za} z)}{\omega}; 0 \right\}, \quad (8)$$

$$U_{w \text{ drift}} = \left\{ B^2 k_x k_{zw}^2 \frac{\exp(2k_{zw} z)}{\omega}, 0 \right\}$$

При расчетах траекторий движения индивидуальных жидких частиц необходимо выполнить еще одно действие. В этом случае формулу пересчета (6) корректно применять в системе координат, движущейся со скоростью среднего лагранжевого течения  $V_L = V_E + U_{\text{drift}}$ , которая вычисляется, как сумма скорости среднего эйлерова течения и скорости среднего массопереноса, вычисленной на предыдущем этапе.

Важными характеристиками потока жидкости, помимо дрейфового течения, являются плотность потока энергии и поток импульса:

$$\rho_{a,w} \mathbf{u}_{a,w} \left( \frac{\mathbf{u}_{a,w}^2}{2} + \frac{P_{a,w}}{\rho_{a,w}} \right); \quad (9)$$

$$P_{a,w} \mathbf{k} + \rho_{a,w} \mathbf{u}_{a,w} (\mathbf{u}_{a,w} \cdot \mathbf{k})$$

Здесь  $\mathbf{k}$  — волновой вектор, определяемый в ходе решения дисперсионного соотношения через положительно определенную частоту волнового движения  $\omega$ .

## Заключение

Был проведен анализ влияние стратификации на перенос вещества в жидкости, исследована скорость дрейфа контактирующих сред, построены траектории движения материальных частиц жидкости. Расчеты показывают, что учет стратификации наиболее сильное влияние оказывает в области гравитационных волн. Особый интерес вызывает переход в область капиллярных волн, где значение скорости дрейфа Стокса при отдалении от границы раздела в стратифицированной жидкости значительно больше, чем в однородной жидкости, в отличии от области гравитационных волн,

где стратифицированная жидкость характеризуется меньшей скоростью дрейфа, чем однородная. Также были визуализированы потоки энергии и импульса, возникающие при волновом движении.

## Список литературы

- [1] Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю. Поверхностные волны вдоль границы раздела устойчиво стратифицированных жидких сред // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т.23, вып. 6
- [2] Белоножко, Д. Ф., Очиров А.А. О массопереносе, порожденном волновым возмущением поверхности тангенциального разрыва поля скоростей // Журнал технической физики. 2018. Т. 88, № 5. С. 675–683.



## Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных дисках вокруг нейтронных звёзд<sup>1</sup>

Ливенец З.Д.\*, Луговский А.Ю.\*\*

\*Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва

\*\*Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, Москва

Целью работы является исследование свойств аккреционных звездных дисков при моделировании нестационарных процессов в них. Подобные газовые диски формируются вокруг компактных небесных тел большой массы. Таким объектом может быть нейтронная звезда или черная дыра. В результате захвата гравитационным полем звезды межзвездного газа с большим угловым моментом возникает аккреционный диск. Для того, чтобы вещество аккрецировало (падало) на звезду, необходим отвод углового момента от вещества диска. Известно много механизмов отвода углового момента от вещества аккреционного диска, но все они имеют те или иные недостатки.

Особый интерес представляет развитие крупномасштабной турбулентности в сдвиговом течении аккреционного диска, для изучения которого используется компьютерное моделирование данного процесса. Интересно проверить некоторые ги-

потезы. Возможно ли появление крупномасштабных вихрей в сдвиговом течении аккреционного диска? Способны ли подобные структуры привести к перераспределению углового момента и обеспечить необходимый темп аккреции (массовая скорость падения вещества на центральное тело)? Правомомерен ли двумерный подход для изучения аккреционных дисков?

В работе исследуется новый механизм переноса углового момента крупными вихревыми структурами, возникающими в сдвиговом течении вещества аккреционного диска.

### Список литературы

- [1] Ливенец З.Д., Луговский А.Ю. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 5. С. 1–19.
- [2] Велихов Е.П., Луговский А.Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Четкин В.М. // *Астрономический журнал*. 2007. Т. 84. №2. С. 177–184.
- [3] Луговский А. Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Четкин В.М. // *Астрономический журнал*. 2008. Т. 85. №10. С. 901–905.
- [4] Луговский А.Ю., Четкин В.М. // *Астрономический журнал*. 2012. Т. 89. №2. С. 120–127.

<sup>1</sup>Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант 20-11-20165).

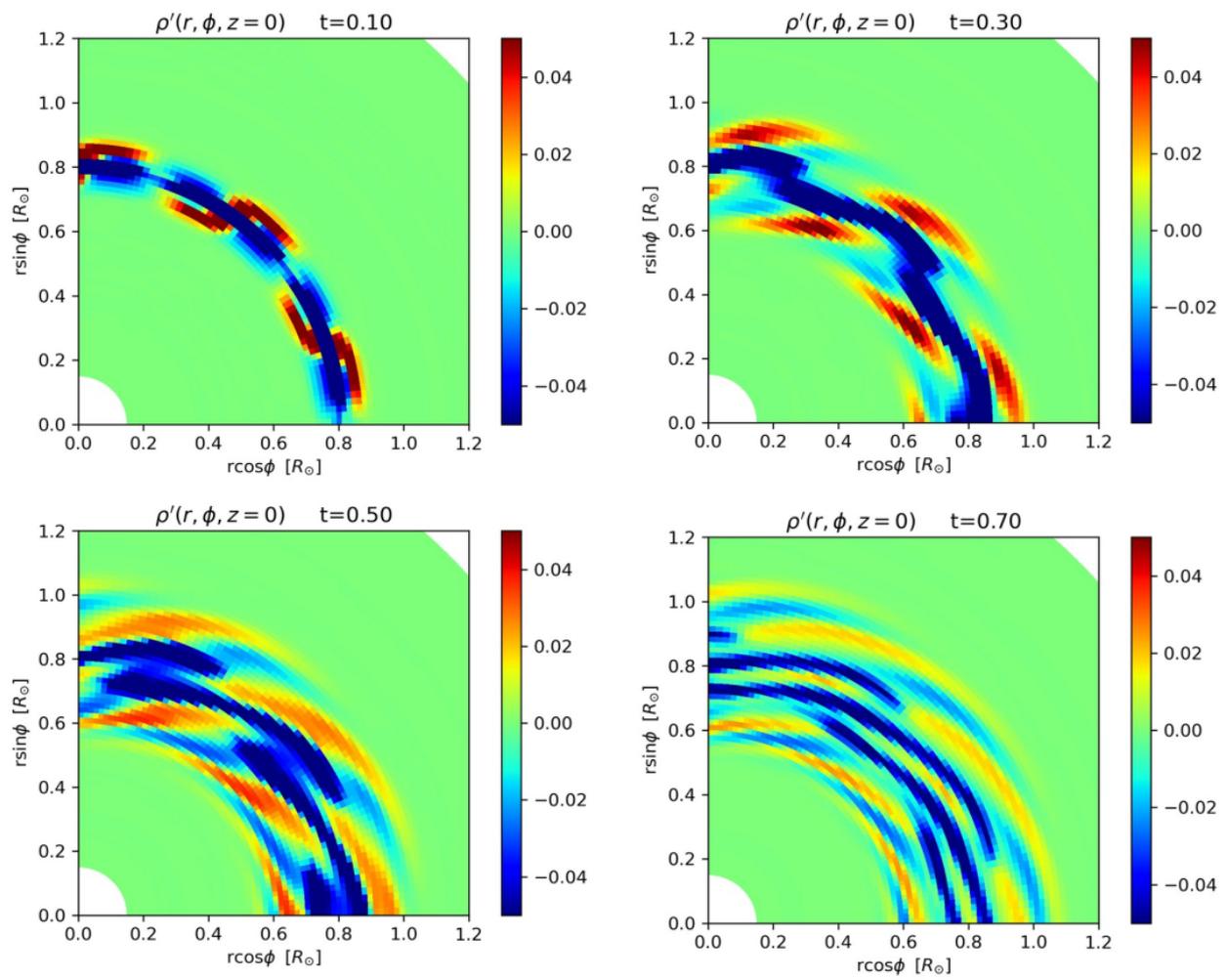


Рис. 1. Эволюция вихревых структур в аккреционном диске. Их движение сопровождается переносом вещества в объеме газового облака



## Изгибно-гравитационные волны в ледяном покрове от движущихся периодически меняющихся возмущений

Маленко Ж.В.<sup>\*,\*\*</sup>, Ярошенко А.А.<sup>\*,\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Морской институт имени вице-адмирала В.А. Корнилова - филиал ФГБОУ ВО «ГМУ имени адмирала Ф.Ф. Ушакова», Севастополь

<sup>\*\*</sup> Севастопольский государственный университет, Севастополь

### Введение

В зимний период для продления навигации на реках и озерах, покрытых ледяным покровом, возникает необходимость его разрушения. Для этих целей часто используются суда на воздушной подушке (СВП), так как их можно применять на мелководье, где невозможно применение других ледокольных средств. Одним из способов разрушения ледяного покрова СВП является резонансный метод. Эффективность применения СВП может быть увеличена, если при прямолинейном равномерном движении периодически изменять давление в воздушной подушке судна [1, 2].

В работах [3–6] проводится исследование колебаний ледяного покрова, которые вызваны движущимися периодически меняющимися возмущениями. В [3] рассматривается плоская задача. В [4] изучаются трехмерные неустановившиеся изгибно-гравитационные волны. В статье [5] исследуется волновое движение в плавающем морском льду,

возбуждаемое перемещением вибрирующего груза. В работе [6][6] приводятся фазовые портреты образующихся волн в зависимости от скорости движения источника и частоты его колебаний. Настоящая работа посвящена исследованию колебаний с учетом сжимающих усилий.

### Постановка и решение задачи

На поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости конечной глубины плавает сплошной ледяной покров, по поверхности которого перемещается нагрузка вида:

$$p = p_0 f(x_1, y) \exp(i\sigma t), \quad x_1 = x + vt, \quad v = \text{const}. \quad (1)$$

Ледяной покров моделируется тонкой упругой изотропной пластинкой толщины  $h$ , плавающей на поверхности жидкости. Полагаем, что до начала действия возмущений, жидкость не возмущена и граница поверхности пластина–жидкость горизонтальна.

Исследуем развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн, генерируемых движущимся источником возмущений (1). Считая движение жидкости потенциальным, в рамках линейной теории в системе координат  $x, y$ , связанной с движущейся со скоростью  $v$  областью давлений, задача

сводится к решению уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0, \quad -H < z < 0, \quad -\infty < x, y < \infty \quad (2)$$

со следующими граничными, начальными и кинематическим условиями:

$$D_1 \nabla^4 \zeta + Q_1 \Delta_l \zeta + \chi_1 F \zeta + \zeta + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial t} + v \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right) \frac{1}{g} = \frac{p}{\rho g} \text{ при } z = 0, \quad \partial \varphi / \partial z = 0 \quad (3)$$

$$\text{при } z = -H, \quad \varphi(x, y, z, 0) = \zeta(x, y, 0) = 0,$$

$$\partial \zeta / \partial t = \partial \varphi / \partial z - v \partial \zeta / \partial x \text{ при } z = 0,$$

где  $D_1 = D / \rho g$ ,  $Q_1 = Q / \rho g$ ,  $\chi_1 = \rho h / \rho g$ ,  $D = Eh^3 / (12(1 - \mu^2))$ ,  $\nabla^4 = \Delta_l^2$ ,  $\Delta_l = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ ,  $F = \partial^2 / \partial t^2 + 2v \partial^2 / \partial t \partial x + v^2 / \partial x^2$ ,  $\rho$  – плотность жидкости,  $E, h, \rho_1, \mu$  – модуль нормальной упругости, толщина, плотность и коэффициент Пуассона пластинки,  $Q$  – сжимающее усилие,  $\zeta$  – возвышение поверхности пластина-жидкость. Здесь и далее у  $x_1$  опущен индекс 1.

Применяя для решения задачи (1)–(3) метод интегральных преобразований Фурье по горизонтальным координатам  $x, y$  и Лапласа по времени  $t$ , а затем переходя к полярным координатам в случае осесимметричного распределения давлений (1), выражение для  $\zeta$  примет вид:

$$\zeta = -\frac{p_0}{8\pi^2 \rho g} \Im(e^{i\sigma t} (J_1 - J_2)), \quad (4)$$

$$J_j = \int_0^\infty \int_0^t \int_{-\pi/2}^{3\pi/2} \frac{r f^*(r)}{\tau(r)} M(r) e^{-i(rR \cos(\theta-\gamma) - \Delta_j \xi)} d\theta d\xi dr,$$

$$R = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad r = (m^2 + n^2)^{1/2},$$

$$x = R \cos \gamma, \quad y = R \sin \gamma, \quad m = r \cos \theta, \quad n = r \sin \theta,$$

$$\tau(r) = (l(r)M(r))^{1/2}, \quad l(r) = 1 + Q_1 r^2 + D_1 r^4,$$

$$M(r) = rg(1 + \chi_1 r g t h r H)^{-1} t h r H,$$

$f^*(m, n)$  – трансформанта Фурье функции  $f(x, y)$ .

### Результаты асимптотического анализа

Асимптотическое исследование выражения (4) для возвышения поверхности пластина-жидкость  $\zeta$  при больших значениях  $R$  и  $t$  выполним методом стационарной фазы для многомерных интегралов. Из анализа стационарных точек получим, что в зависимости от скорости перемещения и частоты

колебаний источника, генерируется от одной до семи систем волн с амплитудой затухания  $R^{-1/2}$ :

$$\zeta = \left\{ \begin{array}{l} \zeta_{14}, \text{ при: } 0 < \sigma < \sigma_0, 0 < v < v_{01}; \\ \sigma_0 < \sigma < \sigma_6, 0 < v < v_{11}; \\ \sigma > \sigma_6, 0 < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{13}, \text{ при: } 0 < \sigma < \sigma_3, v_{01} < v < v_{03}; \\ \sigma_3 < \sigma < \sigma_0, v_{01} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{21}, \text{ при: } \sigma > \sigma_6, v_{03} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_3, v_{03} < v < v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \\ \text{при: } \sigma_4 < \sigma < \sigma_0, v_{02} < v < v_{03}; \\ \sigma_0 < \sigma < \sigma_6, v_{11} < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13}, \\ \text{при: } \sigma_3 < \sigma < \sigma_4, v_{11} < v < v_{03}; \\ \sigma_4 < \sigma < \sigma_0, v_{11} < v < v_{03} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \text{при: } \sigma_1 < \sigma < \sigma_4, v_{02} < v < v_{12}; \\ \sigma_4 < \sigma < \sigma_6, v_{03} < v < v_{12}; \\ \sigma > \sigma_6, v_{11} < v < v_{12} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21}, \\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1, v_{11} < v < v_{12}; \\ \sigma_1 < \sigma < \sigma_3, v_{11} < v < v_{02}; \\ \sigma_3 < \sigma < \sigma_4, v_{03} < v < v_{02} \\ \zeta_{14} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23}, \\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1, v > v_{02}; \\ \sigma > \sigma_1, v > v_{11} \\ \zeta_{14} + \zeta_{11} + \zeta_{12} + \zeta_{13} + \zeta_{21} + \zeta_{22} + \zeta_{23}, \\ \text{при: } 0 < \sigma < \sigma_1, v_{12} < v < v_{02} \end{array} \right.$$

Эти волны формируют колебания пластинки и волновое движение жидкости, как перед областью давлений, так и за ней.

Критические скорости  $v_{03}$  и  $v_{12}$  растут при увеличении  $\sigma$ , а скорости  $v_{01}, v_{02}$  и  $v_{10}$  убывают. Критическая скорость  $v_{11}$  имеет минимум. В окрестности этих скоростей меняется характер волнового возмущения. При  $\sigma = 0, v_{01} = v_{03} = v_0, v_{11} = v_{12} = v_1, v_{10} = v_{02} = (gH)^{1/2}$  [6, 7].

Волны  $\zeta_{14}, \zeta_{21}, \zeta_{22}$  обусловлены периодически изменениями давлений. Волны  $\zeta_{14}$  имеют вид кольцевых волн. В зависимости от скорости  $v$  и частоты  $\sigma$  волны  $\zeta_{14}$  распространяются как вокруг области давлений, так и за ней в угловой зоне. При  $0 < v < v_{02}, 0 < \sigma < \sigma_0$  и  $0 < v < v_{11}, \sigma > \sigma_0$  волны распространяются вокруг области давлений. При  $v > v_{02}, 0 < \sigma < \sigma_0$ , и  $v > v_{11}, \sigma > \sigma_0$  волны распространяются за областью давлений. Волны  $\zeta_{21}$  имеют характер поперечных, а  $\zeta_{22}$  продольных корабельных волн.

Волны  $\zeta_{11}$  и  $\zeta_{12}$  носят характер продольных и поперечных корабельных волн, распространяющихся за источником возмущений. Они образуются и при  $\sigma = 0$  [7].

Волны  $\zeta_{13}$  и  $\zeta_{23}$  — изгибно-гравитационные волны. Они обусловлены наличием упругой пластины. Из них  $\zeta_{13}$  образуются как при  $\sigma > 0$ , так и при  $\sigma = 0$  [7]. Волны  $\zeta_{23}$  генерируются только при перемещении периодических возмущений. Волны  $\zeta_{13}$  образуются при  $v > v_{01}$ ,  $0 < \sigma < \sigma_0$ , и  $v > v_{11}$ ,  $\sigma > \sigma_0$ , а  $\zeta_{23}$  при  $v > v_{03}$ ,  $\sigma > 0$ . Волны  $\zeta_{13}$  при  $v_{01} < v < v_{11}$ ,  $0 < \sigma < \sigma_0$ , как и волны  $\zeta_{23}$  при  $v_{03} < v < v_{12}$ ,  $\sigma > 0$ , распространяются как впереди области возмущений, так и за ней.

## Заключение

При перемещении по ледяному покрову возмущений переменной интенсивности, в зависимости от частоты колебаний источника и скорости его перемещения, существует шесть значений критических скоростей, если  $0 < \sigma < \sigma_0$ , и три, если  $\sigma > \sigma_0$ . При движении по упругой пластине возмущений постоянной интенсивности существует три значения критических скоростей —  $v_0$ ,  $v_1$  и  $(gH)^{1/2}$ .

Движущимися возмущениями переменной интенсивности, в зависимости от скорости перемещения и частоты колебаний источника, может генерироваться от одной до семи систем волн, а движущимися возмущениями постоянной интенсивности ( $\sigma = 0$ ) генерируется от одной до трех систем волн.

## Список литературы

- [1] Козин В.М., Скрипачев В.В. Колебания ледяного покрова под действием периодически изменяющейся нагрузки // ПМТФ. 1992. № 5. С. 141–146.
- [2] Кожяев А.В., Козин В.М. Повышение эффективности резонансного метода интерференцией изгибно-гравитационных волн от периодического изменения давления в подушке СВП // IV Всероссийская конференция с международным участием «Полярная механика-2017», 14-15 сентября 2017 г., Санкт-Петербург, Россия: сборник докладов. С. 265–271.
- [3] Букатов А.Е., Черкесов Л.В. Неуставившиеся колебания ледяного покрова, вызываемые периодически перемещающимися давлениями // Морские гидрофизические исследования. Севастополь: МГИ АН УССР, 1969. № 2(44). С. 94–105.
- [4] Букатов А.Е., Ярошенко А.А. Развитие трехмерных изгибно-гравитационных волн при движении области давлений переменной интенсивности // ПМТФ. 1986. № 5. С. 54–60.
- [5] Duffy D.G. The response of floating ice to a moving, vibrating load // Cold Regions Science and Technology. 1991. V. 20(1). P. 51–64. [https://doi.org/10.1016/0165-232X\(91\)90056-M](https://doi.org/10.1016/0165-232X(91)90056-M)
- [6] Ярошенко А.А., Маленко Ж.В. Неуставившиеся трехмерные изгибно-гравитационные волны, вызванные движущимися возмущениями переменной интенсивности // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. 2023. Т. 20(1). С. 41–51 DOI: 10.31429/vestnik-201-41-51
- [7] Маленко Ж.В., Ярошенко А.А. Трехмерные изгибно-гравитационные волны в плавающем ледяном покрове от движущегося источника возмущений // Волны и вихри в сложных средах: 13-ая международная конференция – школа молодых ученых; 30 ноября – 02 декабря 2022 г., Москва: Сборник материалов школы. – М.: ООО «ИСПО-принт», 2022. С. 157–160.



## Динамика солитоподобных волновых групп на встречных струйных течениях<sup>1</sup>

Слюняев А.В. \*,\*\*,\*\*\*, Шрира В.И. \*\*\*\*

\*Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, Нижний Новгород

\*\*Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, Владивосток

\*\*\*НИУ «Высшая школа экономики», Нижний Новгород

\*\*\*\*School of Mathematics and Computing, Keele University, UK

Широко распространено мнение, что аномально высокие волны (т.н. волны-убийцы) в океане чаще встречаются на течениях. Печально известным примером является течение мыса Игольного у юго-восточного побережья Африки [1, 2]. Для объяснения такого эффекта первоначально в литературе был предложен ряд линейных механизмов усиления волн на течениях. Позднее наибольшее внимание привлекла роль волновой нелинейности. В [3] было выполнено численное моделирование нелинейной эволюции волн на течении мыса Игольного в рамках кинетических уравнений с учетом рефракции волн на течении. Однако основное внимание уделяется исследованиям проявлений модуляционной (Бенджамина–Фейра) неустойчивости в присутствии течений, поскольку можно считать установленным фактом, что для узкополосных волновых полей заданной средней (т.н. значительной) высоты модуляционная неустойчивость увеличивает вероятность высоких волн. С этой целью в литературе были получены и проанализи-

рованы различные версии нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) в предположениях о слабости течения, слабости нелинейности и узости спектра (см., например, [4] и ссылки в работе). Было обнаружено усиление модуляционной неустойчивости на встречном усиливающемся течении, что также было подтверждено в рамках численного моделирования.

Все вышеперечисленные работы были посвящены рассмотрению свободных волн на поверхности воды, распространяющихся в горизонтально-неоднородных течениях. Однако океанские течения создают условия для захвата волн. Мы предполагаем, что захваченные волны могут играть ключевую роль в объяснении наблюдаемого преобладания волн-убийц на течениях. В реальном океане характерные нелинейные пространственные масштабы таковы, что традиционная лучевая теория не может описывать эволюцию нелинейных захваченных волн (см. обзоры в [3, 4]). Чтобы восполнить этот пробел в математической теории, в работе [5] был предложен новый подход, позволяющий асимптотически описывать линейные захваченные волны. Используя найденные асимптотические решения для мод захваченных волн, в

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке проекта РНФ 22-17-00153

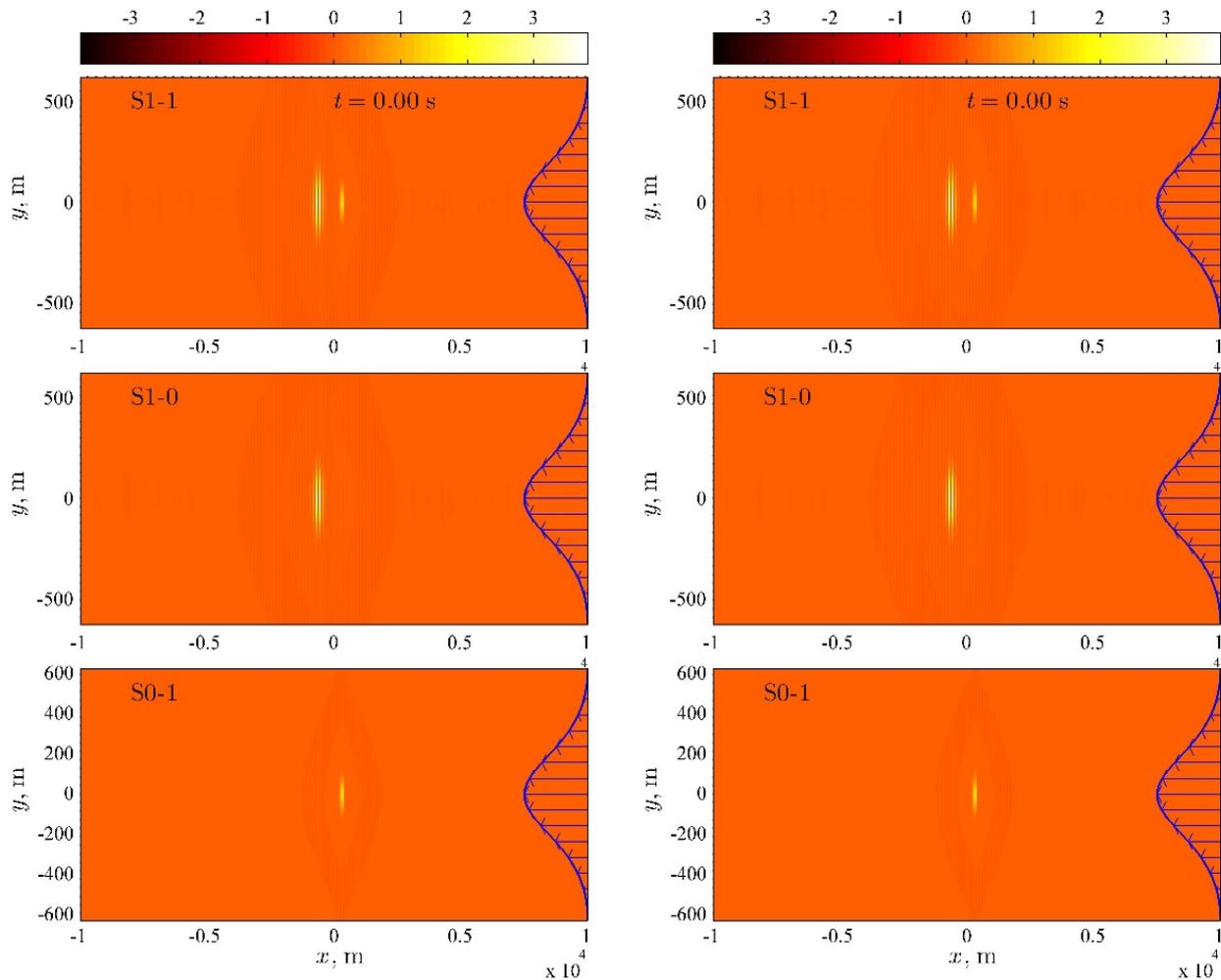


Рис. 1. Численное моделирование взаимодействия пары солитонов огибающей захваченных волн (верхний ряд) и независимого распространения каждого из солитонов по отдельности (средний и нижний ряды). Показаны смещения поверхности (цветом) и профили течения (стрелками). Граничные условия периодичны по обоим горизонтальным направлениям. Слева: начальный момент времени  $t = 0$ , справа: конец расчета  $t = 1200$  с

работе [6] был развит слабо нелинейный подход для описания захваченных волн в рамках модовой теории. Для волновых полей с узким частотным спектром, но не обязательно с узкими угловыми распределениями, волновая динамика для одной моды на глубокой воде в главном порядке описывается одномерным модифицированным нелинейным уравнением Шредингера с фокусирующим типом нелинейности. Решения НУШ – солитоны огибающей и бризеры — часто рассматриваются как прототипы волн-убийц (см. в [7]).

В настоящей работе мы исследуем взаимодействие между солитонами огибающей существенно нелинейных захваченных волн посредством прямого численного моделирования уравнений Эйлера. При длительном распространении уединенные

волны остаются локализованными в обоих горизонтальных направлениях — как при одиночном распространении солитонов огибающей захваченных волн, так и при их взаимодействии, см. пример на Рис. 1. Кроме устойчивости солитонов к взаимодействиям показана возможность генерации экстремальных волн в результате их столкновений.

Нелинейные группы солитонного типа в вычислительных экспериментах генерировались с использованием приближенных начальных решений, поэтому тот факт, что солитоны захваченных волн возникают в результате таких начальных условий в рамках исходных уравнений гидродинамики, свидетельствует, что солитоны огибающей захваченных волн являются аттракторами. Результаты численного моделирования показывают, что нелиней-

ный межмодовый обмен при эволюции захваченных нелинейных волн на струйных течениях незначителен (по крайней мере, в некотором классе волновых условий), что делает модовую теорию мод, развитую в [5, 6], эффективной. В частности, этот вывод оправдывает рассмотрение динамики различных мод захваченных волн как независимых. Подчеркивая общее качественное согласие между слабонелинейной теорией и численным моделированием исходных уравнений гидродинамики, отметим, что также были обнаружены количественные расхождения между приближенными аналитическими решениями, полученными в предположениях о слабой нелинейности, слабой дисперсии и слабого течения, и моделированием. В частности, взаимодействия между солитонами захваченных волн не являются полностью упругими; возникают новые волны малой амплитуды.

Моделирование, представленное в настоящей работе, проводилось в рамках численной схемы High Order Spectral Method [8], модифицированной для учета струйного течения, для двух параметров степени нелинейности:  $M = 5$  (не выше 6-волновых нелинейных взаимодействий) и  $M = 3$  (не выше 4-волновых взаимодействий). Эти эксперименты продемонстрировали очень схожую динамику. Одним из ограничений использованного для моделирования подхода является предположение о потенциальности волнового движения, которое хотя и распространено, но, строго говоря, неверно. В то же время, грубая оценка возможного вклада завихренности в динамику волн показывает, что он слаб, так что на интересующих нас временных масштабах формирования и эволюции солитонов огибающей им можно пренебречь. Детальный ана-

лиз роли завихренности волнового поля воды в динамике захваченных волн хотя и представляет интерес, но выходит за рамки настоящей работы и требует специального исследования. Некоторое обсуждение влияния завихренности на теорию НУШ для волн при горизонтально-неоднородном слабом токе можно найти в работе [4].

Более подробное описание работы можно найти в препринте [9]. Устойчивые уединенные волновые группы, полученные в численном моделировании уравнений Эйлера без предположения о слабой нелинейности, рассматриваются как правдоподобная модель волн-убийц на струйных течениях.

## Список литературы

- [1] *Mallory J.* Abnormal waves on the south east coast of south Africa // *The International hydrographic review.* 1974. V. 51. P. 99–129.
- [2] *Kharif C., Pelinovsky E., Slunyaev A.* Rogue Waves in the Ocean. Springer-Verlag, 2009.
- [3] *Lavrenov I.* The wave energy concentration at the Agulhas current of South Africa // *Nat. Hazards.* 1998. V. 17. P. 117–127.
- [4] *Hjelmervik K., Trulsen K.* Freak wave statistics on collinear currents // *J. Fluid. Mech.* 2009. V. 637. P. 267–284.
- [5] *Shrira V., Slunyaev A.* Trapped waves on jet currents: asymptotic modal approach // *J. Fluid Mech.* 2014. V. 738. P. 65–104.
- [6] *Shrira V., Slunyaev A.* Nonlinear dynamics of trapped waves on jet currents and rogue waves // *Phys. Rev. E.* 2014. V. 89. P. 041002.
- [7] *Слюняев А.В., Пелиновский Д.Е., Пелиновский Е.Н.* Морские волны-убийцы: наблюдения, физика и математика // *Успехи физических наук.* 2023. Т. 193. С. 155–181.
- [8] *West B., Brueckner K., Janda R., Milder D., Milton R.A.* A new numerical method for surface hydrodynamics // *J. Geophys. Res.* 1987. V. 92. P. 11803–11824.
- [9] *Slunyaev A.V., Shrira V.I.* Extreme dynamics of wave groups on jet currents // *ArXiv: 2310.07395.* 2023.



## О турбулентном потоке вихря в приземном слое атмосферы

Соленая О.А., Шишов Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В., Копров В.М.

Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН, Москва

Интерес к завихренности обусловлен рядом причин. Вихрь — наиболее типичная структурная единица турбулентного течения. Квадрат завихренности (энстрофия) в турбулентности непосредственно связан с диссипацией турбулентной энергии, обеспечивающей каскадный процесс.

Прямые методы измерения завихренности методами термоанемометрии реализуются исключительно в лабораторных условиях. Для измерения завихренности в реальной атмосфере в был разработан ряд косвенных подходов, в частности, с измерениями циркуляции по контуру. Впервые экспериментальные исследования циркуляции начаты в ИФА в 70-е гг В.М. Бовшеверовым и др. [1]. Впервые в мире были проведены измерения турбулентной спиральности (скалярного произведения скорости на завихренность) в АПС [2]. В 2012, 2014 гг. был предложен градиентный метод измерения циркуляции на базе анемометров, размещенных в вершинах тетраэдра [3, 4]. Была отмечена тесная связь спиральности с характеристиками локальных вет-

ров [5].

В 2019-2020 гг. в ИФА впервые была предложена оригинальная пространственная схема 3-компонентного акустического циркулиметра (Рис. 1), реализованная на новой элементной базе.

По каждому контуру измеряется циркуляция, которая связана в завихренностью известной формулой теоремы Стокса. Получаем три компоненты завихренности и, измерив скорость, можем расчи-

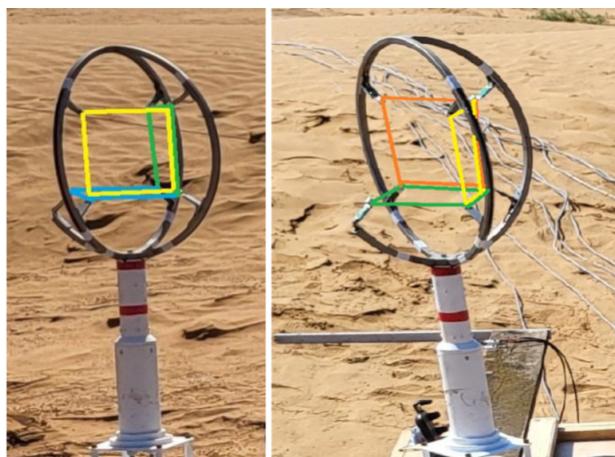


Рис. 1. Расположение и плоскости измерений циркулиметра. Направление осей: по сторонам света и вертикально

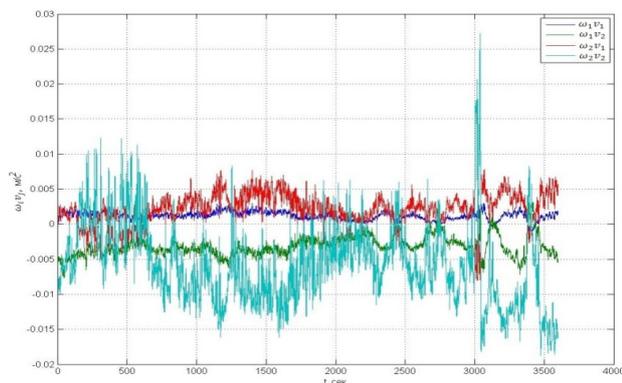


Рис. 2. Временной ряд горизонтальных компонент тензора потока вихря. 1, 2 – направление на север, на запад

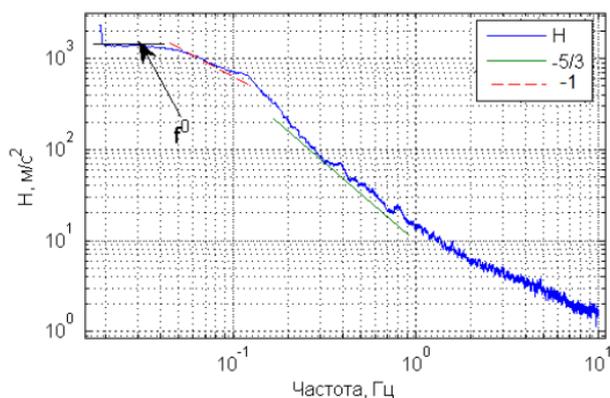


Рис. 3. Спектр горизонтальной спиральности для двухчасового ночного интервала. Приведены нулевой и наклоны  $-1$  и  $-5/3$

тать компоненты тензора потока вихря — корреляции компонент скорости и завихренности (Рис. 2). Это понятие было впервые отмечено в [6]. Его диагональные элементы связаны со спиральностью. Недиagonальные компоненты позволяют определить и оценить характеристики турбулентной вязкости диффузии и ветровых сдвигов. Предыдущие результаты опубликованы в [7].

В данной работе приведены результаты экспедиционных измерений циркуляции в приземном слое атмосферы, полученные на базе Цимлянкой научной станции ИФА им. А.М. Обухова РАН в 2021, 2022, 2023 гг. Циркулиметры вместе с анемометрами размещались на высотах 2, 10 и 30 м. Получены спектры циркуляции (Рис. 3), спиральности и ее флуктуаций.

Рассчитаны компоненты тензора турбулентного потока вихря. Рассматриваются связи измеренных величин с параметрами атмосферной устойчивости.

## Список литературы

- [1] Бовшеверов В.М. и др. // Изв. АН СССР. ФАО. 1971. Т. 7, № 4. С. 371–376.
- [2] Копров Б.М. и др. // ДАН. 2005. Т. 403. № 5. С. 627–630.
- [3] Копров Б.М. и др. // Изв. РАН. ФАО. 2015. Т. 51. № 6. С. 637–647.
- [4] Копров Б.М. и др. // Изв. РАН. ФАО. 2018. Т. 54. № 5. С. 525–537.
- [5] Chkhetiani O.G. et. al. // Bound.Lay. Meteo. V. 168 Iss. 3 P. 361–385.
- [6] Новиков Е.А. // Изв. АН СССР. ФАО. 1972. Т. 8, № 7. С. 759–762.
- [7] Солёная О. А. и др. // Изв. РАН. ФАО. Т. 59. № 6. 2023. готовится к печати.



## Применения методов градиентной морфологии

Терентьев Е.Н., Алешин П.Е., Балабан Е.Д., Романов Д.Р., Шацков И.А.

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

Методы Градиентной Морфологии (ГМ) основываются на Конечной-Мерной Теореме Отсчетов (КМТО). В работе приводятся реализации методов ГМ, кратко рассматриваются модели векторных шаблонов искомым объектов и необходимость отфильтровывания одиночных точек в изображении.

### Базис Фурье, КМТО

Рис. 1.

1D КМТО [3-6] — Дано: строка отсчетов  $D = f(x_0)$  и две матрицы (Базис Фурье)  $H = H^{(0)}(x_0)$  и (Фурье гармоники)  $H^{(n)}(x)$ , тогда при  $n = 0$  “непрерывная” функция  $f^{(n)}(x) = (HD^*)' H^{(n)}(x)$ ,  $dx < 1$  проходит через точки отсчетов  $D = f(x_0) = f^{(0)}(x_0)$ .

Операции математического анализа и теории поля сводятся к операциям над Фурье гармониками  $H^{(n)}(x)$ : при  $n > 0$  в  $f^{(n)}(x)$  реализуем дифференцирование  $n$ -го порядка и при  $n < 0$  — интегрирование  $n$ -го порядка от массива чисел  $D$ , заметим,  $n$  может быть не целым.

### Общая схема метода

Рис. 2.

КМТО позволяет вычислять частные производные от массивов чисел, в частности вычислять гра-

диентное поле  $B = \text{grad } P$  от изображения — светлое кольцо на темном фоне, см. Рис. 1 слева.

### ГМ в дискретной теории поля

Рис. 3 и 4.

В этом разделе рассмотрим красивую учебную задачу оценивания положения оси 3D вихря без применения шаблонов. Реальные 2-3D задачи намного сложнее: в области “глаза вихря”, где  $\text{SNR} \sim 0/0$ . Шаблоны в  $\text{SNR}(f|X)$  нужны для ухода от неопределенностей и упрощения задач. В данном разделе векторное поле  $P = \{P_x, P_y, P_z\}$  три 3D массива чисел.

### Оценивание пожаров с дымовыми шлейфами

Рис. 5.

Для оценивания фронтальных и очаговых пожаров применяются другие шаблоны.

### Пример, когда для объекта не очевиден выбор шаблона

Рис. 6.

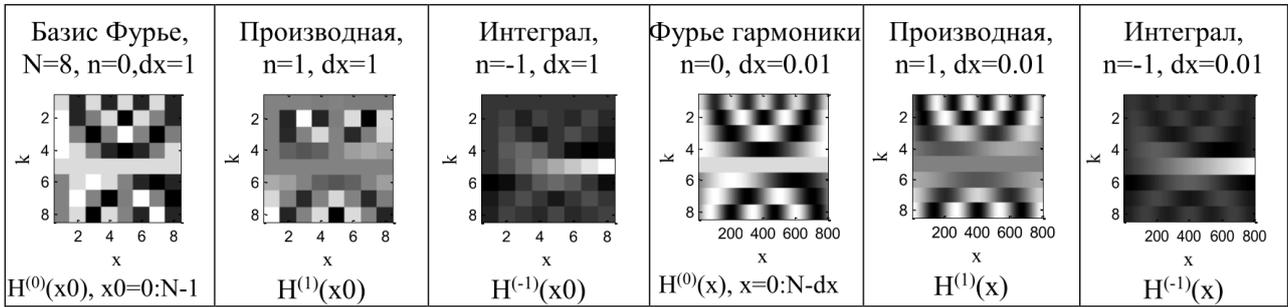


Рис. 1. Пример базиса Фурье с операциями дифференцирования и интегрирования в дискретном  $dx = 1$  и с интерполяцией – в “непрерывном”  $dx = 0.01$  случаях

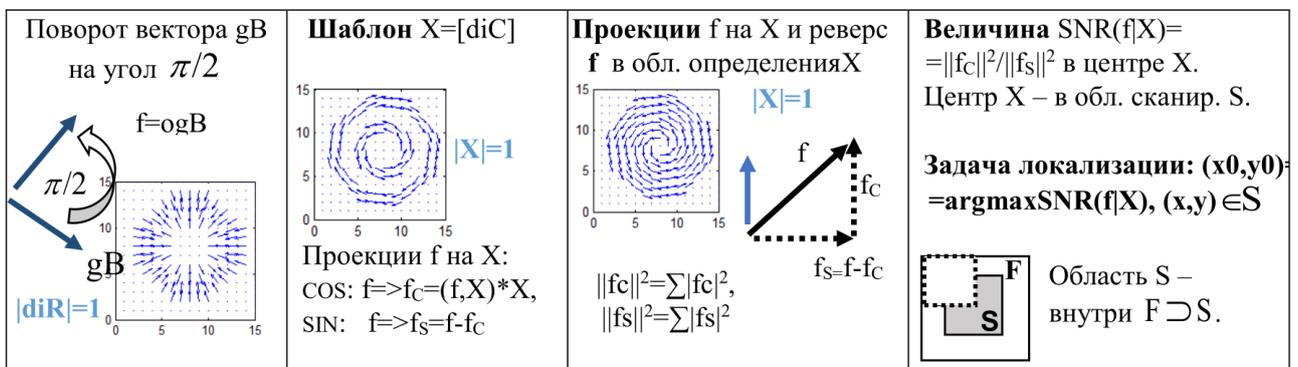


Рис. 2. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция SNR и постановка задачи локализации (шаблона  $X$ ) объекта

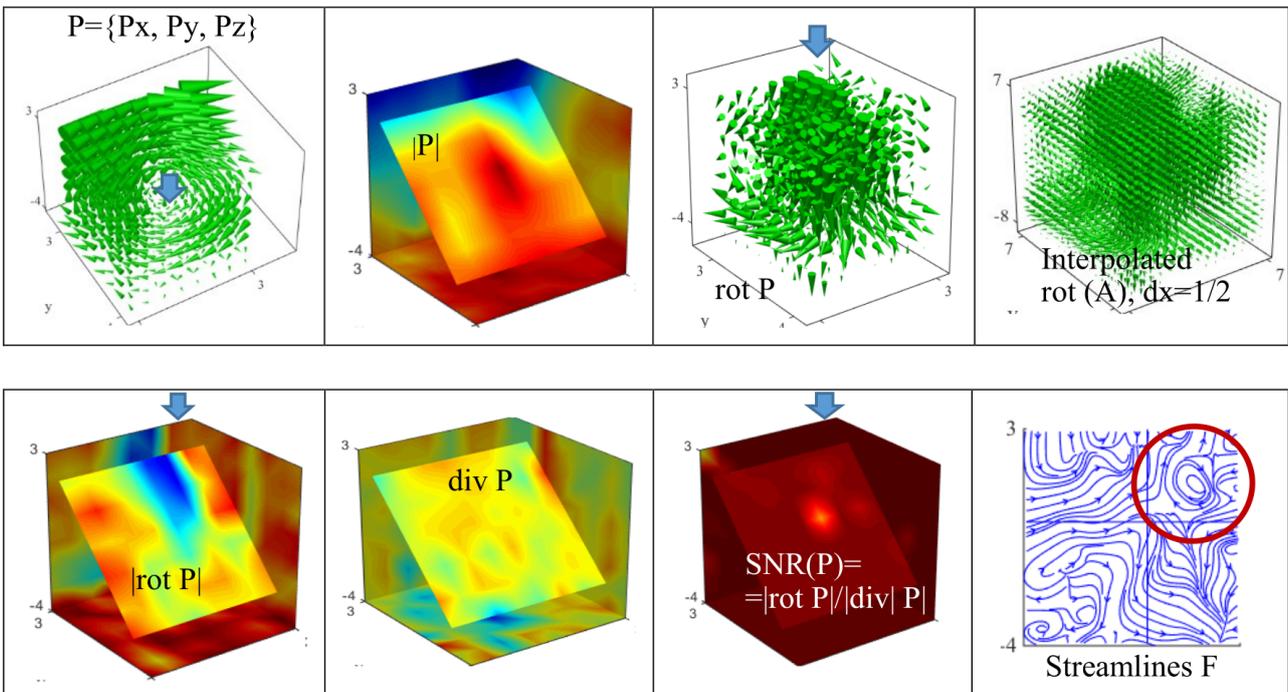


Рис. 3. Ось вращения хорошего-безглазого вихря выявляется с помощью отношения Сигнал/Шум из  $(x_0, y_0, z_0) = \text{argmax SNR}(P), \text{SNR}(P) = \frac{|\text{rot } P|}{|\text{div } P|}$

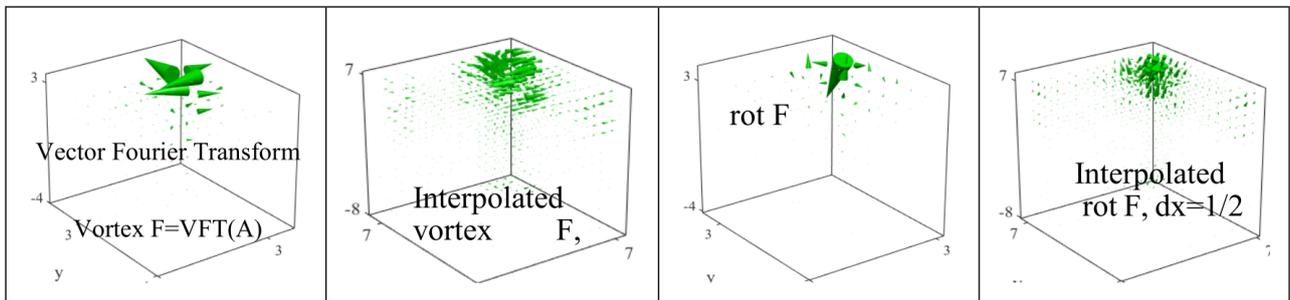


Рис. 4. Оказывается вихрь остается вихрем и в низкочастотной области

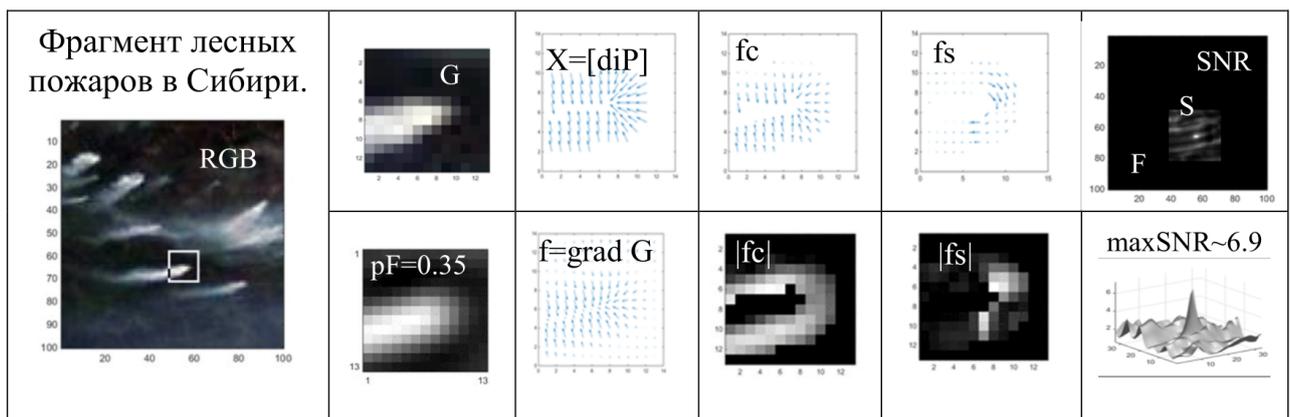


Рис. 5. Пример оценивания пожара с дымовым шлейфом в Сибири,  $pF = 0.35$

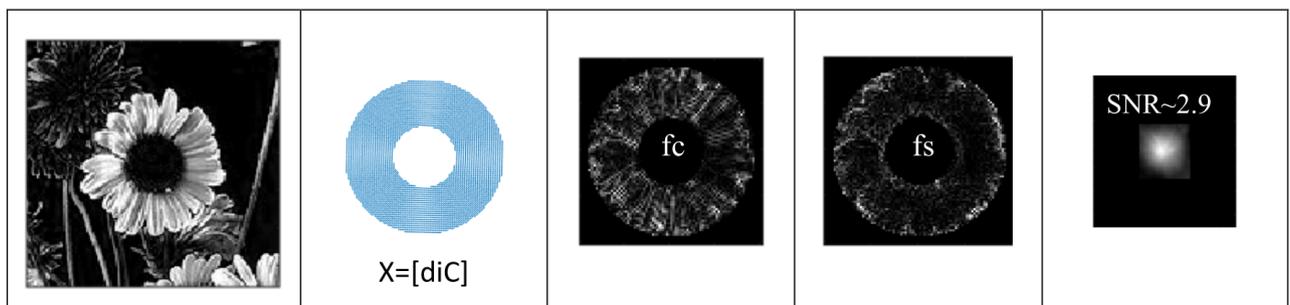


Рис. 6. Для Ромашки этот шаблон X можно уточнить: к X добавить  $\underline{X}=[diR]$

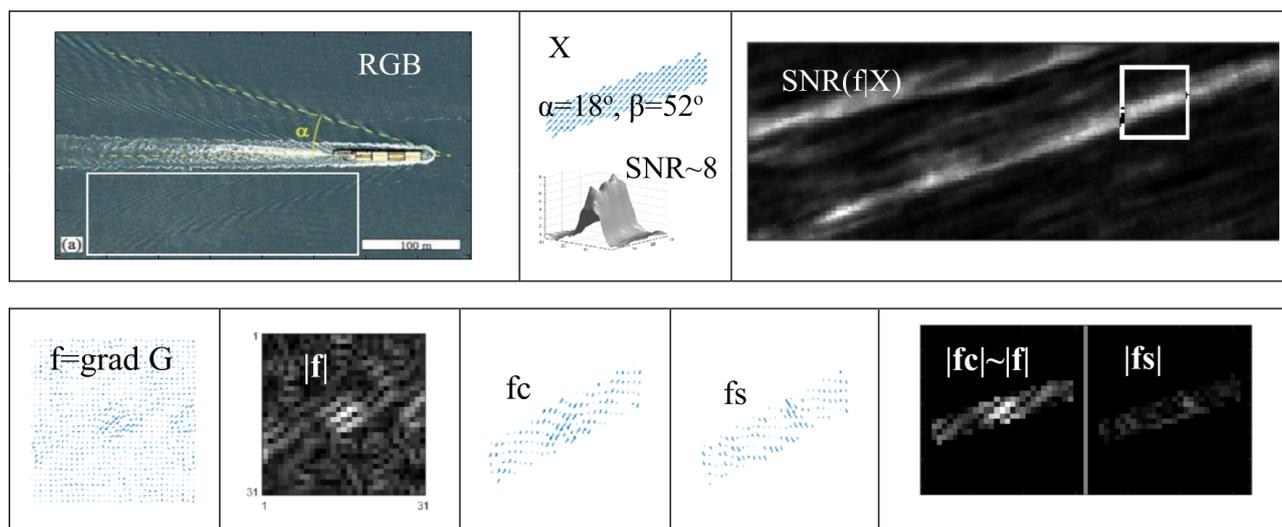


Рис. 7. Левые кильватерные следы оцениваются аналогично

## Оценивание параметров кильватерных следов кораблей

Рис. 7.

### Обсуждение

Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [1]. Для успешной работы методов ГМ требуется настройка (параметров) шаблонов и для фильтрация одиночных точек в исходных изображениях подбор параметр  $pF > 0$ .

### Выводы

Методы ГМ найдут широкие применения в решении задач геофизики, волновой физики, в электродинамике, астрофизике и т.п.

### Список литературы

- [1] Пытьев Ю. П., Чуличков А.И., Методы морфологического анализа изображений: учеб. Пособие. М. ФИЗМАТЛИТ, 2010. 336 с.
- [2] Терентьев Е.Н., <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
- [3] E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova, I.D. Kuznetsov, N.E. Shilin-Terentyev, Localization of the Vortices and Road Signs in Images, [https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3\\_30](https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3_30)
- [4] E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova Problems of accurate localization objects in imagers, AIP Conference Proceedings 2171, 110009 <https://doi.org/10.1063/1.5133243>
- [5] E.N. Terentiev, I.N. Prikhodko, I.I. Farshakova Applications of finite dimensional sampling theories, AIP Conference Proceedings 2195, 020019; <https://doi.org/10.1063/1.5140119>



## Структуры объектов цивилизаций 2-го и 3-го типов

Терентьев Е.Н.\*, Шугаев Ф.В.\*, Shilin-Terentyev N.E.\*\*

\*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

\*\*EPAM Systems Moscow

Мы выявили-разрешили в Proxima Centauri [2] почти квадратный объект с выступом, это совсем не похоже на экзопланету. Аналогичные проблемы возникли при анализе данных в большой короне звезды Beta Ceti, в галактике GLASS-z13. полученные данные логично связать с объектами Цивилизациями 2-го и 3-го типа по Кардашеву Н.С. [4].

### Метод Математический микроскоп

Основная Задача ММ (ОЗММ): Дано: дискретное изображение высокой точности  $Y|A$  и множество дискретных обратимых Диаграмм Направленностей (ДН) или Аппаратных Функций (АФ)  $\{O\}$ . Требуется найти решение множества систем уравнений  $Y|A=\{O\}X$ . Заметим, что мы не знаем ДН или АФ  $A=\{AR, AG, AB\}$ , а параметрическое множество дискретных обратимых АФ  $\{O\}$  есть наше представление о том, как устроена неизвестная дискретная АФ  $A$  в данных дискретных измерений  $Y|A$ . Решение  $Y|A=\{O\}X$  удастся найти в следующем Фундаментальном Физическом Предположении (ФФП): **если** при некотором АФ  $O?\{O\}$  в  $X=O-1 Y|A$  выявляются отдельные изолированные объекты-точки (звезды), **тогда** АФ  $A=O$ . Решение ОЗММ состоит

из трех частей: обратимая ДН  $O=\{OR, OG, OB\}=A$ , сверх разрешённое изображение  $X=R Y, R=O-1$  и выявленных объектов-точек в результирующем сверх разрешённом изображении  $X$ .

### Объекты цивилизаций в Proxima Centauri

Рис. 1.

У нас в планах не было поиска вземных цивилизаций, просто захотели увидеть экзопланеты у ближайшей к нам звезды Proxima Centauri b, c, d.

### Объекты цивилизации в короне звезды Beta Ceti

Рис. 2.

В короне звезды Beta Ceti есть трудно интерпретируемые объекты типа “Клетки Дайсона” и “Сетка энерго-путей”, проходящая через звезду и вместе с “Клетками Дайсона” образующую “Малую Сферу Дайсона”, внутри которой находится звезда Beta Ceti.

### Типовые объекты в Proxima Centauri и Beta Ceti

Рис. 3.

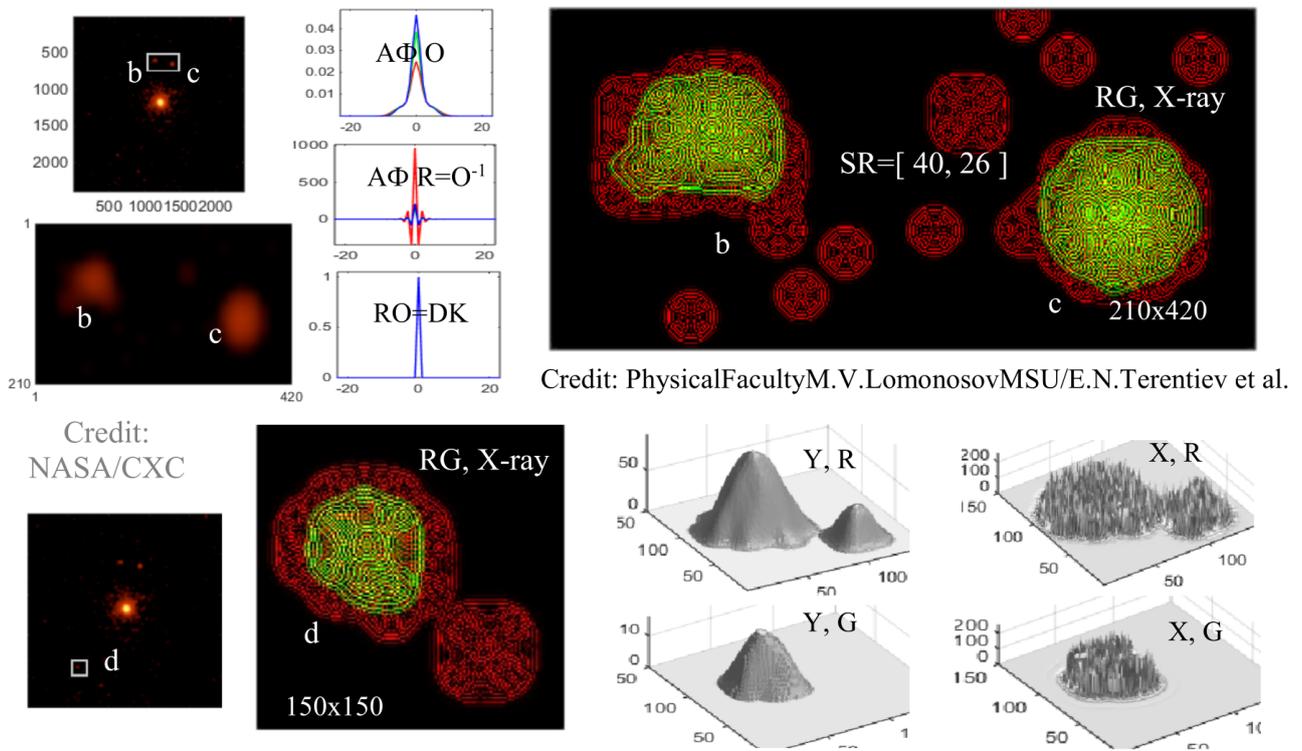


Рис. 1. Экзопланеты Proxima Centauri b, c, d “откладывают” Яйца Дайсона

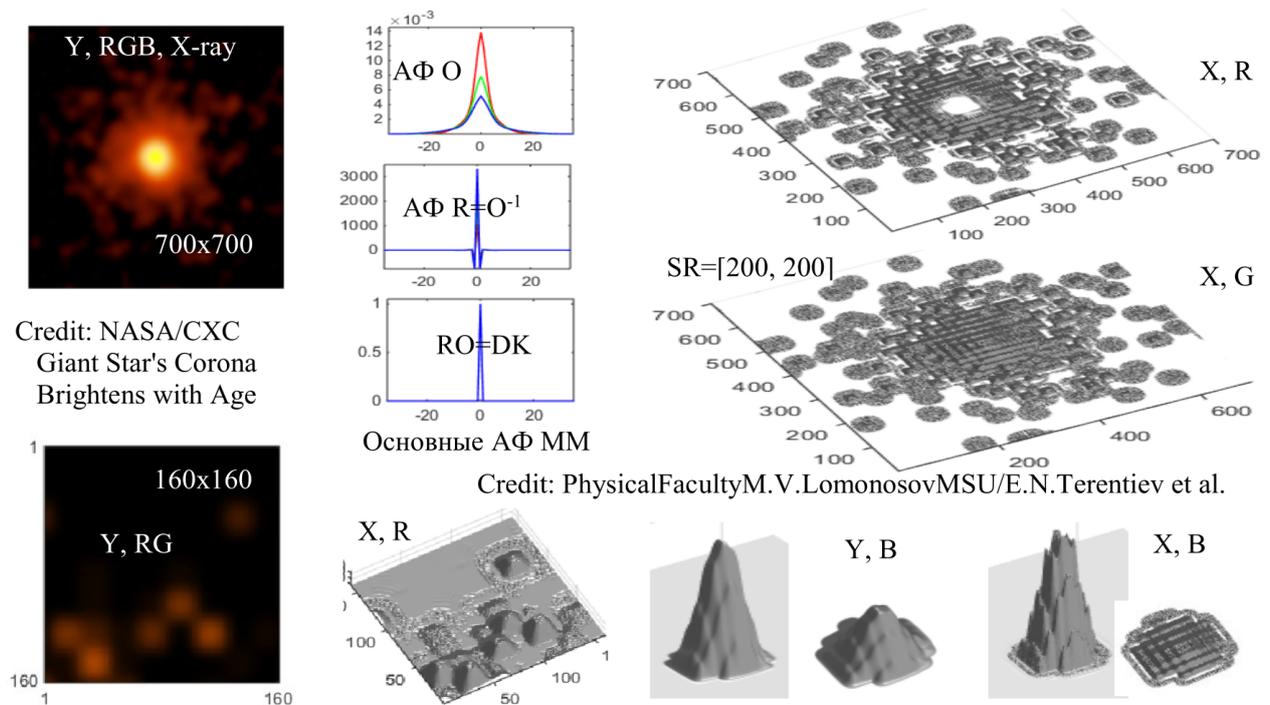


Рис. 2. В короне звезды Beta Centauri размножаются “Клетки Дайсона” путем увеличения ядер и делением их пополам с последующим делением увеличенной Клетки Дайсона

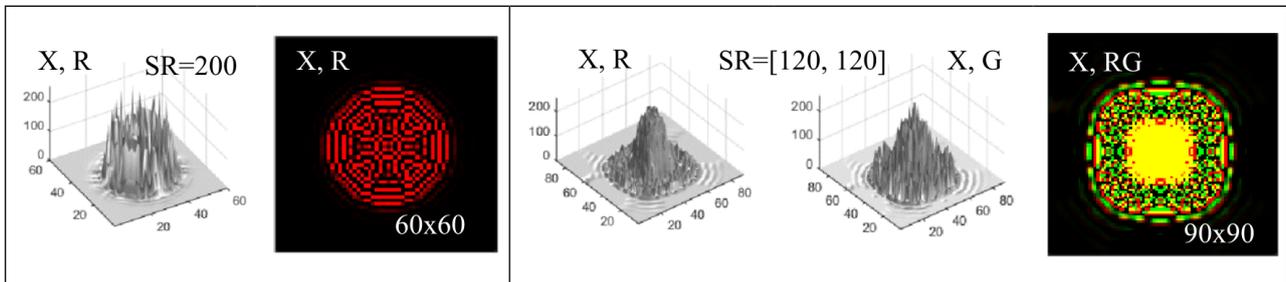


Рис. 3. Объекты “Яйца Дайсона” имеют одинаковый размер с Луну и у них изменяется внутренняя структура. Объекты “Клетки Дайсона” имеют одинаковый размер примерно с 1.5 Юпитера с устойчивыми ядрами в своих клетках

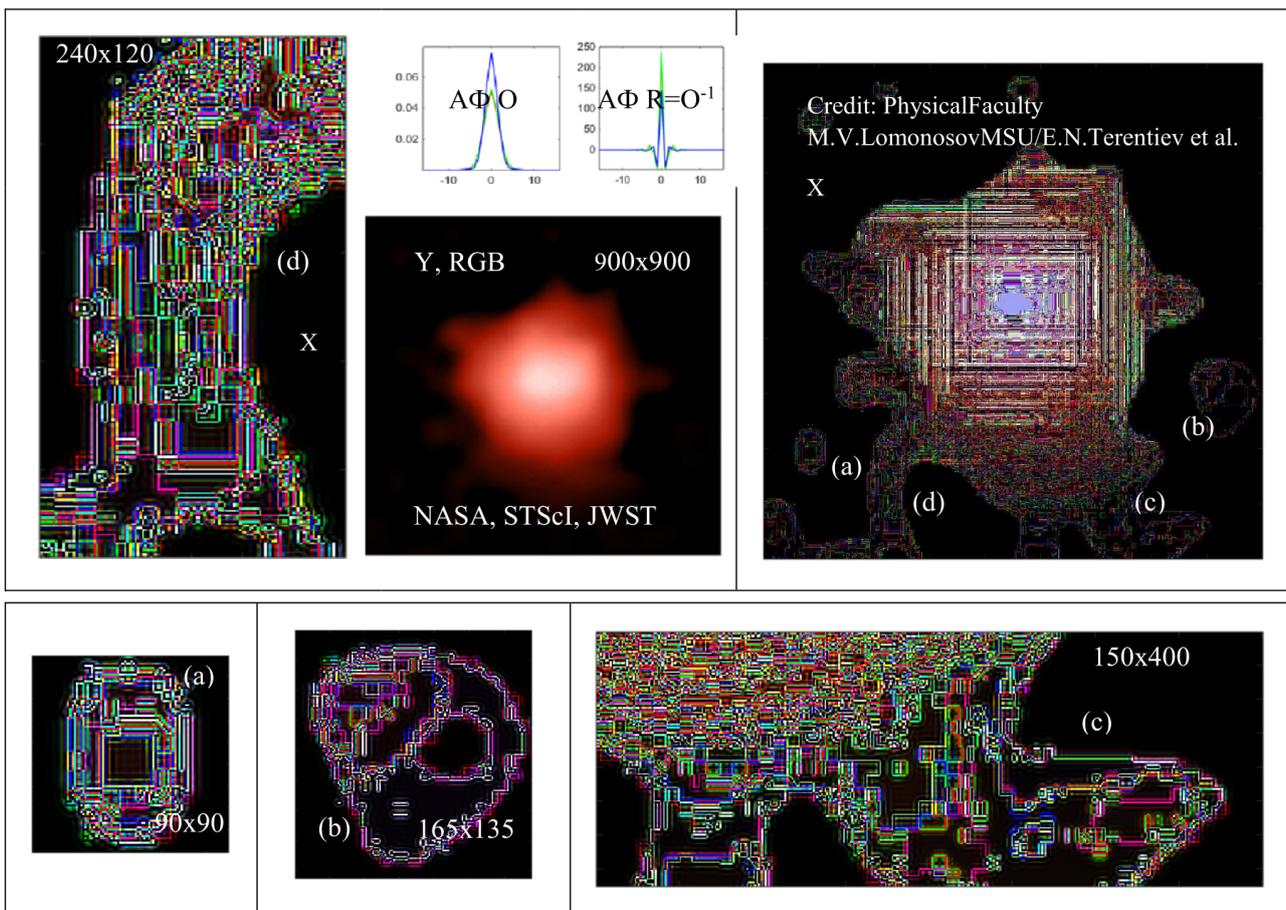


Рис. 4. Объекты Цивилизаций 3-го типа

## Объекты цивилизации 3-го типа в галактике GLASS-Z13

Рис. 4.

Галактика GLASS-z13 сформировалась через 300 миллионов лет после Большого взрыва. Диаметр галактики GLASS-z13 примерно 1600 световых лет, от нас она находится на расстоянии примерно в 33 миллиарда световых лет [5].

Среди объектов Цивилизаций 3-го типа мы пока не выделяем типовые объекты среди малых-точечных и не классифицируем большие объекты типа “Чемоданы с ручками и без” с характерными размерами от десятков до сотен световых лет. Это трудно интерпретируемые объекты, о возможном существовании которых предупреждал еще Кардашев Н.С. Для нас важен факт — такие объекты сейчас выявляются, существуют.

## Обсуждение

ММ позволил впервые рассмотреть объекты предположительно Цивилизаций 2-го и 3-го ти-

пов по Кардашеву Н.С. ММ работал по данным с Proxima Centauri — однобайтовой точностью и по данным с Beta Ceti — с двухбайтовой точностью. ММ реализовывал сверх разрешения SR с “обычным обращением”  $DK=R O$  [1].

## Выводы

Требуется проверка, подтверждение полученных наших итогов другими независимыми исследователями, чтобы их превратить в научные результаты.

## Список литературы

- [1] Терентьев Е.Н., <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
- [2] Photo Album :: Proxima Centauri :: 09 Nov 04 - Chandra
- [3] Chandra :: Photo Album :: Beta Ceti :: 30 Dec 04 (harvard.edu)
- [4] [https://ru.wikipedia.org/wiki/РiРeРьРe\\_РeРeCIPeCICCPyPe](https://ru.wikipedia.org/wiki/РiРeРьРe_РeРeCIPeCICCPyPe)
- [5] NASA, STScI, JWST



## Анализ окрестностей черных дыр и протопланетных дисков

Терентьев Е.Н.\* , Шугаев Ф.В.\* , Shilin-Terentyev N.E.\*\*

\*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

\*\*EPAM Systems Moscow

Рассматривается применение метода Математический Микроскоп (ММ) при поточечном анализе (изображений с Телескопа Горизонта Событий (ТГС)) окружений двух Черных Дыр Rowehi и ЧД в центре нашей галактики. ММ позволил выявить тонкие, точечные структуры в окрестностях ЧД и в протопланетном диске молодой звезды HL Tau

### Черная дыра в центре галактики M87

Рис. 1 и 2.

ЧД Rowehi с массой 6,5 млрд Солнечных находится на расстоянии 55 млн световых лет от Земли в центре галактики M87. Изображение ЧД получено с ТГС [2, 3].

На Рис. 2 ниже: (а) - jet плевков ЧД, (в) — звезды закручиваются в вихри при приближении к горизонту событий и разрываются в струи над ЧД — (с).

ЧД в центре нашей галактики в 2300 раз ближе к нам, угловые размеры те же.

### Черная дыра в центре нашей галактики

Рис. 3.

### Протопланетный диск молодой звезды HL Tau

Рис. 4 и 5.

Протопланетный диск — это вращающийся диск из плотного газа, пыли и, возможно, плазмы, окружающий недавно образовавшуюся звезду HL Tau [4].

Рис. 4 демонстрирует историю формирования планет показывает многочисленные кольца и промежутки, которые предвещают присутствие планет, очищающих свои орбиты от пыли и газа.

### Список литературы

- [1] Терентьев Е.Н., <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
- [2] The Event Horizon Telescope Collaboration, First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole, *The Astrophysical Journal Letters*, 875:L1 (17pp), 2019 April 10, <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0ec7>.
- [3] Bouman Katherine L., Johnson Michael D., Zoran Daniel, Fish Vincent L., Doeleman Sheperd S., Freeman William T. Computational Imaging for VLBI Image Reconstruction6 2016, p. 913–922. arXiv:1512.01413, , doi:10.1109/CVPR.2016.105,
- [4] ALMA (ESO / NAOJ / NRAO); С. Броган, Б. Сакстон (NRAO / AUI / NSF) NASA, STScI, JWST

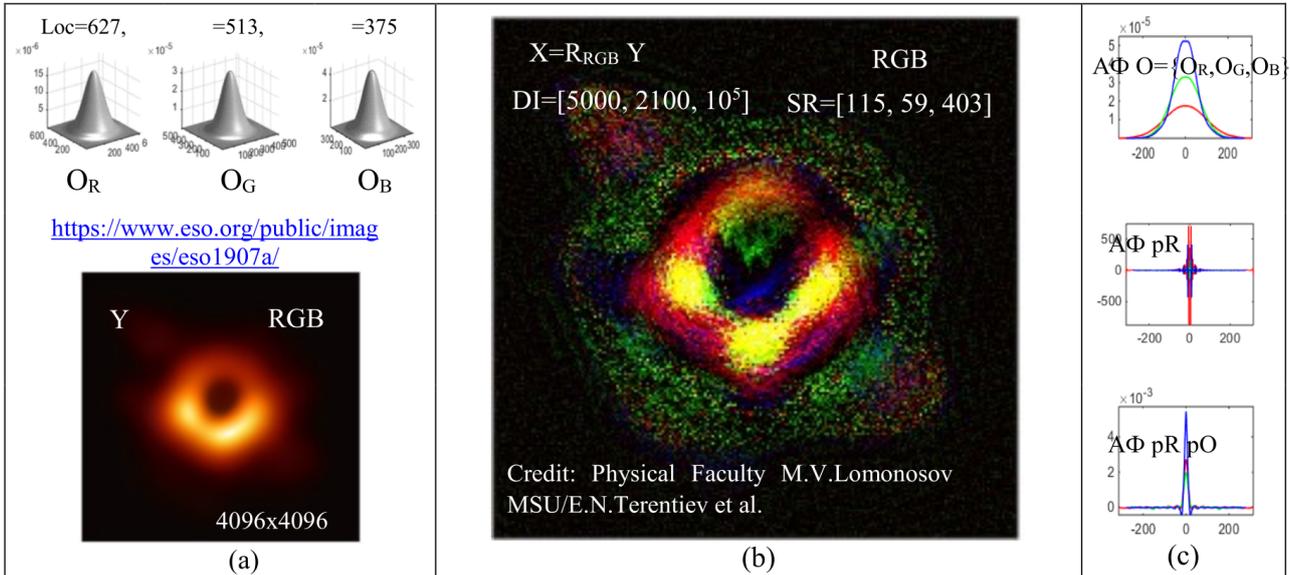


Рис. 1. (a) -Y - изображение ЧД с ТГС, X=R Y изображение звездной материи в окрестности ЧД, (c) – Аппаратные Функции ММ

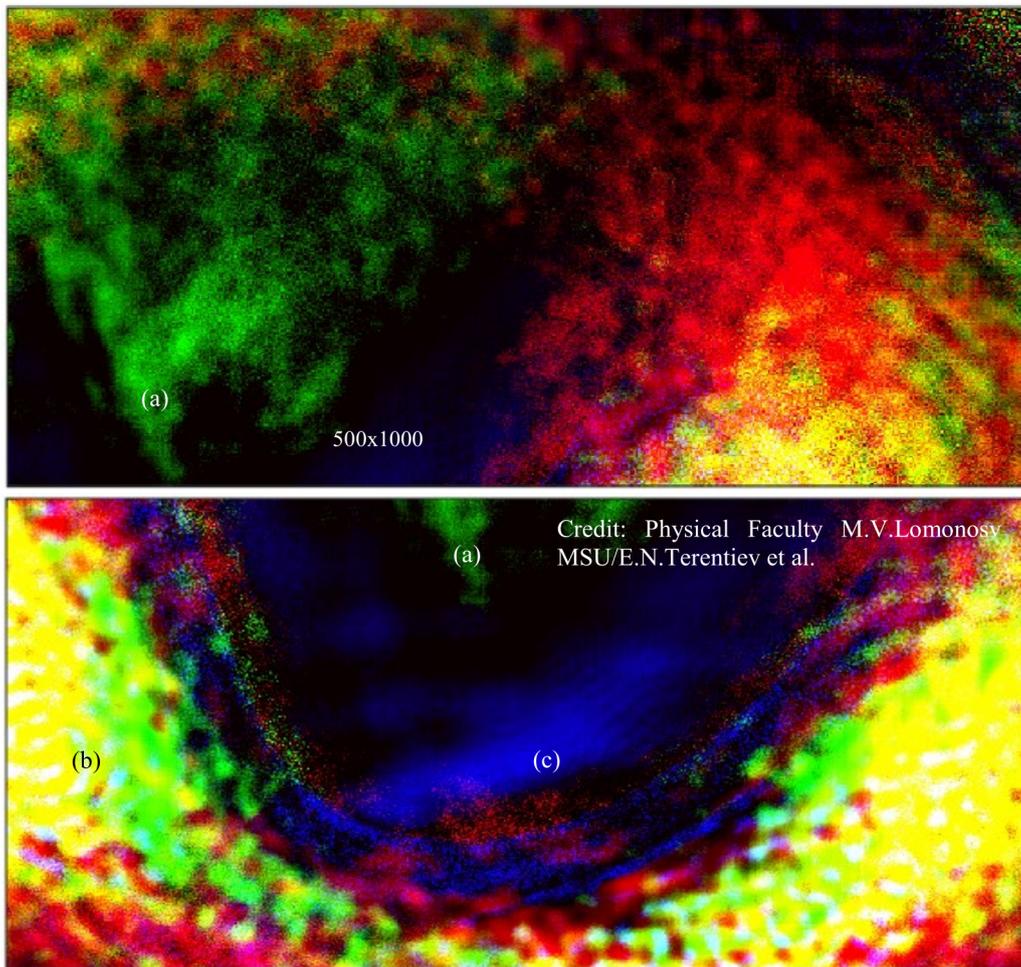


Рис. 2. Анализ тонких структур около горизонта событий ЧД

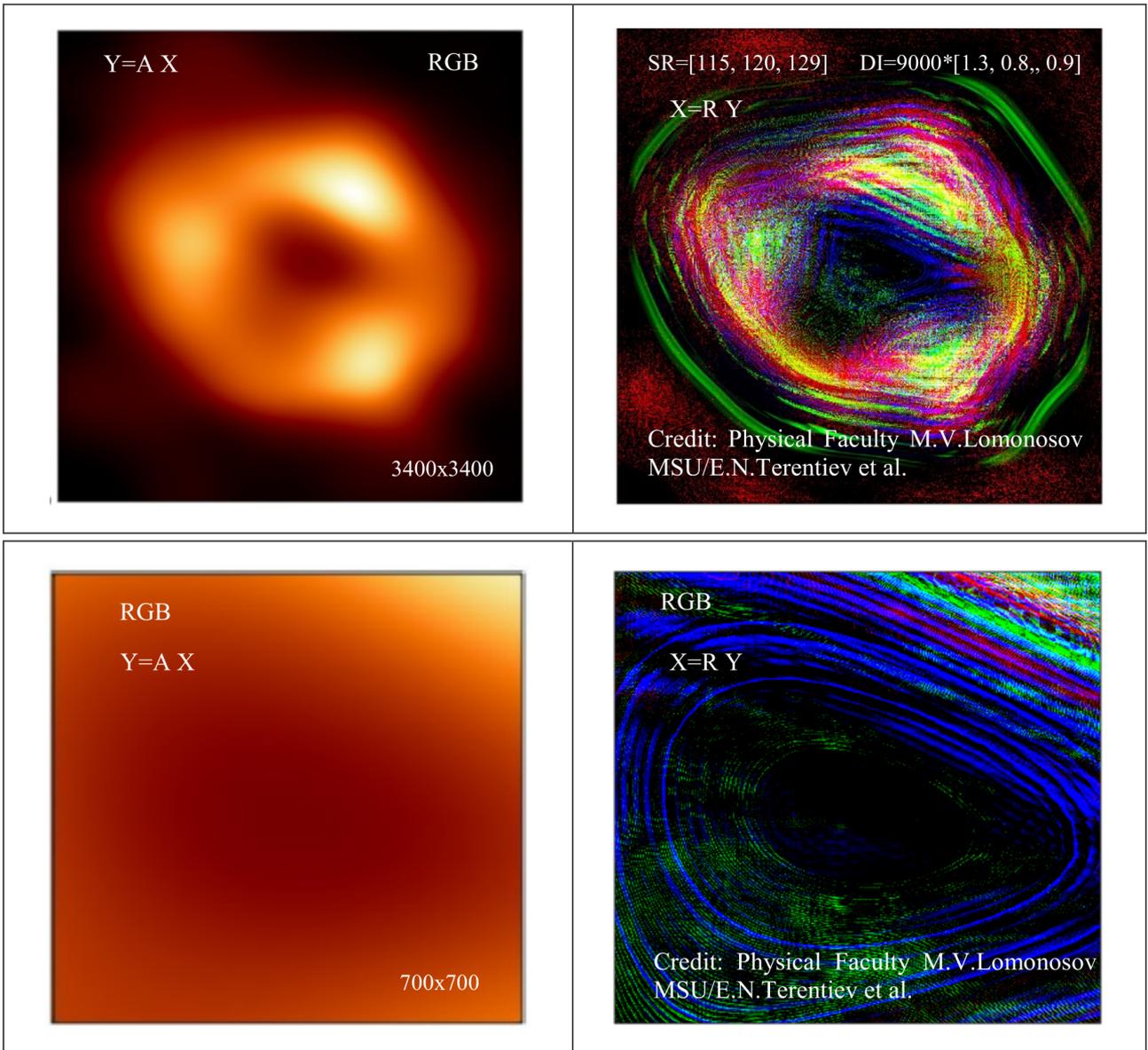


Рис. 3. Выявлены следы движение (облака горячей плазмы) на периферии ЧД

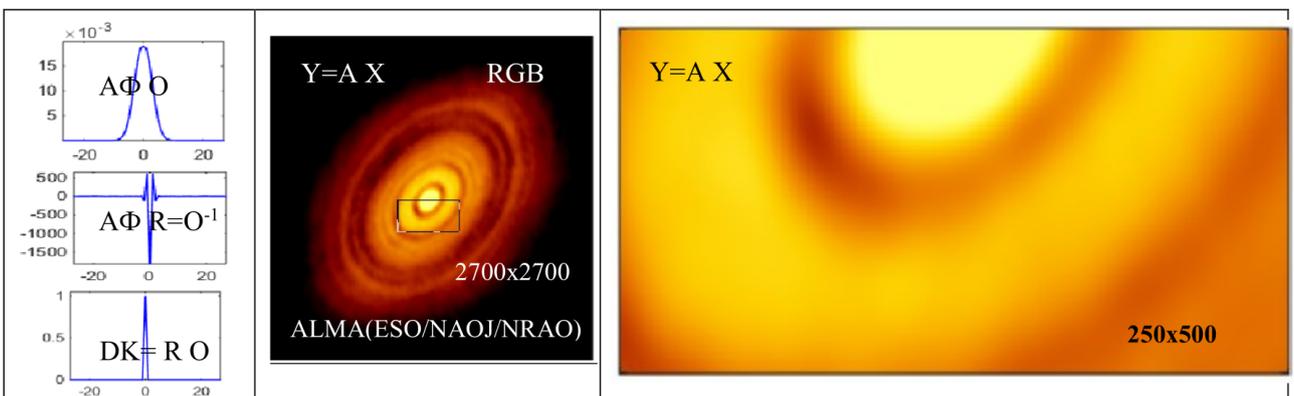


Рис. 4. Изображение ALMA молодой звезды HL Тау и ее протопланетного диска

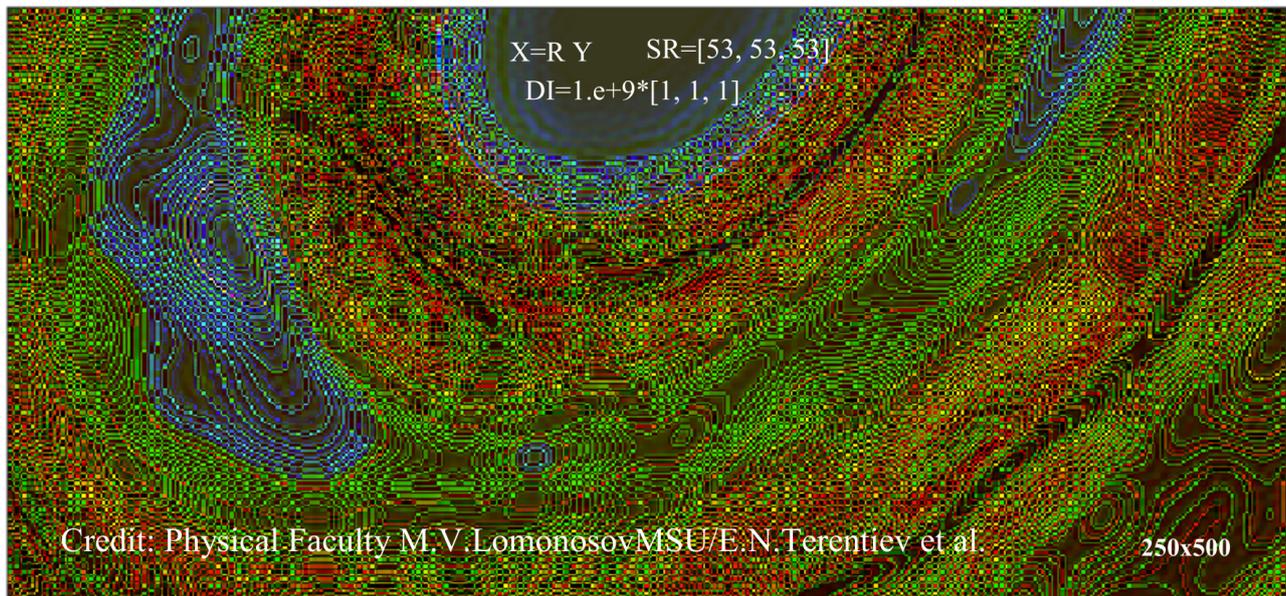


Рис. 5. X - SR изображение тонких структур протопланетного диска с выхода MM

# Содержание

## Конвекция, вихри, сдвиговые и стратифицированные среды

**Вяткин А.А., Козлов В.Г., Петухов С.А.**

Структура параметрической резонансной конвекции  
во вращающемся цилиндрическом слое жидкости ..... 255–256

**Колчанов Н.В., Сидоров А.С.**

Тепловизионное исследование конвекции, вызванной внутренним  
тепловыделением в двухслойной системе «воздух–пористая среда» ..... 257–259

**Куйбин П.А.**

Модели вихрей: история и развитие ..... 260–262

**Куприянова А.Е., Гриценко В.А.**

О форме плотностной неустойчивости приповерхностной конвекции ..... 263–265

**Ляпидевский В.Ю., Неверов В.В., Кармушин С.Р.**

Сдвиговые течения вязкоупругой среды с несколькими временами релаксации ..... 266–268

**Ляпидевский В.Ю., Чесноков А.А.**

Равновесная модель слоя смешения в стратифицированной жидкости:  
приложения к глубоководным течениям ..... 269–270

**Макаренко Н.И., Мальцева Ж.Л., Черевко А.А.**

Внутренние волны в двухслойной жидкости с непрерывной стратификацией в слоях ..... 271–273

**Малиновская Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В.**

Конвективные структуры вблизи нагретой поверхности ..... 274–276

**Матюшин П.В.**

Процессы образования гравитационных внутренних волн за телом,  
движущимся в двумерной и трехмерной стратифицированной вязкой жидкости ..... 277–279

**Остапец Р.Е.**

Взаимодействие пары вихрей в вязкой жидкости ..... 280–282

**Очиров А.А.**

Периодические течения в концентрационно-стратифицированной  
несжимаемой вязкой жидкости ..... 283–285

**Очиров А.А., Лапшина К.Ю.**

Особенности массопереноса связанного распространением поверхностных  
периодических течений в вязкой стратифицированной жидкости ..... 286–288

**Рулева Л.Б., Солодовников С.И.**

Экспериментальные исследования сферической модели ..... 289–290

**Соболева Е.Б.**

Режимы массопереноса в горизонтальном пористом слое  
с вертикальным потоком двухкомпонентной жидкости ..... 291–293

**Федюшкин А.И.**

Колебательная конвекция в квадратной полости, подогреваемой сбоку ..... 294–296

**Шарифулин А.Н., Плотников С.А., Любимова Т.П.**

Формирование вихревых структур в неравномерно нагретой жидкости  
в вибрирующей квадратной полости ..... 297–298

**Ян Наинг У**

Свободные колебания стратифицированной вращающейся жидкости  
в цилиндрической полости ..... 299–301

**Моделирование технологических процессов****Абди Х., Урегани Джафари Н., Мелихов В.И., Мелихов О.И.**

Валидация кода STEG на экспериментах по гидродинамике  
горизонтального парогенератора ..... 302–304

**Боговалов С.В., Джуля Д.Н., Кислов В.А., Тронин И.В.**

Волны в сверхсильных центробежных полях ..... 305–307

**Васильев Н.В., Вавилов С.Н., Лиджиев Е.А., Зейгарник Ю.А.**

Исследование самопроизвольного триггеринга и распространения парового взрыва  
на расплавленных каплях соли ..... 308–310

**Верезуб Н.А., Простомолотов А.И.**

Управление вихреобразованием при выращивании трубчатых кристаллов ..... 311–313

**Галеева Д.Р., Киреев В.Н.**

Влияние геометрии канала и параметров теплообмена  
на течение жидкости в коническом диффузоре ..... 314–316

**Джафари Урегани Н., Абди Х., Мелихов В.И., Мелихов О.И.**

Моделирование экспериментов по перемешиванию теплоносителя  
на стенде COU с помощью кода OpenFOAM ..... 317–319

**Джуля Д.Н., Боговалов С.В., Тронин И.В.**

Новые механизмы разделения газовых смесей  
в сверхсильных центробежных полях под воздействием волн ..... 320–322

**Дмитренко А.В., Колпаков М.И., Лазарева М.А., Нестеренко И.С.,  
Рагулин И.Ю., Королев А.Д., Мишин А.А., Хлобыстов С.М., Фесенко А.А.**

Стохастические уравнения для моделирования процессов переноса  
в установках на базе органического цикла Ренкина ..... 323–324

**Ильиных А.Ю., Усанов В.А.**

Экспериментальное исследование взаимодействия импульсной струи воды  
с расплавленным металлом ..... 325–328

**Карпунин И.Э.**

Осцилляционная динамика фазового включения  
в осесимметричном вертикальном канале переменного сечения ..... 329–331

**Мухутдинова А.А.**

Влияние теплообмена на распределение гидродинамических параметров  
течения аномально термовязкой жидкости в кольцевом канале ..... 332–334

**Никулин А.С., Мелихов В.И.**

Применение модели переноса площади межфазной поверхности  
для описания двухфазного потока ..... 335–336

**Паршакова Я.Н., Висков М.В., Катаев Р.И.**

Моделирование распространения фильтрата  
твердых коммунальных отходов через защитную дамбу ..... 337–339

**Сафронов А.А.**

Моделирование закономерностей самоиудицированного капиллярного  
распада вязкой струи, ее самопроизвольного изгиба, а также взаимодействия  
капельного потока с жидкой пленкой ..... 340–341

**Сиваков Н.С., Якуш С.Е., Мелихов В.И., Мелихов О.И.**

Численное исследование взаимодействия струи воды с расплавом свинец–висмут ..... 342–345

**Снытников В.Н., Пескова Е.Е.**

Цифровая модель лазерного реактора каталитической конверсии метана  
в углеводороды и водород ..... 346–347

**Солодовников С.И., Рулева Л.Б.**

Экспериментальные исследования газоразрядной плазмы  
в стационарных и динамических средах ..... 348–350

**Стрижак П.А., Антонов Д.В.**

Тепломассоперенос и диспергирование при нагреве  
композиционного топлива гранул гидрата метана и жидкого биотоплива ..... 351–353

**Уточкин В.Ю.**

Особенности структурообразования вблизи реакционного фронта  
в системе несмешивающихся растворов кислоты и основания ..... 354–355

**Хнкоян Г.В., Галигеров В.С., Павлов Д.Г., Николаев В.С., Стегайлов В.В.**

Образование Pb-O в возмущенном потоке жидкого свинца:  
молекулярно-динамический подход ..... 356–357

**Юдин С.М., Ковешников К.С., Ивочкин Ю.П.**

Экспериментально-расчетное исследование полей давления при взрывном росте  
и разрушении паровых пузырей охладителя на перегретой поверхности ..... 359–361

**Язовцева О.С., Губайдуллин И.М., Загоруйко А.Н.**

Моделирование фронта горения в процессе окислительной регенерации катализатора ..... 362–363

**Якуш С.Е.**

Волновые явления при быстром вскипании жидкостей:  
физические процессы и проблемы моделирования ..... 364–366

**Океанология, Геофизика, Астрофизика****Булатов В.В.**

Дальние волновые поля на поверхности раздела глубокого океана  
и ледяного покрова от локализованных источников ..... 367–369

**Булатов В.В., Медведева А.В., Станичный С.В.**

Внутренние волны — механизмы их проявления  
на оптических и радиолокационных изображениях ..... 370–372

**Вазаева Н.В., Чхетиани О.Г., Зайцева Д.В.**

Циркуляционные конвективные структуры в атмосферном пограничном слое  
по данным акустического зондирования и результатам моделирования ..... 373–375

**Герасимов В.В., Зацепин А.Г.**

Связь тонкоструктурного расслоения стратифицированной водной среды с вертикальным турбулентным массообменом ..... 376–377

**Демьшев С.Г., Дымова О.А.**

Оценки бюджета доступной потенциальной энергии в черном море при использовании новых схем аппроксимации уравнений адвекции-диффузии тепла и соли ..... 378–381

**Елкин Д.Н., Зацепин А.Г.**

Лабораторное исследование влияния подводного хребта на перемещение антициклонических вихрей над наклонным дном во вращающейся жидкости под действием топографического бета-эффекта ..... 382–384

**Ермаков С.А., Доброхотов В.А., Лещев Г.В., Даниличева О.А., Хазанов Г.Е., Купаев А.В., Сергиевская И.А., Плотников Л.М.**

Экспериментальное исследование затухания волн на поверхности воды, покрытой пластиковой пленкой, с использованием радиолокационных методов ..... 385–387

**Зайцева Д.В., Люлюкин В.С., Кузнецов Д.Д., Вазаева Н.В.**

Волнообразные структуры в устойчиво стратифицированном атмосферном пограничном слое по данным наземного дистанционного зондирования ..... 388–389

**Зацепин А.Г., Подымов О.И.**

О прибрежных апвеллингах и даунвеллингах, обусловленных вихревой динамикой вод в северо-восточной части Черного моря ..... 390–392

**Коваль К.А., Сухоруков А.Л.**

Об учете влияния стратификации жидкости при моделировании движения подводного глайдера дискообразной формы ..... 393–396

**Лапшина К.Ю.**

Расчет переноса вещества и энергии в невязком стратифицированном океане и атмосфере ... 397–399

**Ливенец З.Д., Луговский А.Ю.**

Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных дисках вокруг нейтронных звезд ..... 400–401

**Маленко Ж.В., Ярошенко А.А.**

Изгибно-гравитационные волны в ледяном покрове от движущихся периодически меняющихся возмущений ..... 402–404

**Слюняев А.В., Шрира В.И.**

Динамика солитоноподобных волновых групп на встречных струйных течениях ..... 405–407

**Соленая О.А., Шишов Е.А., Чхетиани О.Г., Азизян Г.В., Копров В.М.**

О турбулентном потоке вихря в приземном слое атмосферы ..... 408–409

**Терентьев Е.Н., Алешин П.Е., Балабан Е.Д., Романов Д.Р., Шацков И.А.**

Применения методов градиентной морфологии ..... 410–413

**Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-Terentyev N.E.**

Структуры объектов цивилизаций 2-го и 3-го типов ..... 414–417

**Терентьев Е.Н., Шугаев Ф.В., Shilin-Terentyev N.E.**

Анализ окрестностей черных дыр и протопланетных дисков ..... 418–421