



Влияние параметров течения термовязкой жидкости в кольцевом канале на изменение критического числа Рейнольдса¹

Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа

В исследовании устойчивости течений жидкостей в плоских каналах накоплен достаточный задел в настоящее время, однако, при изучении этой задачи часто пренебрегают воздействием температурного фактора на смену режима течений [1,2]. Течения жидкостей возникают в различных отраслях промышленности при эксплуатации технических устройств. В данных случаях важной проблемой является выявление особенностей течения при различных режимах. Относительно энергетической эффективности важен ламинарный режим, однако, при учете эффективности теплопереноса — турбулентный.

Рассмотрим задачу об устойчивости ламинарного течения термовязкой жидкости в кольцевом канале с заданным профилем температуры.

Задача гидродинамической устойчивости течения термовязкой жидкости в плоскопараллельном канале с неоднородным температурным по-

лем сводится к обобщенному уравнению Орра–Зоммерфельда [3–5].

Аналогично плоскому случаю рассмотрим течение несжимаемой термовязкой жидкости в кольцевом канале (Рис. 1) под действием перепада давления, с фиксированными внешним и внутренним радиусами канала и нагреваемым внутренним стержнем.

После выполнения алгебраических преобразований получим уравнение гидродинамической устойчивости термовязкой жидкости в линейном

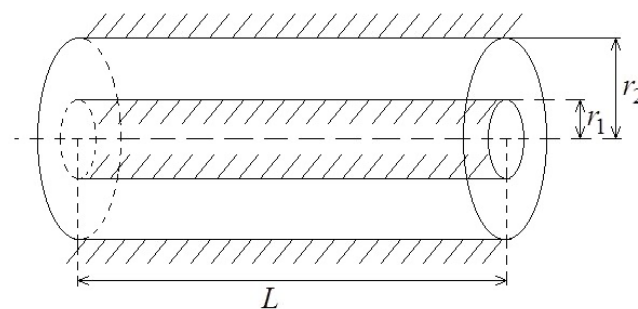


Рис. 1. Схема течения жидкости в кольцевом канале

¹Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 22-21-00915.

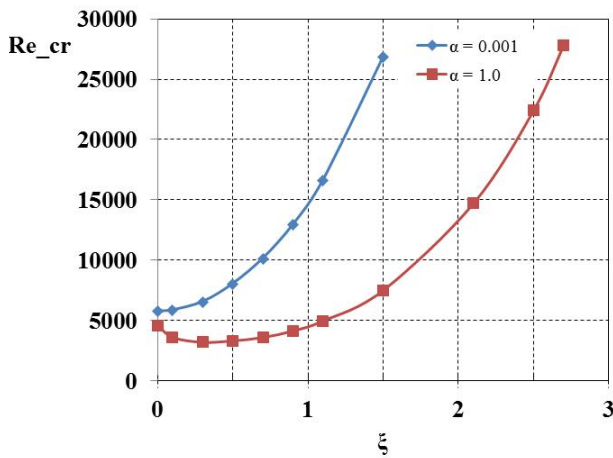


Рис. 2. Зависимость критического числа Рейнольдса от ξ для $\alpha = 0,001$ и $\alpha = 1$

приближении в кольцевом канале:

$$\begin{aligned} & \mu_0 \left[\varphi^{IV} + \frac{2}{r} \varphi''' - \frac{3}{r^2} \left(\varphi'' - \frac{1}{r} \varphi' \right) - 2k^2 \left(\varphi'' + \frac{1}{r} \varphi' \right) \right] - \\ & - ikRe \left[(u_0 - c) \left(\varphi'' + \frac{1}{r} \varphi' - \left(k^2 + \frac{1}{r^2} \right) \varphi \right) \right] + \\ & + \left\{ k^4 + 2 \frac{k^2}{r^2} - \frac{3}{r^4} + ikRe \left[u_0'' - \frac{u_0'}{r} \right] \right\} \varphi + \\ & + \mu_0' \left(2\varphi''' + \frac{3}{r} \varphi'' - \frac{3}{r^2} \varphi' + \frac{1}{r} \left(\frac{3}{r^2} - k^2 \right) \varphi \right) - \\ & - ik \left[\mu_0' \theta u_0''' + \left(2\mu_0'' \theta + 2\mu_0' \theta' + \frac{\mu_0' \theta}{r} \right) u_0'' + \right. \\ & \left. + \left(\mu_0''' \theta + 2\mu_0'' \theta' + \mu_0' \theta'' + \frac{\mu_0'' \theta}{r} + \frac{\mu_0' \theta'}{r} - \frac{\mu_0' \theta}{r^2} \right) u_0' \right] = 0 \end{aligned}$$

со следующими граничными условиями:

$$\varphi(r_1) = \varphi(r_2) = 0, \quad \varphi'(r_1) = \varphi'(r_2) = 0,$$

где r_2 и r_1 — внешний и внутренний радиусы канала, i — мнимая единица, $\mu = \exp(-\alpha T)$ — вязкость жидкости, k' — волновое число, Re — число Рейнольдса, φ — амплитуда возмущения радиальной компоненты скорости (собственная функция), u_0 — невозмущенная скорость, c — собственное значение.

Задача решалась численно с помощью спектрального метода разложения по полиномам Чебышева первого рода.

На Рис. 2 изображена зависимость критического числа Рейнольдса от параметра $\xi = r_2/r_1 - 1$ для $\alpha = 0,001$ и $\alpha = 1$. Первая точка линии, соответствующей $\alpha = 0,001$, имеет координаты (0,001; 5810). При столь малом значении параметра термовязкости α течение жидкости можно считать практически изотермическим. Кроме того, при столь же малом значении $\xi = 0,001$ можно считать канал приближённо плоским. Очевидно, полученное значение критического числа Рейнольдса $Re = 5810$ достаточно близко к значению $Re = 5772$, соответствующему классическому уравнению Орра-Зоммерфельда для плоского канала. При параметре $\alpha = 1$, течение термовязкой жидкости в неоднородном температурном поле проявляет свои особенности. В отличие от первого случая, в диапазоне $0,001 \leq \xi \leq 3,0$ кривая изменения критического значения числа Рейнольдса имеет немонотонный характер. Вначале происходит его уменьшение, а затем, с увеличением разности радиусов кривизны стенок тенденция к росту критического числа Рейнольдса, что соответствует квазиизотермическому случаю. Таким образом, при течении термовязких жидкостей в кольцевом канале наблюдается зона снижения порога перехода к турбулентному течению.

Список литературы

- [1] Drazin P.G. Introduction to Hydrodynamic Stability. Cambridge University Press. 2002. 278 p.
- [2] Orszag S.A. Accurate solution of the Orr-Sommerfeld equation // Journal of Fluid Mechanics. 1971. V. 50(4). P. 689–703.
- [3] Potter M.C., Graber E. Stability of plane Poiseuille flow with heat transfer // Physics of Fluids. 1972. V. 15(3). P. 387–391.
- [4] Kireev V.N., Nizamova A.D., Urmancheev S.F. Some Features of Hydrodynamic Instability of a Plane Channel Flow of a Thermoviscous Fluid // Fluid Dynamics. 2019. V. 54(7). P. 978–982.
- [5] Nizamova A.D., Murtazina R.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Features of Laminar-Turbulent Transition for the Coolant Flow in a Plane Heat-Exchanger Channel // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. V. 42(9). P. 2211–2215.
- [6] Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of Temperature Dependence of Viscosity on the Stability // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023, V. 44, No. 5, p. 1778–1784. DOI: 10.1134/S1995080223050463