

## Влияние температурной зависимости вязкости жидкости на устойчивость течения

Низамова А.Д.

ИМех УФИЦ РАН

В задаче гидродинамической устойчивости течений жидкостей в плоских каналах выполнено множество исследований, но, при их изучении воздействием фактора изменения температуры на смену режима течений, как правило, пренебрегают [1,4,5,8]. Течения жидкостей возникают в различных отраслях промышленности при эксплуатации технических установок и устройств. Таким образом, проблема выявления особенностей различных режимов в этих случаях является актуальной. Для энергетической эффективности важным является ламинарный режим, а для учета эффективности теплопереноса - турбулентный.

Задача гидродинамической устойчивости течения жидкости в плоском канале сводится к обобщенному уравнению Орра-Зоммерфельда [2,3,6-8]. Задача о влиянии переменных теплофизических свойств на течение жидкостей в кольцевом канале при интенсивном теплообмене также рассмотрена в работах [9,10].

В настоящей работе рассмотрено течение несжимаемой жидкости в плоском и кольцевом каналах с заданным температурным полем. Задача об устойчивости течения термовязкой жидкости решается на основе обобщенного уравнения спектральным методом разложения по полиномам Чебышева первого рода. Исследуется влияние учета зависимости вязкости жидкости от температуры и геометрии канала на спектральные характеристики и критические параметры уравнения гидродинамической устойчивости течения жидкости в плоском и кольцевом каналах.

Построены спектры собственных значений обобщенного уравнения (рис. 1). Собственные значения являются комплексным числом и определяют структуру собственных функций и критические параметры течения термовязкой жидкости. На оси абсцисс расположена вещественная часть собственного значения  $c_r$ , а на оси ординат – мнимая  $c_i$ . Существование хотя бы одного собственного значения с положительной мнимой частью означает турбулентный режим течения при фиксированных параметрах числа Рейнольдса ( $Re$ ) и волновом числе ( $k$ ). Собственные функции демонстрируют поведение возмущений поперечной скорости, их возможный рост для неустойчивых собственных значений или затухание с течением времени - для устойчивых.

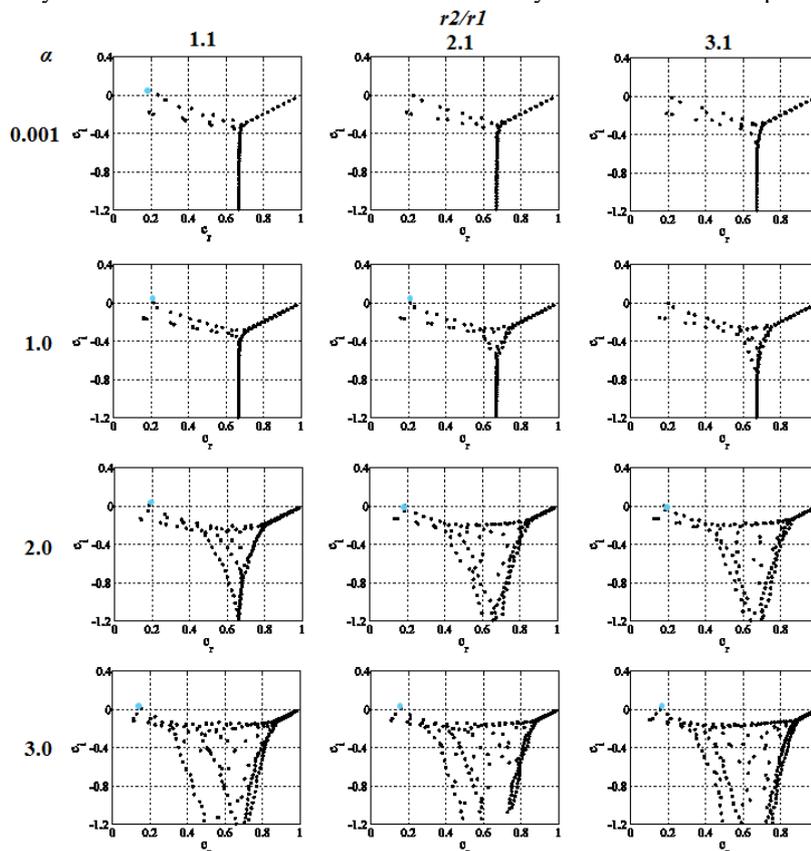


Рисунок 1 – Спектры собственных значений при  $Re = 10^4$ ,  $k = 1$

Показано, что структура спектров в значительной степени зависит как от свойств жидкости, определяемых показателем функциональной зависимости вязкости  $\alpha$ , так и от геометрии канала  $r_2 / r_1$  ( $r_2$  – внешний радиус,  $r_1$  – внутренний радиус кольцевого канала). Установлено, что при малых значениях параметра термовязкости и узком канале в случае кольцевого канала спектр сопоставим спектру для изотермического течения жидкости в плоском канале, однако, при его увеличении число собственных значений и их плотность возрастают, то есть существует большее количество точек, при которых задача имеет ненулевые амплитуды возмущений поперечной скорости. Неустойчивые точки показаны на рис. 1 синим цветом.

Область устойчивости течения жидкости в зависимости от геометрии канала и параметра термовязкости построена на основании полученных спектров собственных значений и показана на рис. 2. По полученным результатам видно, что область устойчивости увеличивается с увеличением как параметра термовязкости, так и зазора ширины кольцевого канала.

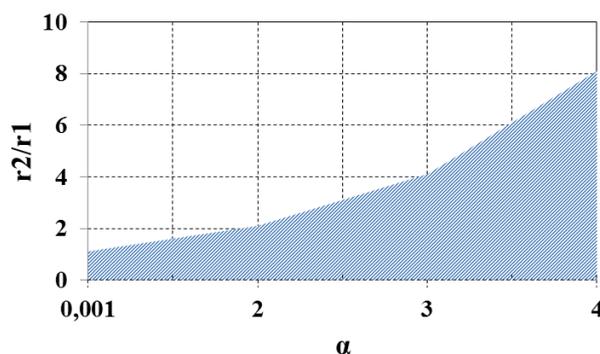


Рисунок 2 – Область устойчивости течения жидкости в зависимости от геометрии канала и параметра термовязкости

Зависимость критического числа Рейнольдса  $Re_{cr}$  от параметра зазора ширины кольцевого канала  $\xi = r_2 / r_1 - 1$  представлена на рис. 3. Первая точка линии, соответствующей  $\alpha = 0,001$ , имеет координаты (0,001; 5810). То есть при таком малом значении параметра термовязкости  $\alpha$  течение жидкости можно считать практически изотермическим. Кроме того, при столь же малом значении  $\xi = 0,001$  можно считать канал приближённо плоским. Очевидно, полученное значение критического числа Рейнольдса  $Re_{cr} = 5810$  достаточно близко к значению  $Re_{cr} = 5772$ , соответствующему классическому уравнению Орра-Зоммерфельда для плоского канала. При параметре  $\alpha = 1,5$ , течение термовязкой жидкости в неоднородном температурном поле проявляет свои особенности. В отличие от первого случая, в диапазоне  $0,001 \leq \xi \leq 3,0$  кривая изменения критического значения числа Рейнольдса имеет немонотонный характер. Вначале происходит его уменьшение, а затем, с увеличением разности радиусов кривизны стенок тенденция к росту критического числа Рейнольдса, что соответствует квазиизотермическому случаю. Таким образом, при течении термовязких жидкостей в кольцевом канале наблюдается зона снижения порога перехода к турбулентному течению.

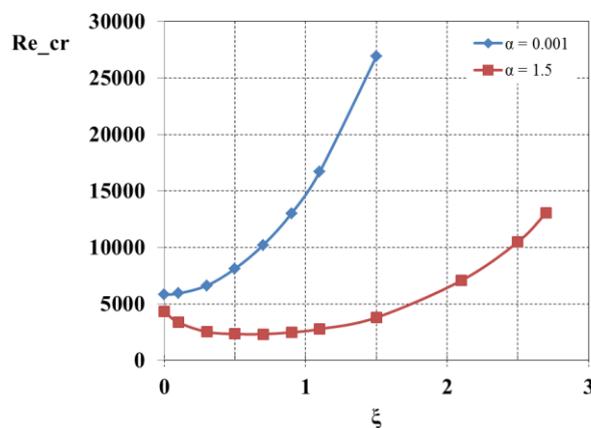


Рисунок 3 – Зависимость критического числа Рейнольдса от параметра зазора ширины кольцевого канала

### Благодарности

Работа выполнена при поддержке средствами госбюджета по госзаданию 124030400064-2 (FMRS-2024-0001).

### Литература

1. Гольдштик М.А., Штерн В.Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. Новосибирск: Наука. 1977. 421 с.
2. Киреев В.Н., Низамова А.Д., Урманчиев С.Ф. Некоторые особенности гидродинамической неустойчивости течения термовязкой жидкости в плоском канале // Прикладная математика и механика. 2019. Т. 83, No 3. С. 454–459. DOI: 10.1134/S003282351903007X
3. Низамова А.Д., Киреев В.Н., Урманчиев С.Ф. Влияние зависимости вязкости от температуры на спектральные характеристики уравнения устойчивости течения термовязких жидкостей // Многофазные системы. 2019. Т. 14, № 1. С. 52–58. URL: <http://mfs.uimech.org/mfs2019.1.007> DOI: 10.21662/mfs2019.1.007
4. Скороходов С.Л. Численный анализ спектра задачи Орра–Зоммерфельда // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2007. Т. 47, No 10. С. 1672–1691. <http://mi.mathnet.ru/zvmmf229>
5. Шкалик А.А. Спектральные портреты оператора Орра–Зоммерфельда при больших числах Рейнольдса // Труды международной конференции по дифференциальным и функционально-дифференциальным уравнениям спутника Международного конгресса математиков ICM-2002 (Москва, МАИ, 11–17 августа 2002). Часть 3. СМФН. 2003. Т. 3. С. 89–112. <http://mi.mathnet.ru/cmfd17>
6. Nizamova A.D., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of Temperature Dependence of Viscosity on the Stability // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2023, Vol. 44, No. 5, pp. 1778–1784. DOI: 10/1134/S1995080223050463
7. Nizamova, A.D., Murtazina, R.D., Kireev, V.N., Urmancheev, S.F. Features of Laminar-Turbulent Transition for the Coolant Flow in a Plane Heat-Exchanger Channel // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42, No. 9, pp. 2211–2215. DOI: 10.1134/S1995080221090249
8. Orszag S.A. Accurate solution of the Orr-Sommerfeld equation // J. of Fluid Mech. 1971. V. 50. Pp. 689–703. DOI: 10.1017/S0022112071002842
9. Mukhutdinova A.A., Kireev V.N., Urmancheev S.F. Influence of variable thermophysical properties on the flow of fluids in an annular channel under intensive heat exchange // St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 2023. 16 (1.1). Pp. 269-274. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.161.145>
10. Kireev V.N., Mukhutdinova A.A., Urmancheev S.F. Towards heat transfer critical conditions for flow of fluids with a nonmonotonic dependence of viscosity on the temperature in annular channel // Fluid Dynamics, 2023. Vol. 58, No. 7. Pp. 1310-1317.