ISSN: 2658–5782

Номер 2

2025

МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

mfs.uimech.org

ИМех
им. Р.Р. Мавлютова

ISSN 2658–5782 **20** (2025) 2: 78–83

Многофазные системы

http://mfs.uimech.org/mfs2025.2.011
DOI 10.21662/mfs2025.2.011
УДК / UDC 00.00

Получена / Received 17.09.2024
Принята / Accepted 09.06.2025

Численное моделирование коллапса сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки с использованием баротропной модели кавитации, доступной в программном комплексе OpenFOAM

А.В. Махнов✉
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург
Инжиниринговый центр «Кронштадт», Санкт-Петербург

E-mail: a_makhnov@mail.ru

Кавитация во многих случаях является причиной снижения эффективности различных гидравлических устройств, принцип действия которых основан на движении рабочей среды (жидкости) под высокими перепадами давления. Детальная информация о структуре формирующихся кавитационных течений зачастую важна для проектирования и оптимизации гидравлических устройств. Однако детальное изучение таких течений путём измерения их локальных характеристик (и получения 2D/3D распределений) в физическом эксперименте сопряжено со значительными трудностями из-за малых пространственных и временных масштабов происходящих процессов. Поэтому в настоящее время, благодаря интенсивному развитию доступных вычислительных мощностей, проведение численных расчётов становится всё более перспективным подходом к изучению пространственного распределения ключевых физических величин в кавитационных явлениях. Моделирование коллапса сферического пузырька, расположенного вблизи плоской твёрдой стенки — одна из классических модельных задач, релевантных хорошо известной из практики проблеме кавитационной эрозии. Эта задача и рассматривается в настоящей работе. Представленные в работе результаты численных расчётов получены в программном комплексе OpenFOAM в двумерной (осесимметричной) нестационарной постановке.

Ключевые слова: кавитация, схлопывание пузырька у стенки, баротропная модель, OpenFOAM, волны сжатия и разрежения, кумулятивная струя

Numerical modeling of the collapse of a spherical vapor bubble near a planar solid wall using the barotropic cavitation model available in the CFD toolbox OpenFOAM

A.V. Makhnov✉
Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
Engineering center "Kronstadt", St. Petersburg, Russia

E-mail: a_makhnov@mail.ru

In many cases, cavitation is the reason for the decrease in the efficiency of various hydraulic devices, the operating principle of which is based on the movement of the working medium (liquid) under high pressure drops. Detailed information on the structure of the forming cavitation flows is often important for the design and optimization of hydraulic devices. However, a detailed study of such flows by measuring their local characteristics (and obtaining 2D/3D distributions) in a physical experiment is associated with significant difficulties due to the small spatial and temporal scales of the processes occurring. Therefore, at present, due to the intensive development of available computing power, numerical calculations are becoming an increasingly promising approach to studying the spatial distribution of key physical quantities in cavitation phenomena. Modeling the collapse of a spherical bubble located near a flat solid wall is one of the classical model problems relevant to the well-known problem of cavitations erosion. This problem is considered in this paper. The results of numerical calculations presented in the work were obtained in the OpenFOAM software package in a two-dimensional (axisymmetric) non-stationary formulation.

Keywords: cavitation, bubble collapse near a wall, barotropic model, OpenFOAM, compression and rarefaction waves, cumulative jet

1. Введение

Коллапс паровых пузырьков в кавитационных течениях часто служит источником волн сжатия в жидкостях [1], а также причиной развития кумулятивных струй [2], взаимодействие которых с твёрдыми стенками приводит к эрозии элементов конструкций гидравлических устройств и, как следствие, к снижению производительности устройств, механическим повреждениям. Но существуют и примеры, когда коллапс кавитационных пузырьков является положительным для практики эффектом. Сюда относятся такие примеры, как применение кавитации в технологиях очистки и некоторые биомедицинские приложения [3].

Насколько известно авторам настоящей статьи в научной группе Лаутерборна было в своё время сделано первое детальное экспериментальное исследование (см. [4]) процесса коллапса кавитационного пузырька вблизи плоской твёрдой стенки. В этих экспериментах впервые была использована высокоскоростная съёмка для визуализации распространения волн и образования кумулятивной струи. Экспериментальное изучение данных процессов является крайне сложной задачей из-за необходимости обеспечивать подробное пространственно-временное разрешение. Поэтому в настоящее время всё более перспективным подходом к изучению подобных явлений становится численное моделирование их двумерной или трёхмерной структуры с обеспечением достаточного сеточного разрешения и достаточно мелкого шага по времени.

Первое известное теоретическое исследование процесса коллапса сферического пузырька у плоской твёрдой стенки было опубликовано Плессэ и Чепмэном [5]. В более поздних работах результаты, показанные в [5], использовались в качестве эталонных данных для верификации. В этих исследованиях, однако, не учитывалась сжимаемость жидкой фазы, что не позволяло в рамках принятых авторами математических моделей получать такие решения, которые давали бы возможность изучать процессы, связанные с распространением волн по жидкости. Позднее начали публиковаться и исследования с учётом сжимаемости жидкой фазы (например, группой Колониуса, см. [6]) и подробным анализом структуры течения, формирующегося при коллапсе, но в данных работах моделирование проводилось без учёта испарения и конденсации.

В настоящей работе сделана попытка провести моделирование с учётом как сжимаемости в жидкой фазе, так и фазового перехода (испарение и конденсация в равновесном приближении). Целью исследования является получение детальной информации, углубляющей существующие представления о механизмах гидродинамических явлений, сопровождающих коллапс парового пузырька вблизи твёрдой стенки. Используемый в настоящей работе подход к моделированию кавитационных явлений был, с точностью до непринципиальных модификаций в ряде аспектов, опробован ранее применительно к расчёту кавитации в турбулентном течении в канале (см. [7]), и на качественном уровне показал свою состоятельность и возможность дальнейшего развития.

2. Математическая модель

Математическая модель, используемая в настоящих расчётах, основана на системе уравнений Навье–Стокса для нестационарного ламинарного течения вязкой сжимаемой среды. В качестве замыкающих соотношений модели используются уравнения состояния жидкой и паровой фаз, а также уравнение для объёмной доли паровой фазы, то есть непосредственно модель кавитации. Итоговая система уравнений, решаемая в OpenFOAM, включает в себя следующие уравнения:

а) Уравнение неразрывности (закон сохранения массы):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0.$$

б) Уравнение движения (закон сохранения импульса):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V}\vec{V}) - \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{V}) = -\nabla p. \tag{1}$$

Обозначения ρ, V и p приняты для полей плотности, скорости и давления. Вязкость учитывается как для жидкой фазы, так и для паровой, то есть под μ подразумевается динамический коэффициент вязкости для смеси жидкость–пар. Предполагается, что изучаемые кавитационные явления можно в достаточно адекватном приближении считать баротропными и изотермическими, поэтому теплоперенос не рассматривается и уравнение энергии в систему не входит. Данное допущение, однако, может быть пересмотрено в будущих исследованиях в силу того, что в последующем планируется изучать коллапс и для пузырьков с неконденсируемым газом (газовых и парогазовых пузырьков), при сжатии которых могут создаваться существенно более сложные термодинамические условия.

Стоит дополнительно отметить, что уравнение движения, как видно из его представления в виде (1), решается без учёта сжимаемости среды в вязких слагаемых. Такой подход, насколько известно автору настоящей статьи, является типичным при решении уравнений Навье–Стокса для баротропной сжимаемой вязкой жидкости. Так, например, в работе [8] в вязких слагаемых для баротропной жидкости влияние сжимаемости (дивергенции скорости) фигурирует только в связке с другим коэффициентом вязкости, который принято называть «второй вязкостью». Как отмечено в книге «Механика жидкости и газа» Л.Г. Лойцянского [9], явление второй вязкости приобретает существенное значение при изучении медленных процессов с достаточно большим временем релаксации (например, при образовании химических реакций, протекающих с низкой скоростью). Коллапс кавитационных пузырьков не сопровождается такого рода процессами до тех пор, пока пузырьки являются паровыми и пока нет существенно влияющего на поведение пузырька содержания растворённого газа, который переносится в пузырёк за счёт диффузии.

Несмотря на то, что баротропная смесь слабо сжимаемой жидкости и её пара представляет собой среду с переменной плотностью, слагаемые с «обычной» сдвиговой вязкостью записаны (в рамках модели, реализованной в доступном в OpenFOAM решателе) в таком же виде, как для несжимаемой среды. Ответ на вопрос о целесообразности внесения изменений в стандартный решатель (для реализации модели со сдвиговыми вязкими напряжениями, выраженными через скорость так же, как для сжимаемого газа) требует, по мнению автора статьи, предварительного анализа влияния на результат самой величины динамического коэффициента вязкости. Кроме того, что принятое допущение типично для баротропных сред в целом, есть и вероятность того, что для конкретного рассматриваемого здесь процесса влияние вязкости окажется невелико по сравнению с влиянием других характеристик жидкости и её пара. Обоснованный вывод об этом потребует аккуратных расчётов, точно обеспечивающих численную вязкость ниже физической.

в) Уравнения состояния жидкой и паровой фаз.

Жидкая фаза рассматривается как слабо сжимаемая среда (среда с линейной зависимостью плотности от давления и не зависящей от давления скоростью звука), паровая фаза описывается уравнением состояния совершенного газа, взятым при фиксированной температуре:

$$\rho_l(p_l) = \rho_0 + \frac{1}{c_L^2}(p_l - p_{\text{sat}}),$$

$$\frac{p_v}{\rho_v} = R_v T_{\text{ambient}}.$$

Здесь через ρ_0 обозначено значение плотности жидкости при давлении, равном давлению насыщенного пара, а через p_{sat} — само давление насыщенного пара. Скорость звука в жидкой фазе c_L и температура системы T_{ambient} рассматриваются как постоянные величины. Нижний индекс «v» означает, что физическая величина относится к паровой фазе, «l» — к жидкой фазе.

г) Модель кавитации.

В настоящей работе используется баротропная модель кавитации, реализованная в одном из базовых «солверов» для расчёта кавитационных течений в программном комплексе OpenFOAM (солвер *cavitatingFoam*). Для учёта влияния фазового перехода на физические свойства среды в рамках этой модели используется уравнение состояния квазиравновесной смеси жидкость–пар.

Детальная информация о модели кавитации, на которой основан используемый в настоящей работе солвер программного комплекса OpenFOAM, приведена в работе [10].

3. Некоторые детали численной реализации

Для численного решения представленной выше системы уравнений методом конечных объёмов используется, как уже упомянуто, открытый программный комплекс OpenFOAM. Для главных вычислительных аспектов проводимых расчётов были определены следующие настройки:

- Алгоритмическая перевязка решения дискретизированных уравнений для скорости и давления осуществлялась по методу PISO.
- Для аппроксимации конвективных слагаемых использовалась модификация центральной схемы *Bounded Central* в терминологии OpenFOAM — *Gauss limitedLinear*).
- Для аппроксимации диффузионных слагаемых использовалась центральная схема (*Gauss linear*).
- Расчёт градиентов скалярных полей осуществлялся по методу Грина–Гаусса.

4. Постановка задачи

Рассматривается задача о коллапсе сферического парового пузырька, расположенного в объёме жидкости вблизи плоской твёрдой стенки. Объём, заполненный жидкой фазой, показан на рис. 1 красным цветом, пар внутри пузырька — синим цветом (слева представлена начальная конфигурация, справа — вид пузырька на промежуточной стадии процесса коллапса в момент времени $t = 2.1$ мкс. Задача решается в двумерной постановке с условием осевой симметрии.

В качестве рабочей среды рассматривается вода при температуре 25 °C, что соответствует следующим значениям параметров, определяющих физические свойства: $\rho_0 = 997.01$ кг/м^3, $p_{\text{sat}} = 3149$ Па (давление насыщенного водяного пара при 25 °C), $c_L = 1498$ м/с. Радиус пузырька R в начальный момент времени составляет 10 мкм, пар находится в условиях насыщения. Скорость течения в начальный момент времени равна нулю как для жидкости, так и для пара в пузырьке. Давление неподвижной жидкости в начальный момент времени составляет 101325 Па.

Кроме физических определяющих параметров исследуемая задача имеет и геометрический определяющий параметр — соотношение между величиной h (расстоянием от центра пузырька до стенки) и размером пузырька. В настоящей работе рассматривается случай $h = 1.2R$.

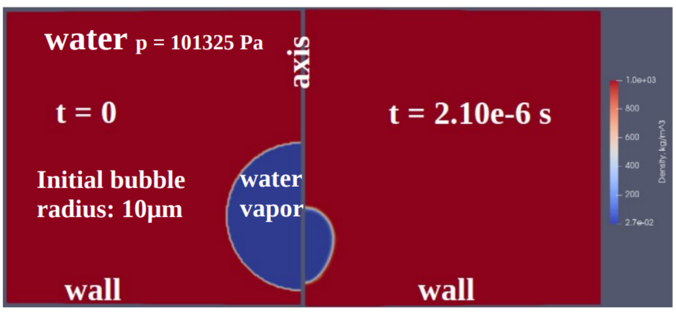

Рис. 1. Коллапс сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки: распределения плотности среды в моменты $t = 0$ (слева) и $t = 2.1$ мкс (справа)

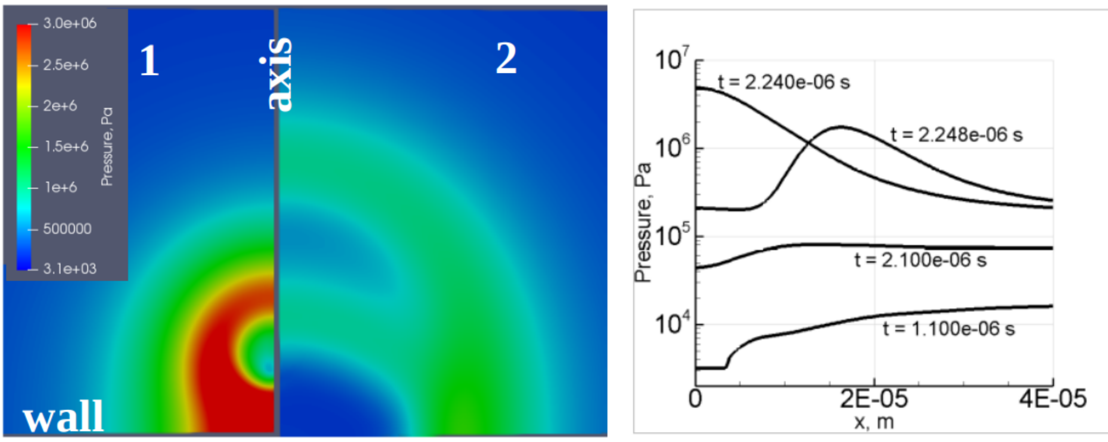

Рис. 2. Распределения давления в объёме (слева №1: $t = 2.240$ мкс; слева №2: $t = 2.248$ мкс) и распределения давления вдоль стенки (справа) для разных моментов времени

В силу осесимметричной постановки задачи расчётная область представляет собой плоский прямоугольник, на сторонах которого ставятся следующие граничные условия:

- на твёрдой стенке — условия прилипания для скорости и нулевого градиента для давления;
- на открытых границах (остальные две границы кроме стенки и оси симметрии) — неотражающие граничные условия, позволяющие исключить нефизичное влияние этих открытых границ.

Размер расчётной области, принятый в настоящей работе, составляет $4R \times 4R$. Используется равномерная сетка из квадратных ячеек, сеточное разрешение по каждому из двух направлений составляет 400 ячеек (размер ячейки — 100 нм). Величина шага по времени определялась таким образом, чтобы акустическое число Куранта, построенное по скорости звука в жидкости, имело значение около 0.1. Число Куранта, построенное по конвективной скорости (которая имеет для данной задачи порядки $10^0 - 10^1$ м/с), при таком выборе шага по времени имеет порядок 10^{-3}.

5. Обсуждение полученных результатов

На рис. 2 представлены полученные в результате расчёта распределения давления в объёме жидкости и вдоль стенки для нескольких моментов времени (показанные слева двумерные поля соответствуют третьему и четвёртому моментам времени из показанных на графике справа). На начальной стадии изучаемого процесса давление в среде падает вследствие волны разрежения, распространяющейся от пузырька. Затем локальное давление вблизи стенки падает ещё сильнее из-за отражения волны разрежения, в зоне за фронтом отражённой волны разрежения возникает кавитация (на рис. 2 на распределении давления вдоль стенки в момент $t = 1.1$ мкс видно, что есть участок с постоянным низким давлением, это и есть зона кавитации). После прохождения волн разрежения вся жидкость в рассматриваемом объёме совершает постепенно ускоряющееся движение по направлению к пузырьку, и возникает существенный рост локального давления в области начального расположения пузырька (фокусировка давления). В результате происходит коллапс пузырька, фокусировка давления приводит к распространению волны сжатия. Сначала эта волна взаимодействует со стенкой в окрестности точки эпицентра, затем положение максимума давления смещается на периферию на некоторое расстояние от оси симметрии (под точкой «эпицентра» подразумевается точка пересечения оси симметрии со стенкой, т.е. $x = 0$).

Для более детального понимания структуры течения жидкости, сходящегося к пузырьку и приводящего к фокусировке давления были проанализированы поля скорости. Распределения модуля скорости и векторная картина течения для двух моментов времени (как можно увидеть на одномерных графиках на рис. 2, это два момента до и после начала взаимодействия волны со стенкой) представлены на рис. 3.

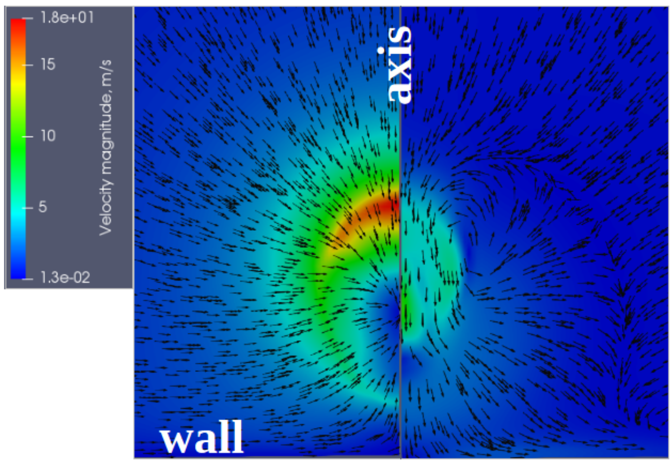

Рис. 3. Поля модуля скорости течения и векторные поля скорости для двух моментов времени: $t = 2.10$ мкс (слева); $t = 2.24$ мкс (справа). Вектора носят иллюстративный характер, их длина не привязана к величине модуля скорости

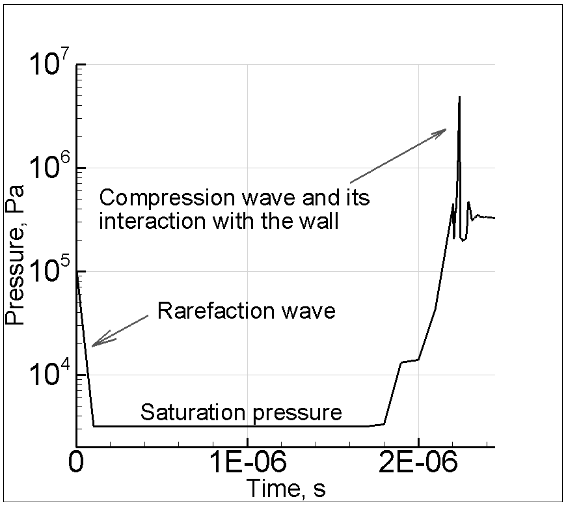

Рис. 4. Давление на стенке в точке $x = 0$: динамика изменения во времени

До начала взаимодействия волны сжатия со стенкой (на рис. 3 слева, $t = 2.1$ мкс) жидкость подтекает со всех сторон по направлению к пузырьку. Конфигурация самого пузырька на этой стадии процесса показана выше на рис. 1 (справа). Во-первых, видно, что на данной стадии уже заметно нарушается сферическая форма самого пузырька. Во-вторых, значительная асимметрия наблюдается и в распределении скорости подтекания жидкости, что приводит к возникновению направленной в сторону стенки кумулятивной струи, показанной векторами на рис. 3 справа ($t = 2.24$ мкс). Локальный максимум скорости внутри этой струи имеет место примерно в центре коллапса (вблизи начального расположения центра пузырька). Видно также, что скорость струи непосредственно вблизи стенки не настолько велика по модулю, как в области самого коллапса. Слой жидкости между пузырьком и стенкой в значительной степени демпфирует механическое воздействие струи на стенку. Видно, что около струи образуются и локальные зоны с вихревым характером движения жидкости. Полученные векторные поля скорости демонстрируют также и то, что после коллапса (и начала распространения волны сжатия из центра на периферию) есть как растекание жидкости на периферию вслед за волной сжатия, так и подтекание жидкости с периферии к центру, которое продолжается по инерции. Можно предположить, что именно эта разнонаправленность течения в достаточно близко расположенных областях рассматриваемого объёма и создаёт завихренность. Этот вопрос интересен для дальнейшего изучения.

На рис. 4 показана полученная зависимость давления от времени в точке эпицентра. В начальный момент времени это давление, как и давление во всём объёме, составляет 101325 Па. Затем, как уже пояснено выше, давление на стенке уменьшается из-за падающей и отражённой волн разрежения.

За отражённой волной разрежения образуется пристеночная зона кавитации, которая после момента времени $t \approx 1.7$ мкс коллапсирует (что и приводит к первому заметному на рис.4 росту давления в интервале времени $t \approx 1.8 - 1.9$ мкс), а далее стенки достигает и волна сжатия, которая начинает распространяться после «основного» коллапса (после коллапса исходного пузырька). Дальнейшее изменение давления в эпицентре после окончания стадии почти линейного роста имеет немонотонный колебательный характер, что, скорее всего, связано с нестационарностью развившейся к этому времени кумулятивной струи, со сложным взаимодействием этой струи с разнонаправленными течениями в примыкающих к ней областях подтекания и растекания.

6. Заключение

Проведено численное исследование нестационарного сжимаемого течения, формирующегося в процессе коллапса сферического парового пузырька вблизи плоской твёрдой стенки. Получены немонотонные распределения давления вдоль стенки, качественно согласующиеся по структуре с представленными в литературе данными и с выводами по экспериментальным исследованиям. Подробно проанализированы волновые и гидродинамические механизмы, с которыми связаны отмеченные особенности в характере изменения распределения давления во времени.

Показано, что используемый подход к моделированию позволяет воспроизвести и развитие кумулятивной струи. Полученные распределения скорости течения жидкости в объёме вблизи пузырька продемонстрировали ожидаемую асимметричную конфигурацию процесса коллапса с большей фокусировкой импульса у «верхней» полусферы, чем у «нижней». Момент времени, в который наблюдается всплеск локального давления на стенке в точке под центром пузырька, соответствует стадии процесса, на которой происходит взаимодействие со стенкой падающей волны сжатия с последующим натеканием на стенку кумулятивной струи. Как струя, так и сама волна сжатия являются механизмами, вносящими вклад в итоговое механическое воздействие жидкости на стенку. Параметрическое исследование с варьированием начального расстояния от центра пузырька до стенки рассматривается как логичный следующий этап изучения процесса, поскольку такое исследование могло бы дать основу не только для качественных выводов, но и для выявления количественных закономерностей.

Также планируется обобщение изложенного подхода к моделированию коллапса на случай газовых и парогазовых пузырьков.

Список литературы / References

[1] Lord Rayleigh OM. VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1917;**34**(200):94–98. DOI: 10.1080/14786440808635681

[2] Kornfeld M, Suvorov L. On the Destructive Action of Cavitation. *J. Appl. Phys.* 1944;**15**(6):495–506. DOI: 10.1063/1.1707461

[3] Jamaluddin AR, Ball GJ, Turangan CK, Leighton TG. The collapse of single bubbles and approximation of the far-field acoustic emissions for cavitation induced by shock wave lithotripsy. *Journal of Fluid Mechanics*. 2011;**677**:305–341. DOI: 10.1017/jfm.2011.85

[4] Vogel A, Lauterborn W, Timm R. Optical and Acoustic Investigation of the Dynamics of Laser-Produced Cavitation Bubbles near a Solid Boundary. *Journal of Fluid Mechanics*. 1989;**206**:299–338. DOI: 10.1017/S0022112089002314

[5] Plesset MS, Chapman RB. Collapse of an Initially Spherical Vapour Cavity in the Neighbourhood of a Solid Boundary. *Journal of Fluid Mechanics*. 1971;**47**:283–290. DOI: 10.1017/S0022112071001058

[6] Johnsen E, Colonius T. Shock-induced collapse of a gas bubble in shockwave lithotripsy. *J. Acoust. Soc. Am.* 2008;**124**(4):2011–2020. DOI: 10.1121/1.2973229

[7] Iben U, Makhnov A, Schmidt A. Three-dimensional numerical simulations of turbulent cavitating flow in a rectangular channel. *AIP Conf. Proc.* 2018;**1959**(1):050013. DOI: 10.1063/1.5034641

[8] Mellet A, Vasseur A. On the Barotropic Compressible Navier–Stokes Equations. *Communications in Partial Differential Equations*. 2007;**32**(3):431–452. DOI: 10.1080/03605300600857079

[9] Лойцянский ЛГ. *Механика жидкости и газа*. 7-е изд., испр. М.: Дрофа; 2003. 840 с.
Lojcyanskij LG. *Liquid and gas mechanics*. 7th ed. M.: Drofa; 2003. 840 p. (in Russian)

[10] Kärrholm FP. *Numerical Modelling of Diesel Spray Injection, Turbulence Interaction and Combustion*. Ph.D. Thes. Göteborg, Sweden. 2008; 110 p. https://www.researchgate.net/publication/230605808_Numerical_Modelling_of_Diesel_Spray_Injection_Turbulence_Interaction_and_Combustion

Сведения об авторах / Information about the Authors

Андрей Васильевич Махнов
Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург
Инжиниринговый центр «Кронштадт», Санкт-Петербург

Andrei V. Makhnov
Peter the Great Saint Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
Engineering center "Kronstadt", St. Petersburg, Russia
a_makhnov@mail.ru
ORCID: 0000-0002-7132-0357