ISSN 2658–5782 Том 18 (2023), № 3, с. 180–182

Многофазные системы

http://mfs.uimech.org/2023/pdf/mfs2023.3.050.pdf
DOI: 10.21662/mfs2023.3.050

Получена: 15.09.2023
Принята: 10.11.2023

Классификация структурных компонентов течений гетерогенных жидкостей[1]

Чашечкин Ю.Д.

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Москва

В соответствии с принципами современной логики, включающей требование дефинитности объекта и метода исследования, основы механики текучих сред проанализированы согласованными методами инженерной математики и технической физики. Классификация компонентов периодических течений гетерогенных жидкостей и газов проведена с контролем выполнения условия совместности при решении системы фундаментальных уравнений. В единой постановке рассмотрены гравитационные поверхностные и внутренние, также капиллярные и акустические волны и сопутствующие семейства лигаментов. Приводятся примеры анализа картин течений в природных и лабораторных условиях.

Изучение течений жидкостей и газов, играющих важную роль в природных условиях, промышленных или транспортных технологиях, в биосфере, в данной работе проводится согласованными методами инженерной математики и технической физики. В соответствии с определениями [1], *инженерная математика* — аксиоматическое учение о принципах выбора содержания символов, правил операций и критериев контроля точности; *техническая физика* — эмпирико-аксиоматическое учение о природе в целом, структуре материи и всех видах ее изменений с оценкой погрешности. Жидкость и газ определяются как текучие среды, свойства которых описываются термодинамическими потенциалами и физическими величинами, кинетическими или другими физическими коэффициентами [1]. Динамика и структура течений характеризуется полными решениями системы фундаментальных уравнений механики жидкостей, включающей уравнения состояния для потенциала Гиббса и плотности, уравнения переноса плотности, энергии и вещества с физически обоснованными граничными условиями — прилипания и непротекания вещества на твердой стенке, динамическим и кинематическим условием на свободной поверхности [2].

Под действием ряда факторов (атомно-молекулярного строения вещества, внешних полей — гравитационных, электрических и др.) термодинамические потенциалы и их производные — плотность, давление, температура, концентрация растворенных веществ и взвешенных частиц распределены неоднородно. Особо следует выделить неоднородность плотности $\rho = \rho(z)$ — естественную стратификацию, которая характеризуется масштабом $\Lambda = |d \ln z/dz|^{-1}$, частотой $N = \sqrt{g/\Lambda}$ и периодом $T_b = 2\pi/N$ плавучести (ось z вертикальна, g — ускорение свободного

[1]Работа выполнена в ИПМех РАН рамках Государственного задания АААА-А20-120011690131-7.

падения). Полная система фундаментальных уравнений механики вязких стратифицированных сжимаемых жидкостей или газов [1] здесь для краткости не приводится. Эффектами глобального вращения пренебрегается. Линеаризованная система в двумерном приближении имеет вид:

$$\begin{cases} \partial_t \tilde{\rho} - \dfrac{w}{\Lambda} + \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0 \\ \partial_t u - \nu \Delta u + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_x \tilde{P} = 0 \\ \partial_t v - \nu \Delta v + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_y \tilde{P} = 0 \\ \partial_t w - \nu \Delta w + \dfrac{1}{\rho_{00}} \partial_z \tilde{P} + g \tilde{\rho} = 0 \\ \dfrac{1}{\rho_{00} c^2} \partial_t \tilde{P} - \dfrac{w g}{c^2} + \partial_x u + \partial_y v + \partial_z w = 0 \end{cases} \tag{1}$$

Классификация компонентов проводится по результатам анализа решений алгебраической формы линеаризованной системы (1), которая образуется при подстановке в систему периодических функций вида $f \sim \exp(i\mathbf{kx} - i\omega t)$ с комплексным волновым числом $\mathbf{k}$ и действительной положительно определенной частотой ω для каждой переменной. Возникающее дисперсионное соотношение:

$$\begin{gathered} D_\nu(k)\left(\omega^2 D_\nu^2(k) - \omega N^2 D_\nu(k) + \right. \\ \left. + c^2 k_\perp^2 N_c^2 - c^2 \omega k^2 D_\nu(k)\right) = 0, \\ D_\nu(k) = \omega + i\nu k^2, \\ k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2, \qquad k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2 \\ N^2 = \frac{g}{\Lambda}, \qquad N_c^2 = N^2 - \frac{g^2}{c^2} \end{gathered} \tag{2}$$

содержит операторы общего и погранслойного типа в качестве общего множителя. Выбор величин $\tau_b = N^{-1}$ и $\delta_N^{g\nu} = (g\nu)^{1/3} N^{-1}$ в качестве масштабов времени и длины позволяет перевести (2) к безразмерному виду:

$$\begin{gathered} (ik_*^2\varepsilon + \omega_*)\left(k_{\perp *}^2\left(\frac{\varepsilon}{\eta} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right) + \omega_*^2(ik_*^2\varepsilon + \omega_*)^2 - \right. \\ \left. - \omega_*(ik_*^2\varepsilon + \omega_*) - k_*^2\omega_*\frac{\varepsilon}{\eta}(ik_*^2\varepsilon + \omega_*)\right) = 0, \\ \varepsilon = \frac{\delta_g^\nu}{\delta_N^{g\nu}} = \frac{\sqrt{\nu/N}}{(g\nu)^{1/3}N^{-1}} = \frac{N\nu^{1/3}}{g^{2/3}}, \quad \eta = \frac{\tau_c^\nu}{\tau_b} = \frac{N\nu}{c^2}. \end{gathered} \tag{3}$$

В случае высокочастотных колебаний $\omega \gg N$ дисперсионное соотношение для акустических волн принимает вид:

$$D_\nu(k)\left(D_\nu(k)\,\omega\left(D_\nu(k)\,\omega - c^2k^2\right) - g^2k_\perp^2\right) = 0. \tag{4}$$

Его решения для волн и лигаментов:

$$\begin{aligned} k_z &= \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 + \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}(ic^2 + \nu\omega)}}{2\nu(ic^2 + \nu\omega)}}; \\ k_z &= \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 - \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}(ic^2 + \nu\omega)}}{2\nu(ic^2 + \nu\omega)}}; \end{aligned} \tag{5}$$

переходят в традиционное выражение $\omega^2 = k^2 c_s^2$ в изотропной однородной идеальной среде.

В толще стратифицированной жидкости при $\omega \ll N$ решение (2) описывает распространение поперечных низкочастотных внутренних волн с дисперсионным соотношением:

$$\begin{gathered} D_\nu(k)\left(c^2\omega i k^4 \nu - c^2 N^2 k_\perp^2 + \right. \\ \left. + c^2k^2\omega^2 + N^2\omega D_\nu(k) + g^2k_\perp^2\right) = 0, \end{gathered} \tag{6}$$

Его решения также определяют внутренние волны и сопутствующие лигаменты:

$$\begin{aligned} k_z &= \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 + \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}(ic^2 + \nu\omega)}}{2\nu(ic^2 + \nu\omega)}}; \\ k_z &= \pm\sqrt{-k_x^2 - \frac{c^2\omega - 2i\nu\omega^2 - \sqrt{c^4\omega^2 - \frac{4g^2\nu k_x^2}{\omega}(ic^2 + \nu\omega)}}{2\nu(ic^2 + \nu\omega)}}; \end{aligned} \tag{7}$$

В пределе невязкой жидкости дисперсионное соотношение (6) упрощается:

$$c^2k^2\omega^2 - c^2k_\perp^2 N^2 + N^2\omega^2 + g^2k_\perp^2 = 0,$$

и принимает вид:

$$k_z = \pm\sqrt{-k_\perp^2 + k_\perp^2\frac{N^2c^2 - g^2}{c^2\omega^2} - \frac{N^2}{c^2}}; \tag{8}$$

включающий только внутренние волны полного решения (6).

В несжимаемой жидкости (8) переходит в известное выражение, не содержащее длину волны $\omega^2 = \sin^2\theta \cdot N^2$, которое описывает геометрию волновых лучей, образующих крест «Святого Андрея». Волновые пучки наблюдались в экспериментах [3]. В опытах, выполненных теневыми методами на установках Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН [4][4], визуализированы и волновые пучки, и лигаменты — тонкие прослойки и оболочки волновых пучков [5].

Сохранение вещественных функций в описании периодических течений в слабодиссипативных средах позволяет строить полные решения линеаризованной и слабонелинейной формы системы фундаментальных уравнений [6], включающие все типы волн (инерционные, гравитационные, акустические). При этом волны описываются регулярными компонентами решений, а лигаменты – сингулярно возмущенными функциями. Каждый вид течения определяется собственной частью полного дисперсионного соотношения. В эксперименте лигаменты регистрируются как высокоградиентные волокна и прослойки. Их существование обеспечивается структурированным строением вещества [7] и поддерживается механизмами конверсии доступной потенциальной внутренней энергии в активные формы.

Эксперименты проведены на стендах УИУ "ГФК ИПМех РАН".

Список литературы

[1] *Chashechkin Y.D.* Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // Axioms, 2021, V. 10(4), p.286.

[2] *Chashechkin Yu. D., Ochirov A. A.* Periodic waves and ligaments on the surface of a viscous exponentially stratified fluid in a uniform gravity field // Axioms, 2022, V. 11(8), p. 402.

[3] *Лайтхилл Дж.* Волны в жидкостях. Мир: М. 1981. 600 с.

[4] УИУ “ГФК ИПМех РАН”: Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере. Сайт: http://www.ipmnet.ru/uniqequip/gfk/#equip

[5] *Chashechkin Yu.D.* Singularly perturbed components of flows – linear precursors of shock waves // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13(2), p. 1–29. https://doi.org/10.1051/mmnp/2018020

[6] *Chashechkin Yu.D.* Conventional partial and new complete solutions of the fundamental equations of fluid mechanics in the problem of periodic internal waves with accompanying ligaments generation // Mathematics. 2021. V. 9(6). p. 586. https://doi.org/10.3390/math9060586

[7] *Chashechkin Yuli D., Ilinykh Andrey Yu.* Fine flow structure at the miscible fluids contact domain boundary in the impact mode of free-falling drop coalescence // Fluids. 2023, V. 8(10), p. 269. https://doi.org/10.3390/fluids8100269