ISSN 2658–5782 Том 18 (2023), № 3, с. 216–217

Многофазные системы

http://mfs.uimech.org/2023/pdf/mfs2023.3.062.pdf
DOI: 10.21662/mfs2023.3.062

Получена: 15.09.2023
Принята: 10.11.2023

«14-я международная конференция-школа «Волны и вихри в сложных средах» 2023

Моделирование динамики капли на основе уравнений Навье–Стокса–Кана–Хилларда[1]

Галеева Д.Р.*, **Киреев В.Н.***,**

*Уфимский университет науки и технологий, Уфа
**Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Во многих сферах деятельности актуальна проблема разрушения стойких эмульсий типа «вода в масле» [1]. Поэтому изучение поведения капель одной вязкой жидкости в другой под действием различных физических полей (тепловых, акустических, электромагнитных) представляет научный интерес.

Поведение капли может моделироваться разными методами: методом Volume of fluid (VOF) или уравнениями Навье–Стокса–Кана–Хилларда [2], которые были признаны многообещающим подходом для моделирования несмешивающихся многофазных потоков. Эта модель сочетает в себе фазовую динамику уравнения Кана–Хилларда [3] с гидродинамикой уравнения Навье–Стокса.

В настоящей работе рассматривается деформация капли, движущейся в потоке вязкой жидкости, в плоском канале. Поле двухфазного течения моделируется путем решения уравнений Навье–Стокса в одножидкостной постановке, а для отслеживания деформации границы капли используется уравнение Кана–Хилларда, в котором граница раздела сред имеет малую, но конечную толщину:

$$\rho\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla\vec{u}\right) = -\nabla p +$$

$$+\nabla\cdot\left(\mu\left(\nabla\vec{u} + (\nabla\vec{u})^T\right)\right) - \kappa\eta\nabla\varphi,$$

$$\nabla\cdot\vec{u} = 0,$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial t} + \vec{u}\cdot\nabla\varphi = \nabla\cdot\left(M(\varphi)\nabla\eta\right),$$

где $\vec{u}$ — вектор скорости, p — давление, φ — переменная фазового поля, ρ и μ — плотность и динамическая вязкость, η — химический потенциал, $M(\varphi)$ — функция мобильности, κ — коэффициент поверхностного натяжения.

Модель фазового поля характеризуются введением вспомогательной функции φ — переменной фазового поля, которая локализует отдельные фазы [4]:

$$\varphi = \begin{cases} 1, & \text{вне капли,} \\ -1, & \text{внутри капли.} \end{cases}$$

Для задания химического потенциала используется следующее выражение:

$$\eta = \left(\varphi^3 - \varphi\right) - \varepsilon^2\Delta\varphi,$$

где ε — толщина оболочки капли.

[1] Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда в рамках проекта № 19-11-00298.

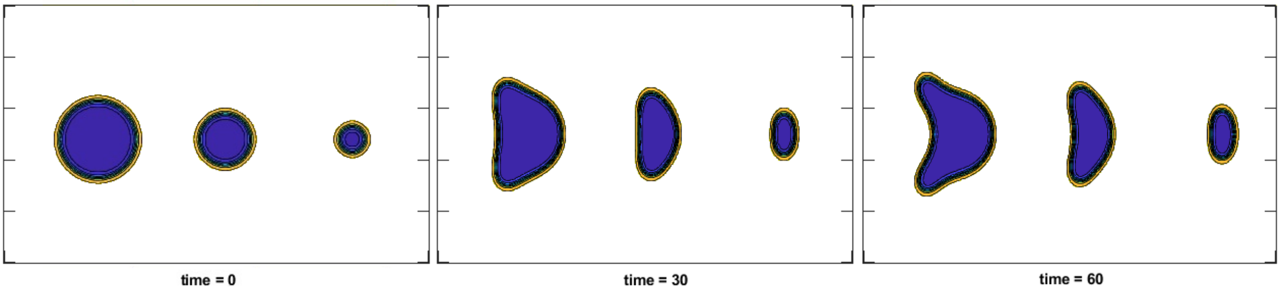

Рис. 1. Деформация капель разного радиуса под действием параболического поля скорости в различные моменты времени

На поверхности капли задаются два граничных условия:

$$\nabla\varphi \cdot \vec{n} + \|\nabla\varphi\| \cos\alpha = 0,$$

$$\nabla\eta \cdot \vec{n} = 0.$$

В начальный момент времени капля имеет форму круга радиуса R с центром в точке (x_0, y_0) и задается уравнением:

$$\varphi = \tanh\left(\frac{R - \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2}}{\sqrt{2}\varepsilon}\right).$$

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE [5], который был модифицирован для расчета переменной фазового поля [6].

На рис. 1 показаны результаты тестового расчета по деформации трех капель разных радиусов с течением времени под действием параболического поля скорости. Видно, что в соответствие с физическими представлениями степень деформации капли зависит от ее радиуса.

Список литературы

[1] *Тухбатова Э.Р., Мусин А.А., Юлмухаметова Р.Р., Ковалева Л.А.* Исследование влияния тепловой конвекции на процесс разрушения водонефтяной эмульсии при СВЧ воздействии // Вестник Башкирского университета. 2017. Т. 22(4). С. 930–935.

[2] *Lovric A., Dettmer W.G., Peri D.* Low order finite element methods for the Navier-Stokes-Cahn-Hilliard equations // arXiv:1911.06718].

[3] *Cahn J.W., Hilliard J.E.* Free Energy of a Nonuniform System. I. Interfacial Free Energy // The Journal of Chemical Physics. 1958. 28(2). P. 258–267.

[4] *Vorobev A., Prokopev S., Lyubimova T.* Phase-field modelling of a liquid/liquid immiscible displacement through a network of capillaries // Journal of Computational Physics. 2020. V. 421. P. 109–747.

[5] *Патанкар С.В.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.

[6] *Li Y., Jeong D., Shin J., Kim J.* A conservative numerical method for the Cahn-Hilliard equation with Dirichlet boundary conditions in complex domains // Computers and Mathematics with Applications. 2013. V. 65(1). P. 102–115.