



ISSN: 2658–5782

Номер 2

2025

# МНОГОФАЗНЫЕ СИСТЕМЫ

[mfs.uimech.org](https://mfs.uimech.org)





## Математическое моделирование процесса гравитационного осаждения одиночной капли

А.А. Мухутдинова✉

Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

E-mail: [mukhutdinova23@ya.ru](mailto:mukhutdinova23@ya.ru)

В статье рассматривается процесс гравитационного осаждения капель эмульсии типа «вода в масле» методом численного моделирования. Использован программный пакет OpenFOAM. Проведено моделирование осаждения одиночных капель с различными радиусами и рассмотрены их взаимодействия. Показано, что капли сохраняют сферическую форму при диаметре менее 1 мм. При увеличении размеров капли наблюдается деформация, обусловленная неравномерным распределением внешнего давления. Сопоставление численных результатов с аналитическими решениями по формулам Стокса и Адамара–Рыбчинского подтвердило корректность моделирования. Также рассмотрен процесс слияния двух капель при их сближении, происходящий автоматически в рамках метода VOF. Выявлено, что результирующая капля восстанавливает сферическую форму после деформации.

**Ключевые слова:** гравитационное осаждение, эмульсия, капля, OpenFOAM, моделирование, деформация

## Mathematical modeling of the process of gravitational sedimentation of a single drop

A.A. Mukhutdinova✉

Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia

E-mail: [mukhutdinova23@ya.ru](mailto:mukhutdinova23@ya.ru)

The article considers the process of gravitational sedimentation of water-in-oil emulsion droplets using numerical simulation. The OpenFOAM software package was used. The sedimentation of single droplets with different radii and their interaction was simulated. It was shown that the droplets retain a spherical shape with a diameter of less than 1 mm. With an increase in the droplet size, deformation is observed due to the uneven distribution of external pressure. The numerical results are compared with analytical solutions using the Stokes and Hadamard–Rybczynski formulas, which confirmed the correctness of the simulation. The process of merging two droplets when they approach each other, which occurs automatically within the VOF method, is also considered. It was found that the resulting droplet restores its spherical shape after deformation.

**Keywords:** gravity sedimentation, emulsion, droplet, OpenFOAM, modeling, deformation

### 1. Введение

В настоящее время эмульсии применяются во многих отраслях промышленности. Например, в химии осуществляется разделение эмульсий в различных типах химических реакторов; в нефтегазовой промышленности одной из актуальных задач является разделение водонефтяных эмульсий [1]; в медицине применяется метод гравитационного разделения крови на компоненты, позволяющий отделять плазму от клеточных элементов — тромбоцитов, лейкоцитов и эритроцитов.

Одной из важных задач физики является разруше-

ние устойчивых дисперсных систем, таких как водонефтяные эмульсии, самопроизвольно образующиеся в процессе добычи нефти. По экономическим и эксплуатационным причинам такие эмульсии необходимо разделять для извлечения как водной, так и масляной (нефтяной) фазы. Для разработки более эффективного оборудования по обработке эмульсий важно глубоко понимать факторы, влияющие на образование и стабильность эмульсий. Адекватное понимание механизмов, оказывающих влияние на размер капель, устойчивость и процессы осаждения, всё ещё требует новых исследований и открытий. Это подчёркивает значимость изуче-

ния и совершенствования методов разрушения эмульсий. Для поиска решений этих задач важную роль играют физико-химические свойства дисперсных систем и поверхностные явления, происходящие в них.

Эмульсия типа «вода в масле» — это эмульсия, в которой непрерывная фаза обычно представлена гидрофобными материалами, такими как масло, а дисперсная фаза — водой [2]. В настоящей работе под «водой» подразумевается любая полярная жидкость, а под «маслом» — неполярная. Примеры масел: бензин, бензол, керосин, анилин, малополярные органические жидкости, а также растительные и минеральные масла независимо от их химической природы. Более 95 % эмульсий сырой нефти, образующихся на месторождениях, относятся к типу «вода в масле» [3]. Такие эмульсии содержат поверхностно-активные вещества, играющие ключевую роль в их формировании [4].

Эмульсия типа «масло в воде» представляет собой систему, в которой масло выступает в роли дисперсной фазы, а вода — в роли дисперсионной среды (непрерывной фазы). Такие эмульсии называют обратными.

Существуют также множественные эмульсии, такие как «вода в масле в воде» (В/М/В) и «масло в воде в масле» (М/В/М), являющиеся более сложными: в них мелкие капли одной жидкости взвешены внутри более крупных капель другой жидкости, которые, в свою очередь, диспергированы в непрерывной фазе. Например, эмульсия типа В/М/В состоит из капель воды, заключённых в более крупные капли масла, взвешенные в водной фазе. Для стабилизации подобных систем необходимо наличие как минимум двух эмульгаторов: один должен обладать низким гидрофильно-липофильным балансом (HLB), а другой — высоким [5].

## 2. Постановка задачи

Проведено численное исследование гравитационного осаждения одиночной капли эмульсии типа «вода в масле» с использованием программного пакета OpenFOAM. Целями моделирования являются изучение данного процесса и сравнение результатов численного решения с аналитическим решением. На рис. 1 схематически представлен процесс осаждения эмульсии.

Размер сферических капель варьируется от 50 до 1000 мкм, что позволяет считать их движение вязким ( $Re \ll 1$ ). Предполагается, что вязкость, плотность и температура остаются постоянными; жидкости считаются несмешивающимися, несжимаемыми и ньютоновскими. Химические реакции между двумя жидкостями отсутствуют.

На каждую частицу в системе действует сила тяжести:

$$F_g = V(\rho - \rho_0)g,$$

где  $V = 4/3\pi r^3$  — объём сферической частицы;  $\rho$  — плотность дисперсной фазы;  $\rho_0$  — плотность дисперсионной среды;  $r$  — радиус частицы;  $g$  — ускорение свободно-го падения.

Сила вязкого сопротивления среды определяется по закону Стокса [2]:

$$F_c = 6\pi\mu r u,$$

где  $\mu$  — вязкость дисперсионной среды;  $u$  — скорость движения частицы.

Для моделирования применяется решатель interFoam, который использует уравнение неразрывности, уравнения Навье–Стокса для двух несжимаемых, изотермических, несмешивающихся жидкостей. Свойства материала постоянны в пределах каждой из фаз, за исключением области межфазной границы.

Уравнение неразрывности:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0.$$

Уравнение Навье–Стокса:

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \rho \mathbf{g} + f_{st}.$$

Сила поверхностного натяжения:

$$f_{st} = \sigma \kappa \nabla \alpha,$$

где  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $\kappa$  — кривизна интерфейса;  $\alpha$  — функция-показатель фазы.

Уравнение переноса фазовой переменной:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \alpha = 0,$$

где

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{— вода} \\ 0, & \text{— масло} \\ (0, 1), & \text{— граница раздела двух жидкостей.} \end{cases}$$

Метод моделирования свободной поверхности, основанный на решении уравнений Навье–Стокса, описывает движение потоков. Эти уравнения решаются по отдельности для каждой фазы. Метод объёма жидкости относится к классу эйлеровых методов, характеризующихся использованием сетки, которая может быть стационарной или двигаться в соответствии с изменяющейся формой поверхности по заданному закону. Метод представляет собой алгоритм, отслеживающий форму и положение межфазной границы, основу которого составляет дробная функция, представляющая собой интеграл характеристических функций жидкости в конечном объёме — ячейке. Это означает, что свойства материала постоянны в области, заполненной одной из двух жидкостей, за исключением межфазной границы.

В данной математической модели не учитывается уравнение коалесценции, поэтому процесс объединения (слияния) капель реализуется за счёт метода объёма жидкости (VOF). В случае, когда две или более капель попадают в одну вычислительную ячейку, метод VOF автоматически объединяет их в одну каплю. После объединения капля приобретает сферическую форму и продолжает осаждение.

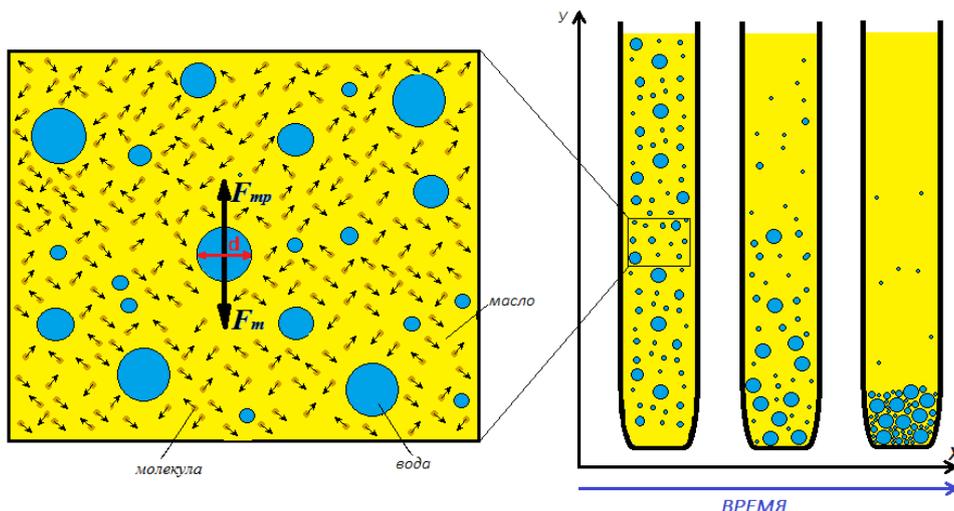


Рис. 1. Схематический рисунок процесса осаждения эмульсии

### 3. Результаты моделирования

Для моделирования капли эмульсии типа «вода в масле» были выбраны следующие параметры: вязкость воды –  $0.001 \text{ м}^2/\text{с}$ ; плотность воды –  $1000 \text{ кг}/\text{м}^3$ ; вязкость масла –  $0.008 \text{ м}^2/\text{с}$ ; плотность масла –  $800 \text{ кг}/\text{м}^3$ ; поверхностное натяжение –  $0.026 \text{ Н}/\text{м}$ ; ускорение свободного падения –  $9.81 \text{ м}/\text{с}^2$  в области  $x = 0.01 \text{ м}$ ,  $y = 0.016 \text{ м}$ .

На рис. 2 представлены результаты моделирования осаждения капли радиусом  $400 \text{ мкм}$  в различные моменты времени. Из рисунка видно, что капля движется прямолинейно и сохраняет сферическую форму на протяжении всего процесса осаждения.

На рис. 3 показаны результаты численного моделирования осаждения капель различного радиуса в фиксированный момент времени. Как видно из рисунка,

капли сохраняют сферическую форму в течение всего процесса осаждения. Кроме того, наблюдается закономерность: с увеличением радиуса капли скорость её осаждения возрастает, тогда как капли меньшего радиуса осаждаются медленнее.

На рис. 4 представлена зависимость скорости осаждения капель от их диаметра. Скорость одиночной капли рассчитывалась как отношение расстояния, пройденного каплей, к интервалу времени между начальным моментом и моментом, непосредственно предшествующим достижению дна. При этом расстояние определялось как разность координат центра капли в указанные моменты времени. Результаты численного моделирования были сопоставлены с аналитическими решениями: распределение скоростей, вычисленное по закону Стокса, показано синей кривой; по закону Адамара–Рыбчинского – красной; данные моделирова-

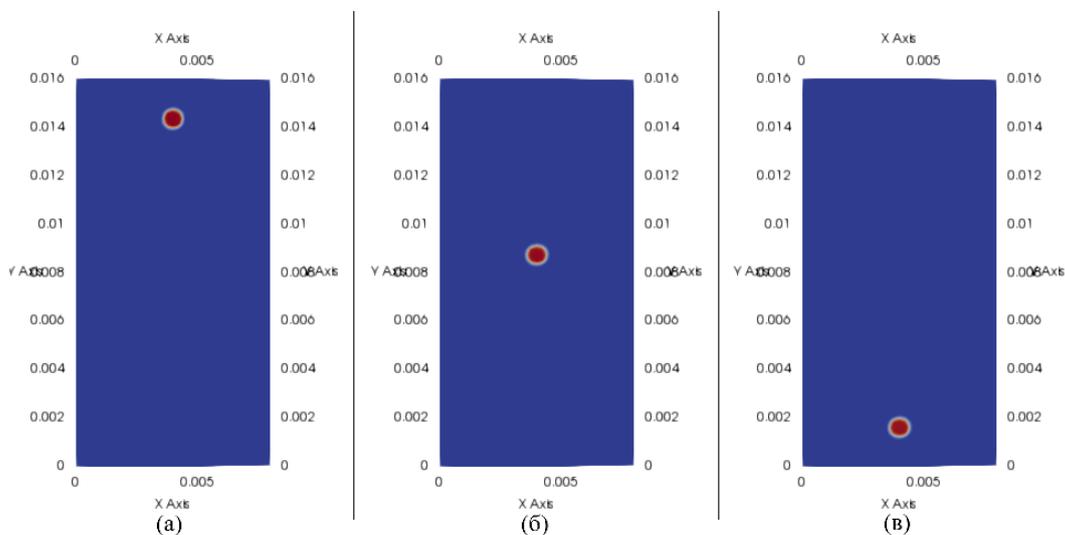


Рис. 2. Положение капли радиусом  $400 \text{ мкм}$  в различные моменты времени: (а)  $t = 0$  с, (б)  $t = 0.5$  с, (в)  $t = 1$  с в области  $x = 0.01 \text{ м}$ ,  $y = 0.016 \text{ м}$

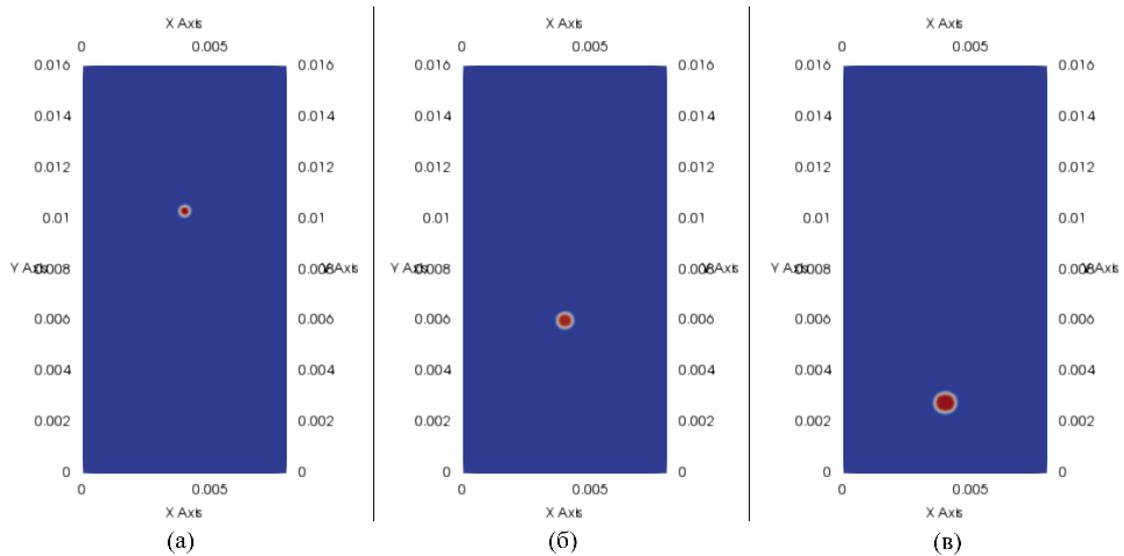


Рис. 3. Положение каплей с радиусами: (а) 200 мкм, (б) 300 мкм, (в) 400 мкм в момент времени 1 секунда в области  $x = 0.01$  м,  $y = 0.016$  м

ния в OpenFOAM представлены чёрной кривой. Анализ графика свидетельствует о хорошем согласовании численных результатов с аналитическими предсказаниями в пределах допустимой погрешности. Такая точность объясняется тем, что формулы Адамара–Рыбчинского и Стокса получены для идеальных чистых жидкостей, свободных от загрязнений и поверхностно-активных веществ. В реальных условиях жидкости, как правило, содержат примеси, которые сложно учесть в аналитических моделях, что может вызывать отклонения.

Также был рассмотрен случай гравитационного осаждения двух сферических капель воды в масле диаметром 600 мкм с начальным расстоянием между ними равном 1 мм. На рис. 5 представлены положения каплей в различные моменты времени. Анализ показал, что капли движутся по прямолинейным траекториям, при этом сопротивление, действующее на верхнюю каплю, меньше, чем на нижнюю, что приводит к более высокой скорости её движения. В интервале времени  $t = 0,37 - 0,40$  с происходит слияние капель с последующим изменением формы образовавшейся объединённой капли. К моменту  $t = 0,55$  с капля вновь приобретает сферическую форму.

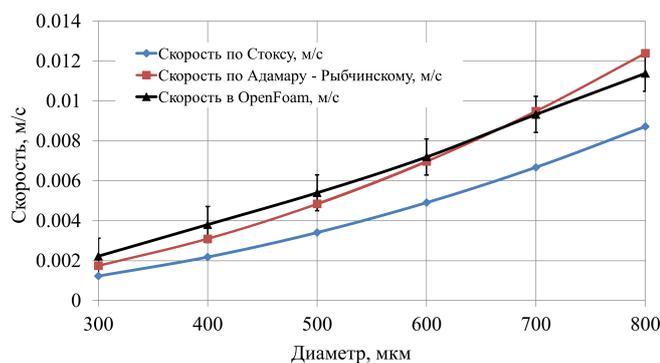


Рис. 4. Сравнение численного решения с аналитическим решением

Сферическая форма капли сохраняется при её малых размерах ( $d < 1$ ). С увеличением диаметра наблюдается деформация капли. На рис. 6 показано изменение формы капли диаметром 6000 мкм, полученное в OpenFOAM. Из рисунка видно, что капли большого размера теряют сферическую форму. Деформация капли при движении определяется, прежде всего, разностью давлений внутри капли и в окружающей её жидкости. В процессе осаждения изменение формы происходит за счёт неравномерного распределения давления по внешней поверхности капли. Капли малого диаметра подвергаются равномерному давлению со стороны окружающей жидкости. При увеличении размеров капли, а следовательно, и скорости её осаждения, равномерность распределения давления нарушается [6]. Кроме того, в присутствии поверхностно-активных веществ подвижность границы раздела фаз значительно снижается, вследствие чего движение капли, сохраняющей сферическую форму, становится близким к движению твёрдой частицы.

#### 4. Заключение

В работе исследовано гравитационное осаждение одиночных и взаимодействующих капель воды в масле с использованием численного моделирования в OpenFOAM. Получено, что капли малого диаметра (меньше 1 мм) сохраняют сферическую форму и движутся по прямой. Зависимость скорости осаждения от размера капель хорошо совпадает с классическими аналитическими моделями. Показано, что при осаждении капель в эмульсии происходит их сближение и слияние, сопровождающееся изменением формы образовавшейся объединённой капли с последующим восстановлением сферической формы. Для крупных капель наблюдается деформация формы из-за неравномерного давления на поверхности.

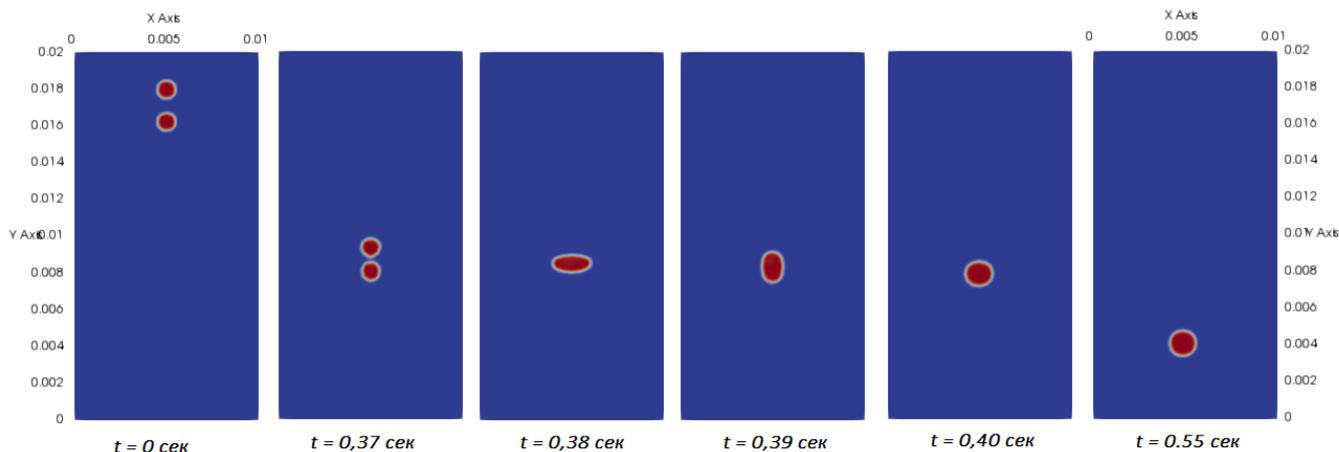


Рис. 5. Положение капель в разные моменты времени в области  $x = 0.01$  м,  $y = 0.02$  м

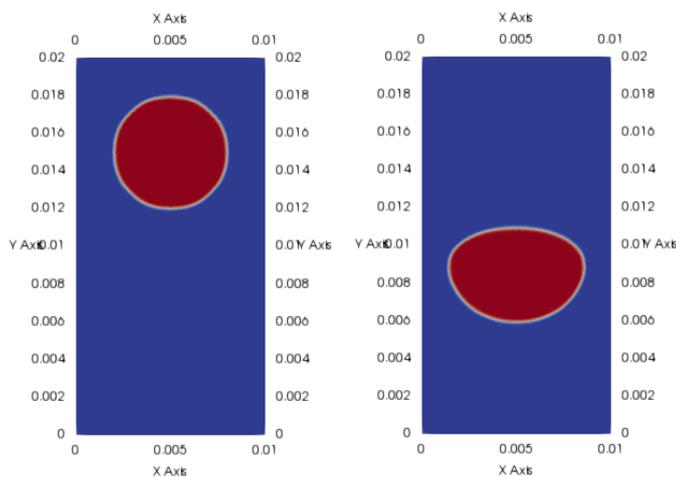


Рис. 6. Изменение формы капли диаметром 6000 мкм в области  $x = 0.01$  м,  $y = 0.02$  м

Автор выражает благодарность Кирееву Виктору Николаевичу за помощь, ценные советы и поддержку при подготовке дипломной работы, которая легла в основу данной статьи.

## Список литературы / References

- [1] Crabtree M., Estlinger D., Fletcher P., Miller M., Johnson A., King G. Fighting Scale // Oilfield Review. 1999. P. 15.
- [2] Левич В.Г. Физико-химическая гидродинамика. Изд. 2-е, доп. и перераб. М.: Государственное издательство физико-математической литературы; 1959. 700 с. Levich V.G. Physicochemical Hydrodynamics. 5th Printing Edition. Prentice Hall; 1962. 700 p.
- [3] Ali MF, Alqam MH. Role of asphaltenes, resins and other solids in the stabilization of water in oil emulsions and its effects on oil production in Saudi oil fields. *Fuel*. 2000;79:1309–1316. DOI: 10.1016/S0016-2361(99)00268-9
- [4] Fingas M, Fieldhouse B, Mullin J. Water-in-oil Emulsions Results of Formation Studies and Applicability to Oil Spill Modelling. *Spill Science & Technology Bulletin*. 1999;5(1):81–91. DOI: 10.1016/S1353-2561(98)00016-4
- [5] Khan AY, Talegaonkar S, Iqbal Z, Ahmed FJ, Khar RK. Multiple emulsions: an overview. *Current Drug Delivery*. 2006;3(4):429–443. DOI: 10.2174/156720106778559056
- [6] Викулин ПД, Викулина ВВ Гидравлика и аэродинамика систем водоснабжения и водоотведения: учебник. М.: МИСИ–МГСУ, ЭБС АСВ; 2018. 396 с. Vikulin PD, Vikulina VB. *Hydraulics and Aerodynamics of Water Supply and Wastewater Systems: Textbook*. М.: МИСИ–МГСУ, ЭБС АСВ; 2018. 396 p. (in Russian)

## Сведения об авторах / Information about the Authors

Айгуль Айратовна Мухутдинова  
Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН, Уфа

Aigul A. Mukhutdinova  
Mavlyutov Institute of Mechanics, UFRS RAS, Ufa, Russia  
mukhutdinova23@ya.ru  
ORCID: 0000-0002-5009-002X