

Билинейный режим течения в пласте с конечной трещиной авто-ГРП

Ильясов А.М.¹, Киреев В.Н.²

¹ ООО «РН-БашНИПИнефть»

² Уфимский университет науки и технологий

На добывающих скважинах для повышения нефтеотдачи низкопроницаемых нефтяных коллекторов создают технологические трещины гидроразрыва пласта (ГРП). Для того чтобы эти трещины не смыкались под действием нормальных сжимающих напряжений они закрепляются твёрдым гранулированным материалом – проппантом. С другой стороны, на нагнетательных скважинах, вводимых для поддержания высокого пластового давления в истощённых коллекторах, из-за высоких давлений нагнетания жидкости образуются разрывы породы – техногенные трещины авто-ГРП. Часто трещины авто-ГРП достигают добывающих скважин. Со временем эти разрывы породы промываются нагнетаемыми фильтрационными потоками и вследствие эрозии трансформируются в незакрепленные проппантом трещины с некоторым характерным раскрытием. Таким образом, в коллекторе образуется система скважина-трещина-скважина-пласт, в которой возникает билинейный поток, представляющий одномерное течение в трещине авто-ГРП и перпендикулярное трещине фильтрационное течение в коллекторе с прямолинейными траекториями частиц.

Впервые билинейный поток в бесконечном пласте в закреплённой проппантом трещине ГРП бесконечной длины был, вероятно, аналитически изучен в работе [1]. В настоящей работе рассматривается постановка задачи о билинейном течении в бесконечном в одном направлении коллекторе с не закреплённой проппантом трещиной авто-ГРП конечной длины и постоянной ширины.

Пусть в бесконечном однородном пласте с проницаемостью k работают нагнетательная и добывающая скважины, на которых поддерживаются различные постоянные давления p_1 и p_2 . Расстояние между скважинами L . Предположим, что скважины соединены техногенной трещиной авто-ГРП постоянной толщины w (Рис. 1). Пласт и трещина заполнены одной и той же несжимаемой ньютоновской жидкостью с плотностью ρ и динамической вязкостью μ .

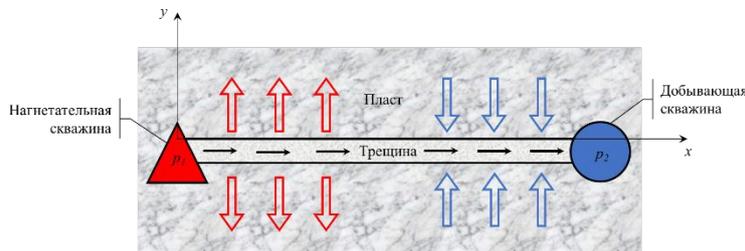


Рис. 1. Схема к постановке задачи

В безразмерном виде линеаризованная математическая модель нестационарного билинейного течения в сопряжённой системе конечная трещина/бесконечный пласт состоит из уравнения пьезопроводности, описывающего давление \bar{p} , в пласте

$$\frac{\partial \bar{p}_r}{\partial t} = \frac{\partial^2 \bar{p}_r}{\partial y^2}, \quad (1)$$

и уравнений сохранения массы и количества движения в гидравлическом приближении, описывающих течение жидкости в трещине авто-ГРП с учетом проницаемости стенок трещины

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} = A \frac{\partial \bar{p}_r}{\partial y} \Big|_{\bar{y}=0}, \quad (2)$$

$$0 = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x} - B \bar{v}, \quad (3)$$

где \bar{v} – скорость течения жидкости в трещине, \bar{p} – давление в трещине.

Безразмерные параметры A и B в уравнениях (2) и (3) вычисляются по формулам:

$$A = \frac{2k p_*}{\mu w v_*}, \quad B = \frac{12\mu(1-m)t_*}{\rho w^2},$$

где $t_* = \frac{L^2}{\chi}$, $v_* = \frac{t_* p_*}{\rho L}$, $p_* = p_1 - p_2$ – характерные время, скорость и давление, соответственно, m – пористость (просветность) стенки трещины, χ – коэффициент пьезопроводности пласта.

В начальный момент времени жидкость в трещине покоится, а давление в трещине и пласте равно пластовому давлению

$$\bar{v}(\bar{x}, 0) = 0, \quad \bar{p}(\bar{x}, 0) = 0, \quad \bar{p}_r(\bar{x}, \bar{y}, 0) = 0 \quad (4)$$

На стенке трещины выполняется динамическое граничное условие непрерывности давления:

$$\bar{p}_r(\bar{x}, \bar{y} = 0, \bar{t}) = \bar{p}(\bar{x}, \bar{t}), \quad (5)$$

Граничные условия на скважинах:

$$\bar{p}_1(0, \bar{t}) = \frac{P_1 - P_k}{p_*}, \quad \bar{p}_2(1, \bar{t}) = \frac{P_2 - P_k}{p_*}, \quad (6)$$

где p_k – пластовое давление.

На бесконечности потребуем равенства давления в коллекторе пластовому давлению:

$$\lim_{\bar{y} \rightarrow \infty} \bar{p}_r(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = 0, \quad (7)$$

Применяя к системе уравнений (1)-(7) преобразование Лапласа [2] по безразмерному времени получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений для изображений, которая решается аналитически. Для нахождения оригиналов полученных изображений используется теорема обращения Меллина [2] и после проведения довольно громоздких выкладок следует решения для пластового давления, а также давления и скорости течения в трещине:

$$\bar{p}_r(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t}) = \bar{p}_1(1 - \bar{x}) + \bar{p}_2\bar{x} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\rho\bar{t}}}{\rho} \left(\frac{\bar{p}_1(Z_1(\bar{x}, \bar{y}, \rho) - Z_2(\bar{x}, \bar{y}, \rho)) + \bar{p}_2(Z_3(\bar{x}, \bar{y}, \rho) - Z_4(\bar{x}, \bar{y}, \rho))}{1 - 2e^{2\alpha} \cos 2\alpha + e^{4\alpha}} \right) d\rho, \quad (8)$$

$$\bar{p}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{p}_r(\bar{x}, 0, \bar{t}) = \bar{p}_1(1 - \bar{x}) + \bar{p}_2\bar{x} + \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\rho\bar{t}}}{\rho} \left(\frac{\bar{p}_1(Z_1(\bar{x}, 0, \rho) - Z_2(\bar{x}, 0, \rho)) + \bar{p}_2(Z_3(\bar{x}, 0, \rho) - Z_4(\bar{x}, 0, \rho))}{1 - 2e^{2\alpha} \cos 2\alpha + e^{4\alpha}} \right) d\rho, \quad (9)$$

$$\bar{v}(\bar{x}, \bar{t}) = -\frac{1}{B} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} = \frac{1}{B} \left\{ \bar{p}_1 - \bar{p}_2 - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{e^{-\rho\bar{t}}}{\rho} \left(\frac{\bar{p}_1(Z_1'(\bar{x}, 0, \rho) - Z_2'(\bar{x}, 0, \rho)) + \bar{p}_2(Z_3'(\bar{x}, 0, \rho) - Z_4'(\bar{x}, 0, \rho))}{1 - 2e^{2\alpha} \cos 2\alpha + e^{4\alpha}} \right) d\rho \right\}, \quad (10)$$

где параметр $\alpha = \sqrt{AB} \frac{\sqrt[4]{\rho}}{\sqrt{2}} \geq 0$, а функции Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4 определяются формулами

$$\begin{aligned} Z_1(\bar{x}, \bar{y}, \rho) &= e^{\alpha\bar{x}} \left[e^{2\alpha} \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} + \alpha(2 - \bar{x})) - \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} - \alpha\bar{x}) \right], \\ Z_2(\bar{x}, \bar{y}, \rho) &= e^{\alpha(2-\bar{x})} \left[e^{2\alpha} \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} + \alpha\bar{x}) - \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} - \alpha(2 - \bar{x})) \right], \\ Z_3(\bar{x}, \bar{y}, \rho) &= e^{\alpha(1-\bar{x})} \left[e^{2\alpha} \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} + \alpha(1 + \bar{x})) - \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} - \alpha(1 - \bar{x})) \right], \\ Z_4(\bar{x}, \bar{y}, \rho) &= e^{\alpha(1+\bar{x})} \left[e^{2\alpha} \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} + \alpha(1 - \bar{x})) - \sin(\sqrt{\rho}\bar{y} - \alpha(1 + \bar{x})) \right], \end{aligned}$$

В (10) штрих наверху обозначает производную по безразмерной пространственной координате \bar{x} .

По полученным аналитическим решениям (8)-(10) были построены двумерные распределения давления в пласте, давления и скорости в трещине в различные моменты времени. Результаты расчетов показаны на рис. 2-4. При проведении расчетов в качестве жидкости бралась вода с плотностью $\rho = 1000$ кг/м³ и вязкостью $\mu = 0,001$ Па·с. Пористость пласта равна $m = 0,1$. Проницаемости пород варьировались от 1 мД до 100 мД. Длина трещины равна $L = 200$ м. Ширина трещины w варьировалась от $5 \cdot 10^{-5}$ м до $1,5 \cdot 10^{-4}$ м. Пластовое давление $p_k = 250$ атм, давление на скважинах $p_1 = 350$ атм, $p_2 = 150$ атм.

На рис. 2 показано изменение давления по длине трещины для трёх моментов времени $t = 1, 24$ и 72 ч при различных проницаемостях пласта и ширине трещины $w = 10^{-4}$ м. Видно, что чем выше проницаемость пласта, тем выше градиент давления около скважин и, тем более пологий профиль давления в середине трещины. Это является следствием большей скорости утечки жидкости через стенки трещины. Со временем профиль давления в трещине деформируется, уменьшая свою кривизну. Для слабопроницаемых пластов профиль давления в трещине стремится к линейному профилю.

На рис. 3 показано изменение скорости течения по длине трещины для трещин различной ширины и проницаемости пласта $k = 1$ мД. Видно, что чем меньше ширина трещины, тем ниже скорость течения в трещине из-за большего вязкого трения (гидравлического сопротивления) в этом случае. Максимальные скорости также со временем уменьшаются вследствие утечек жидкости в пласт.

На рис. 4 показаны изолинии нестационарного двухмерного поля давления в пласте для тех же моментов времени, что и на предыдущих рисунках для различных проницаемостей пласта и ширине трещины равной $w = 10^{-4}$ м. Видно, что с увеличением проницаемости пласта k наклон изолиний к оси абсцисс уменьшается, изолинии искривляются, а области невозмущенного состояния пласта сокращаются.

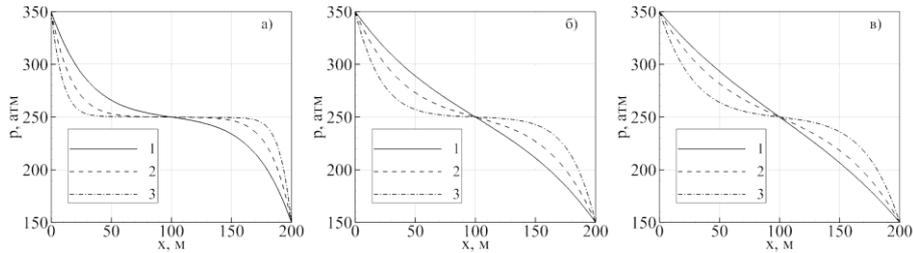


Рис. 2. Изменение давления в трещине в моменты времени (а–в) – $t = 1, 24$ и 72 ч для различных проницаемостей пласта k . Ширина трещины равна $w = 10^{-4}$ м: 1-3 – $k = 1, 10, 100$ мД.

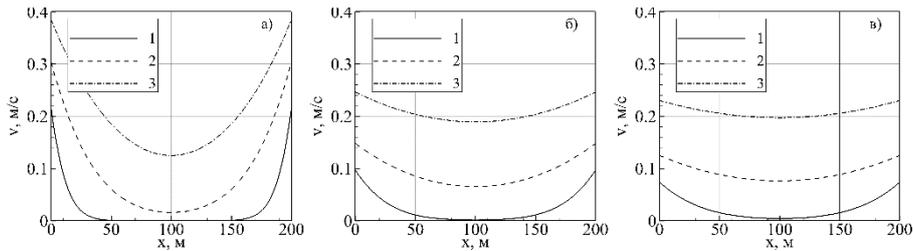


Рис. 3. Изменение скорости в трещине в моменты времени (а–в) – $t = 1, 24$ и 72 ч для различных значений ширины трещины w . Проницаемость пласта равна $k = 1$ мД: 1-3 – $w = 5 \cdot 10^{-5}, 10^{-4}, 1,5 \cdot 10^{-4}$ м.

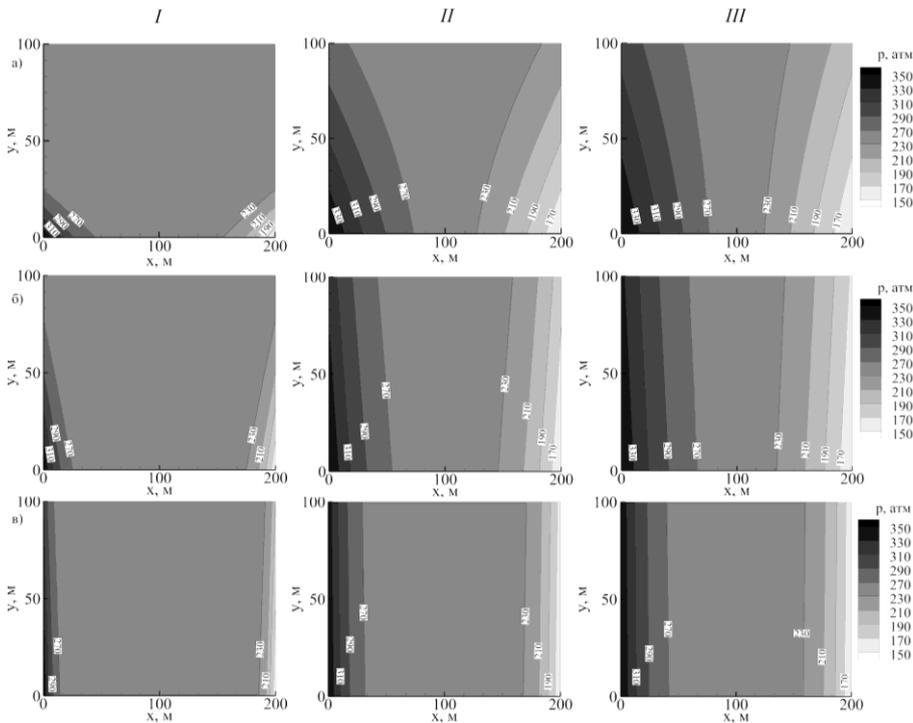


Рис. 4. Распространение давления в пласте в моменты (I–III) – $t = 1, 24$ и 72 ч. Ширина трещины равна $w = 10^{-4}$ м: (а–в) – $k = 1, 10, 100$ мД.

Представлена модель билинейного нестационарного течения в системе трещина конечной длины/водонасыщенный линейно-упругий пласт бесконечной протяжённости. Получены аналитические решение для нестационарных полей давления в пласте и трещине, а также скорости течения в трещине при заданных постоянных давлениях на нагнетательной и добывающей скважине. Для некоторых характерных параметров построены графики решений. Полученные решения позволяют определять времена существования билинейного потока в реальных пластах конечных размеров.

Список литературы

- [1] Cinco-Ley H., Samaniego V.F. Transient Pressure Analysis for fractured wells // J. Petrol. Technol. 1981. V. 33. № 9. P. 1749-1766.
- [2] Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. СПб.: Лань, 2002. 749 с.