

ISSN: 2658–5782

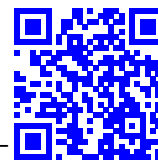
Номер 2

2023

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org





Исследование влияния температурной зависимости вязкости на течение жидкости в кольцевых каналах¹

Мухутдинова А.А.

Уфимский университет науки и технологий, Уфа

Для всех жидкостей характерно изменение вязкости в зависимости от температуры. В большинстве случаев данной зависимостью принято пренебрегать, однако при исследовании течения жидкостей в условиях интенсивного теплообмена температурная зависимость вязкости может оказать значительное влияние на процессы переноса массы и тепла. Следует отметить, что для некоторых жидкостей, таких как полимерные растворы или биологические жидкости, температурная зависимость вязкости может быть крайне сложной и нелинейной. В таких случаях игнорирование данной зависимости может привести к получению неточных результатов и ошибкам. Кольцевые каналы находят широкое применение в различных технических системах, включая теплообменники и гидравлические устройства. Понимание факторов, влияющих на процесс течения жидкости и расход в таких каналах, является ключевым аспектом оптимизации их проектирования и эксплуатации. Одним из основных факторов, оказывающих влияние на процесс течения и расход жидкости в кольцевых каналах, является температурная зависимость вязкости жидкости. В настоящей работе исследовано влияние термовязкого параметра монотонной и немонотонной температурных зависимостей вязкости и геометрического параметра кольцевого канала на процесс течения и расход жидкости. Математическая модель включает в себя уравнение неразрывности, уравнения Навье–Стокса и уравнение для температуры. Для численного решения этих уравнений применялись метод контрольного объема и алгоритм SIMPLE, который был модифицирован для учета переменного коэффициента вязкости. Показано, что при течении жидкости в кольцевом канале с монотонной зависимостью вязкости от температуры установившееся значение расхода близко к расходу при максимальной вязкости. Однако в случае жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры расход существенно зависит от параметра термовязкости.

Ключевые слова: кольцевой канал, термовязкая жидкость, расход жидкости

1. Введение

Вязкость жидкости — это ключевой параметр, влияющий на эффективность технологических процессов, таких как перекачивание нефти, производство полимеров и металлургические операции. Поэтому изучение температурной зависимости вязкости при течении жидкости в кольцевых каналах является актуальной задачей для научных и инженерных областей. Обычно с ростом температуры вязкость жидкостей уменьшается и опи-

сывается экспоненциально убывающей функцией. Однако некоторые вещества имеют аномальную температурную зависимость вязкости, связанную с процессами полимеризации и деполимеризации, например, жидкой серы, растворов полимеров, расплавов металлов и особенно вязкой нефти.

Изучение течения жидкостей в кольцевых каналах, вязкость которых зависит от температуры, имеет важнейшее значение для различных инженерных приложений, таких как теплообменники, трубопроводы и реакторы [1–3]. Это сложное явление зависит от множества факторов, включая геометрию канала, скорость течения, температуру и вязкость жидкости.

¹Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

2. Постановка задачи

Рассматривается ламинарное течение несжимаемой жидкости с переменной вязкостью (т.е. жидкость, вязкость которой зависит от температуры) в кольцевом канале, образованном двумя соосными круговыми цилиндрами разных радиусов. Течение происходит под действием фиксированного перепада давления ΔP . Длину канала обозначим через L , а его ширину — h ($h = R - r_0$, где R — внешний радиус; r_0 — внутренний радиус кольцевого канала). Температура стенок канала — T_0 , втекающей жидкости — T_w . На рис. 1 показаны геометрия кольцевого канала и выбранная осесимметричная цилиндрическая система координат.

Математическая модель, которая включает в себя уравнение неразрывности, уравнения Навье–Стокса [4] и уравнение для температуры, представлена в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии и записана в безразмерной форме следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{u_r}{r} &= 0, \\ \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} &= \\ &= -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\mu(T) \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(T) \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\mu(T)}{r^2} u_r \right), \\ \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} &= \\ &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\mu(T) \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \right. \\ &+ \left. \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu(T) \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + \frac{\mu(T)}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + u_z \frac{\partial T}{\partial z} + u_r \frac{\partial T}{\partial r} &= \frac{1}{\text{Pe}} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right). \end{aligned}$$

где u_r и u_z — радиальная и осевая компоненты скорости; P — давление в канале; μ — коэффициент динамической вязкости жидкости; T — температура; Re — число Рейнольдса; Pe — число Пекле.

Во входном ($z = 0$) и выходном ($z = L/R$) сечениях кольцевого канала задаются фиксированные значения давления, а на стенках ($r = r_0/R$, $r = 1$) — условия прилипания для скорости, так что граничные условия для давления и компонент вектора скорости имеют вид:

$$p(0) = 1, p(1) = 0,$$

$$u_r(r_0/R, z) = u_r(R, z) = u_z(r_0/R, z) = u_z(R, z).$$

Температура на входе в канал задается постоянной ($T(r, 0) = 1$), на выходе — $\partial T / \partial z = 0$, а

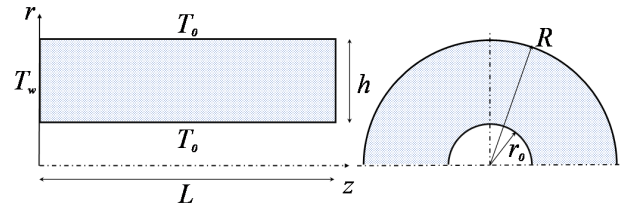


Рис. 1. Геометрия канала

на стенках канала задаются граничные условия первого рода:

$$T(r_0/R, z) = T(1, z) = 0.$$

В начальный момент времени жидкость в канале покоится и имеет постоянную температуру:

$$u_r(r, z) = u_z(r, z) = 0,$$

$$p(r, z) = 0, T(r, z) = 0.$$

Функция $\mu = \mu(T)$, включенная в уравнение, описывает зависимость вязкости жидкости от температуры. В настоящей работе рассматриваются два типа такой зависимости:

– монотонная зависимость вязкости от температуры (рис. 2)

$$\mu(T) = \exp(-\alpha T),$$

которая характерна для большинства жидкостей, таких как вода, масло, пропиленгликоль и другие;

– немонотонная (аномальная) зависимость вязкости от температуры (рис. 3)

$$\mu(T) = \exp(-\beta (T - 0.5)^2),$$

где $\alpha > 0$ и $\beta > 0$ — параметры, описывающие характер изменения вязкости. К аномально вязким жидкостям относятся сера, жидкий фосфор, растворы и расплавы полимеров и т.д.

3. Результаты и их обсуждение

Уравнения математической модели решались численно с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE [5], модифицированных для учета переменного коэффициента вязкости. Оригинальный компьютерный код реализован на языке программирования C++ в кроссплатформенной среде разработки Qt Creator.

Рассматриваются каналы с разным соотношением h/r_0 , внешний радиус канал R при этом остается постоянным. Будем считать канал сильно удлиненным ($L \gg h$). Расчеты проводились при следующих значениях безразмерных параметров.

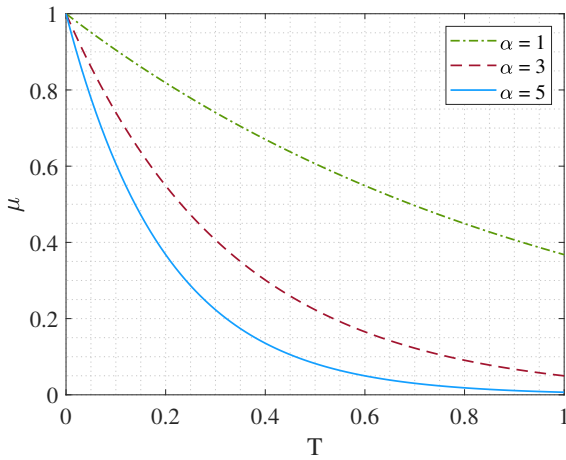


Рис. 2. Монотонная зависимость вязкости от температуры

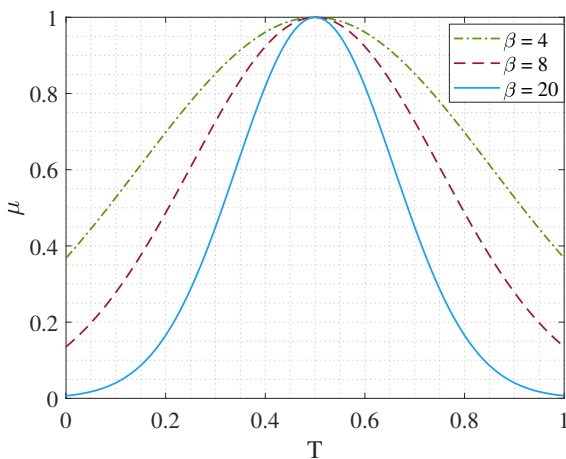


Рис. 3. Немонотонная зависимость вязкости от температуры

Рассматриваются кольцевые каналы с отношением высоты канала к внутреннему радиусу h/r_0 от 0.2 до 4, число $Re = 104$ и число $Pe = 940.5$, температура втекающей жидкости $T_0 = 1$, температура стенок канала $T_w = 0$. Размер R внешнего цилиндра кольцевого канала выбран в качестве характерной величины. Следовательно, поиск решения системы уравнений осуществляется внутри прямоугольной области, показанной на рис. 1. Для более удобного представления результатов введены новые переменные r и z , принимающие значения от 0 до 1. Они связаны с исходными пространственными переменными следующими соотношениями: $r = (Rr - r_0)/(R - r_0)$, $z = Rz/L$.

Рассмотрим случай течения термовязкой жидкости в кольцевом канале. На рис. 4 представлено установившееся распределение монотонной зави-

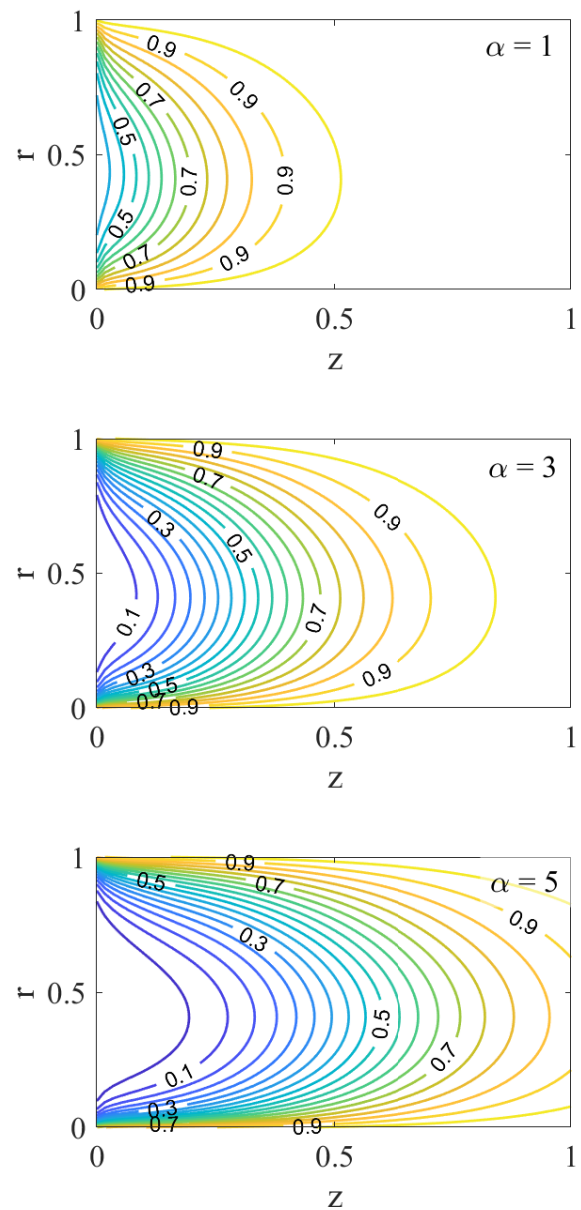


Рис. 4. Распределение вязкости в кольцевом канале при $\alpha = 1$, $\alpha = 3$, $\alpha = 5$

симости вязкости для трех различных значений параметра термовязкости α при установленном геометрическом соотношении $h/r_0 = 4$. Из рисунка видно, что увеличение значения параметра α существенно влияет на распределение вязкости внутри канала. Этот эффект становится особенно выраженным при $\alpha = 5$, что указывает на значительную чувствительность течения к изменению данного параметра.

Далее рассмотрим влияние термовязкого параметра на течение жидкости с немонотонной за-

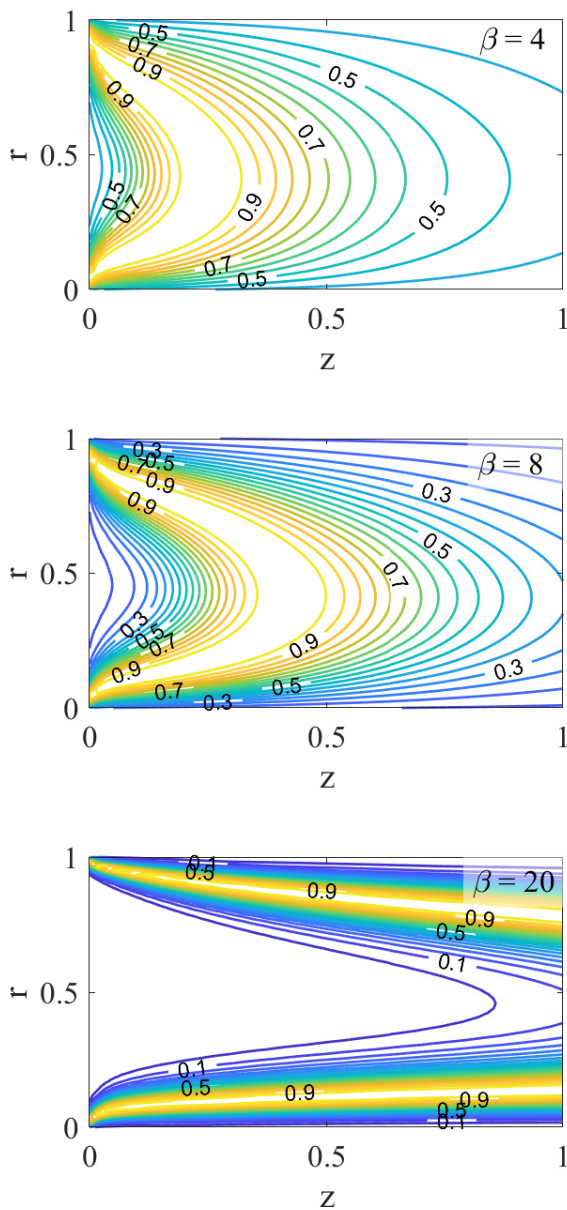


Рис. 5. Распределение вязкости в кольцевом канале при $\beta = 4, \beta = 8, \beta = 20$

висимостью вязкости от температуры. На рис. 5 представлено установившееся распределение вязкости для трех различных значений параметра β в кольцевом канале при фиксированном соотношении $h/r_0 = 4$. В результате такой зависимости образуется высоковязкая зона, которую мы можем назвать «вязким барьером» [6]. Из рисунка видно, что варьирование параметра β приводит к образованию вязкого барьера разной формы и его различному расположению внутри канала. Напри-

мер, при значениях $\beta = 4$ и 8 вязкий барьер полностью располагается в расчетной области канала. Однако, при $\beta = 20$ наблюдается эффект «разрыва» вязкого барьера, при котором он локализуется в пристеночной области канала, а в области с минимальной вязкостью скорость достигает максимального значения.

Слабо выраженная асимметрия в форме распределения вязкости (как в случае с монотонной, так и с немонотонной зависимостью) связана с разницей между внутренним и внешним радиусами кольцевого канала. Эта разница в радиусах может оказать значительное влияние на размер и форму распределения вязкости, что подтверждается результатами исследований [7]. Разное распределение вязкости в рассмотренных случаях свидетельствует о различном распределении температуры и компонент скоростей внутри кольцевого канала [8], которые в свою очередь влияют на расход жидкости.

Зависимость безразмерного расхода жидкости от параметров α и h/r_0 в случае монотонной зависимости вязкости представлена на рис. 6. Также на графике приведены результаты расчетов при постоянных значениях вязкости μ_{\min} и μ_{\max} . Из рисунка видно, что значения расхода жидкости, полученные при минимальном значении вязкости μ_{\min} и обозначенные кривой черного цвета, лежат значительно выше, это обусловлено тем, что в данном случае распределение температуры не влияет на вязкость жидкости, и расход зависит только от геометрических параметров, как и при μ_{\max} .

Также заметно, что значения расхода жидкости в интервале отношения h/r_0 от 0.2 до 1 зависят исключительно от геометрических параметров и не зависят от температурной зависимости вязко-

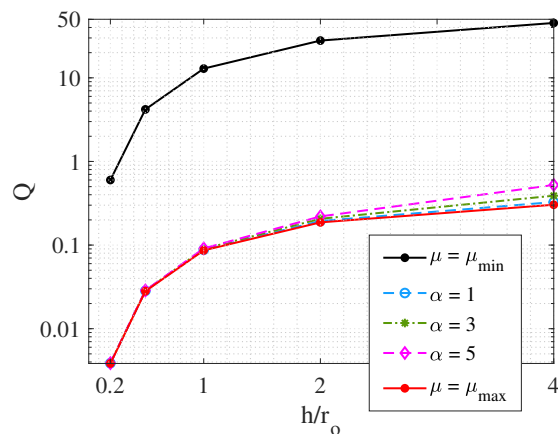


Рис. 6. Зависимость расхода жидкости от геометрии канала и параметра термовязкости α

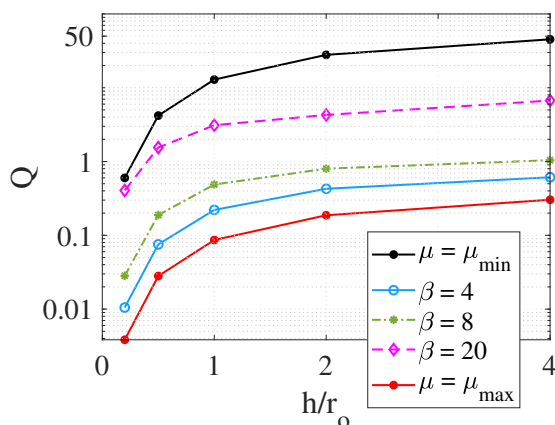


Рис. 7. Зависимость расхода жидкости от геометрии канала и параметра термовязкости β

сти жидкости. Это объясняется тем, что жидкость начинает охлаждаться в начале канала, и весь канал заполняется жидкостью с постоянной максимальной вязкостью. В диапазоне отношения h/r_0 от 1 до 4 начинает проявляться влияние термовязкого параметра на расход жидкости в кольцевом канале, и при увеличении параметра α расход жидкости увеличивается.

На рис. 7 представлена зависимость расхода, выраженного в безразмерных единицах, от геометрии кольцевого канала и параметра β при течении аномально термовязкой жидкости. График показывает, что с увеличением параметра β расход жидкости также увеличивается. Это связано с тем, что при увеличении параметра термовязкости уменьшается минимальное значение вязкости (как показано на рис. 3), что влияет на форму и расположение вязкого барьера и, соответственно, на расход жидкости. Из графика видно, что значения расхода в канале при $h/r_0 = 0.2$ и $\beta = 20$ практически совпадают, так как вязкий барьер формируется и покидает расчетную область, не влияя на последующее течение. В остальных случаях вязкий барьер частично или полностью остается в расчетной области и оказывает влияние на характеристики течения, такие как температура, скорость, давление и расход.

4. Заключение

В работе было исследовано течение термовязкой жидкости в кольцевом канале и показано, что гидродинамические особенности течения связаны с видом зависимости вязкости от температуры и определяются размером и формой высоковязкой области, образующейся в канале. При фиксированном перепаде давления расход жидкости нелинейно возрастает с увеличением относительной ширины кольцевого канала.

Более того, получено, что при течении жидкости с монотонной зависимостью вязкости от температуры установившееся значение расхода близко к расходу с максимальной вязкостью, в то время как расход жидкости с немонотонной зависимостью вязкости от температуры существенно зависит от параметра термовязкости. Эти результаты подчеркивают важность учета как геометрических, так и реологических параметров при анализе течения жидкости в кольцевых каналах.

Список литературы

- [1] Cao Y., Li R. A liquid plug moving in an annular pipe-Flow analysis // *Physics of Fluids*. 2018. V. 30, No. 9. P. 093605. DOI: [10.1063/1.5050258](https://doi.org/10.1063/1.5050258)
- [2] Bagheri E., Wang B.C. Effects of radius ratio on turbulent concentric annular pipe flow and structures // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2020. V. 86. P. 108725. DOI: [10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108725](https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108725)
- [3] Lu G., Wang J. Experimental investigation on heat transfer characteristics of water flow in a narrow annulus // *Applied Thermal Engineering*. 2008. V. 28, No. 1. P. 8–13. DOI: [10.1016/j.applthermaleng.2007.03.019](https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2007.03.019)
- [4] Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть 2. М.: Физматлит, 1963. 728 с.
- [5] Patankar S.V. Numerical heat transfer and fluid flow. Hemisphere Publ. Corp., New York. 1980. Т. 58. P. 288.
- [6] Урманчев С.Ф., Киреев В.Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией вязкости // *Доклады Академии наук*. 2004. Т. 396, № 2. С. 204–207. EDN: OPSUST
- [7] Мухутдинова А.А., Киреев В.Н., Урманчев С.Ф. Влияние переменных теплофизических свойств на течение вязкой жидкости в кольцевом канале // *Вестник Башкирского университета*. 2022. Т. 27, № 4. С. 847–851. DOI: [10.33184/bulletin-bsu-2022.4.6](https://doi.org/10.33184/bulletin-bsu-2022.4.6)
- [8] Mukhutdinova A.A., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of variable thermophysical properties on the flow of fluids in an annular channel under intensive heat exchange // *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 2023. Т. 16, № 1.1. С. 269–274. DOI: [10.18721/JPM.161.145](https://doi.org/10.18721/JPM.161.145)



Study of the influence of temperature dependent viscosity on fluid flow in annular channels

Mukhutdinova A.A.

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russia

For all liquids, a change in viscosity depending on temperature is characteristic. In most cases, this dependency is commonly overlooked; however, when studying the flow of liquids under conditions of intense heat exchange, the temperature-dependent viscosity can have a significant impact on mass and heat transfer processes. It should be noted that for some liquids, such as polymer solutions or biological fluids, the temperature dependence of viscosity can be extremely complex and nonlinear. In such cases, ignoring this dependence can lead to inaccurate results and errors. Annular channels find wide applications in various technical systems, including heat exchangers and hydraulic devices. Understanding the factors influencing the fluid flow and discharge in such channels is a key aspect of optimizing their design and operation. One of the main factors influencing the flow process and fluid discharge in annular channels is the temperature-dependent viscosity of the fluid. This work investigates the influence of the thermo-viscous parameter with monotonic and non-monotonic temperature-dependent viscosity, as well as the geometric parameter of the annular channel on the fluid flow process and discharge. The mathematical model includes the continuity equation, Navier-Stokes equations, and the temperature equation. The method of control volume and the SIMPLE algorithm, modified to account for the variable viscosity coefficient, were applied for the numerical solution of these equations. It is shown that in the case of liquid flow in an annular channel with a monotonic dependence of viscosity on temperature, the steady-state discharge closely approaches the discharge at maximum viscosity. However, in the case of a liquid with non-monotonic viscosity dependence on temperature, the discharge significantly depends on the thermo-viscous parameter.

Keywords: annular channel, thermoviscous fluid, fluid flow

References

- [1] Cao Y., Li R. A liquid plug moving in an annular pipe-Flow analysis // *Physics of Fluids*. 2018. V. 30, No. 9. P. 093605. DOI: 10.1063/1.5050258
- [2] Bagheri E., Wang B.C. Effects of radius ratio on turbulent concentric annular pipe flow and structures // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2020. V. 86. P. 108725. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2020.108725
- [3] Lu G., Wang J. Experimental investigation on heat transfer characteristics of water flow in a narrow annulus // *Applied Thermal Engineering*. 2008. V. 28, No. 1. P. 8–13. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2007.03.019
- [4] Kochin N.E., Kibel I.A., Roze N.V. *Theoretical Hydrodynamics*. Part 2. Moscow: Phizmatlit, 1963. P. 728.
- [5] Patankar S.V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. Hemisphere Publ. Corp., New York. 1980. T. 58. P. 288.
- [6] Urmancheev S.F., Kireev V.N. Steady flow of a fluid with an anomalous temperature dependence of viscosity // *Doklady Physics. Nauka/Interperiodica*. 2004. V. 49. P. 328–331. DOI: 10.1134/1.1763627
- [7] Mukhutdinova A.A., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of variable thermophysical properties on the flow of viscous liquid in a circular channel // *Bulletin of Bashkir University*. 2022. V. 27, No. 4. P. 847–851. DOI: 10.33184/bulletin-bsu-2022.4.6
- [8] Mukhutdinova A.A., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of variable thermophysical properties on the flow of fluids in an annular channel under intensive heat exchange // *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 2023. T. 16, № 1.1. C. 269–274. DOI: 10.18721/JPM.161.145