Моделирование колебаний расхода при течении аномально термовязкой жидкости

Мухутдинова А.А.

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

В данной работе исследуется течение аномально термовязкой несжимаемой жидкости в кольцевом канале с постоянным перепадом давления Δp. Граничные условия на внутренней и внешней поверхностях канала испытывают скачкообразное изменение вдоль оси. В начале, в первой половине канала, задано граничное условие первого рода, а затем, во второй половине канала, задано условие конвективного теплообмена с окружающей средой по закону Ньютона-Рихмана (граничное условие третьего рода).

Введем цилиндрическую систему координат, ось z которой направлена вдоль оси цилиндров. Пусть жидкость течет в кольцевом канале длиной L, радиусы внутреннего цилиндра – r_0, внешнего – $R > r_0$ (рис. 1). Будем считать канал сильно удлиненным ($L >> h$).

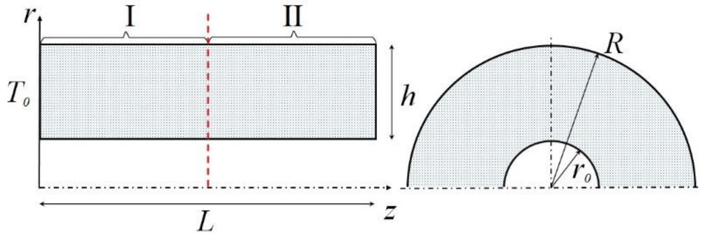

Рис. 1. Схема расчетной области

Математическая модель, состоящая из уравнения неразрывности, уравнений Навье – Стокса и уравнения для температуры [1], записана в цилиндрических координатах с учетом осевой симметрии в безразмерном виде и имеет следующий вид:

$$\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{v_r}{r} = 0,$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial v_r}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial v_r}{\partial z}\right) + \frac{\mu(T)}{r}\frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{\mu(T)}{r^2} v_r\right),$$

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{Re}\left(\frac{\partial}{\partial r}\left(\mu(T)\frac{\partial v_z}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\mu(T)\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) + \frac{\mu(T)}{r}\frac{\partial v_z}{\partial r}\right),$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v_r \frac{\partial T}{\partial r} + v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{Pe}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial T}{\partial r}\right),$$

где v_r и v_z — радиальная и осевая компоненты вектора скорости, p — давление, T — температура, Re и Pe — безразмерные числа Рейнольдса и Пекле.

Входящая в уравнения Навье–Стокса функция $\mu = \mu(T)$ представляет собой температурную зависимость вязкости жидкости. В настоящей работе рассмотрена аномальная зависимость вязкости от температуры (т.е. вязкость жидкости зависит от температуры немонотонным образом) [2,3] следующего вида (рис. 2):

$$\mu(T) = exp[-B(T - 0.5)^2],$$

где $B > 0$ — параметр, описывающий характер изменения вязкости.

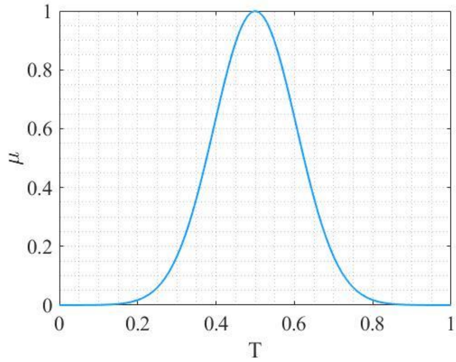

Рис. 2. Зависимость вязкости жидкости от температуры, B = 45

Граничные условия на стенках канала для скоростей задаются условиями прилипания:

$$u_z|_{r=r_0/R} = u_z|_{r=1} = 0,$$

$$u_r|_{r=r_0/R} = u_r|_{r=1} = 0,$$

а для температуры:

при $0 \leq z < \frac{1}{2}L$

$$T(r_0/R\,,\ z,\ t) = T(1,\ z,\ t) = 0,$$

при $\frac{1}{2}L \leq z \leq L$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=r_0/R} = \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r=1} = -Nu \cdot T,$$

где Nu — безразмерное число Нуссельта.

Численное решение уравнений математической модели осуществлялось с использованием метода контрольного объема и алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equation) [3], который был модифицирован для учета переменного коэффициента вязкости. Исходный компьютерный код был написан на языке программирования C++ в среде разработки Qt Creator.

Характер изменения расхода аномально термовязкой жидкости в зависимости от условий теплообмена во второй половине канала при $h/r_0 = 0.1$ представлен на рис. 3. Из рисунка видно, что при изменении числа Нуссельта наблюдаются как незатухающие, так и затухающие колебания расхода. Это объясняется скачкообразным изменением теплообмена [4]. Во второй половине канала происходит охлаждение жидкости до температуры, соответствующей максимальной вязкости, что приводит к уменьшению расхода. Дальнейшее охлаждение жидкости приводит к уменьшению вязкости (рис.2) и увеличению расхода, затем процесс повторяется. С увеличением числа Нуссельта процесс повторяется, с уменьшающейся интенсивностью, что вызывает уменьшение амплитуды колебаний расхода. При дальнейшем увеличении числа Nu колебания перестают наблюдаться.

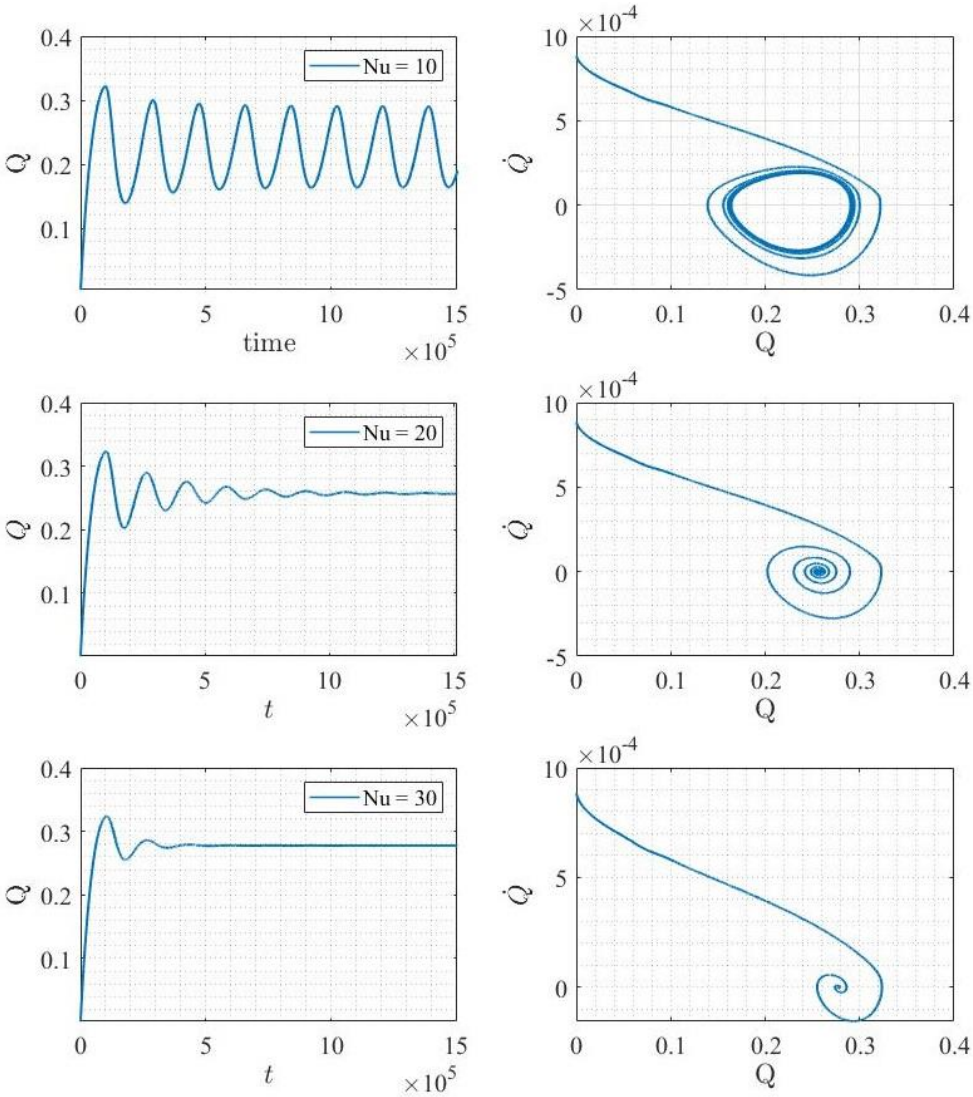

Рис. 3. Характер колебаний потока жидкости и фазовые портреты колебаний изменения расхода жидкости в зависимости от условий теплообмена

Фазовые портреты колебаний, представленные на рис. 3, описываются логарифмическими спиралями. Фазовые портреты затухающих колебаний сходятся к точке, называемой «устойчивый фокус», а незатухающие колебания образуют «предельный цикл».

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

Список литературы

[1] Кочин Н. Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Часть 2 // М.: Физматлит. 1963. С. 728.
[2] Урманчеев С. Ф., Киреев В. Н. Установившееся течение жидкости с температурной аномалией // Доклады Академии наук. 2004. Т. 396. № 2. С. 204-207.
[3] Патанкар С. В. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости // М.: МЭИ, 1984. 145 с.
[4] Киреев В.Н., Мухутдинова А.А., Урманчеев С.Ф., Режимы автоколебаний при течении аномально термовязкой жидкости // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2024. Т.514.